

УДК 14.2.6

Е.А. Плаксиенко

**СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ АСТАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

*Предложен метод синтеза нелинейных систем управления с астатизмом заданного порядка к неизмеряемым воздействиям. Управление, компенсирующее влияние внешних неизмеряемых воздействий, строится на основе оценок воздействий и их производных по времени. Эти оценки формируются из переменных состояния реального объекта управления, дополнительных интеграторов устройства управления и оценок переменных состояния некоторой эквивалентной системы. Нелинейное устройство управления включает наблюдатель состояния указанной эквивалентной системы и интеграторы, число которых определяется точкой приложения воздействия и заданным порядком астатизма. Приводится численный пример синтеза.*

*Нелинейная система; астатизм; эквивалентная система; наблюдатель состояния.*

Е.А. Plaksienko

**DESIGN OF THE NONLINEAR A STATIC CONTROL SYSTEMS**

*The design method of nonlinear control systems with a static to not measured disturbances is proposed. The control compensating of external not measured disturbances is constructed on the estimations of disturbances and their derivatives on time. These estimations are formed from state variables of real object and additional integrators of the device and state variables estimations of a some equivalent system. The nonlinear control device includes the observer of a showed equivalent system and integrators which number is defined by a point of disturbances is action and the a static order. The numerical example of design is given.*

*Nonlinear system; a static; equivalent system; the state observer.*

Во многих практических случаях управления нелинейными объектами требуется обеспечить некоторый порядок астатизма к внешним неизмеряемым воздействиям. Это позволяет обеспечить либо полную компенсацию влияния возмущения, либо значение ошибки не более заданного. В линейном случае методы синтеза астатических систем с заданным порядком астатизма хорошо известны [1, 2]. Проблема синтеза астатических систем управления нелинейными объектами рассматривалась в сравнительно небольшом числе работ [3, 4, 5].

Для обеспечения астатизма в структуре устройства управления формируется, спектральная модель внешнего воздействия в виде цепочки интеграторов [2], которая при наличии воздействия генерирует сигнал, форма которого аналогична форме воздействия. Этот сигнал компенсирует влияние воздействия. При прекращении воздействия, указанный сигнал затухает, в силу асимптотической устойчивости замкнутой системы [2]. В данной работе для компенсации влияния неизмеряемого воздействия используются оценки воздействия и его производных. Поэтому представленный ниже метод синтеза является параметрическим. В его основе лежат уравнения объекта управления, представленные в управляемой форме Жордана, введенной в [3].

**Постановка задачи.** Пусть нелинейный объект управления (ОУ) описывается уравнениями в отклонениях:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \phi_i(\bar{x}_{i+1}), \quad i = 1, \overline{\tilde{i}-1}, \\ \dot{x}_i &= \phi_i(\bar{x}_{i+1}, f) = \phi_i(\bar{x}_{i+1}) + h_i(\bar{x}_{i+1})f, \quad i = \tilde{i}, \overline{n-1}, \\ \dot{x}_n &= \phi_n(x, f) + u, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_i$  – доступные измерению переменные состояния ОУ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $\bar{x}_v = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_v]^T$  – подвектор размерности  $V$ , составленный из переменных состояния,  $v = \overline{2, n}$ ; очевидно,  $f = f(t)$  – неизмеряемое ограниченное воздействие,  $u$  – управление;  $\phi_i(\bar{x}_{i+1})$ ,  $\varphi_i(\bar{x}_{i+1})$ ,  $h_i(\bar{x}_{i+1})$  – нелинейные дифференцируемые функции, удовлетворяющие в некоторой области  $\Omega_x \in R^n$  условиям:

$$\frac{\partial \phi_i(\bar{x}_{i+1})}{\partial x_{i+1}} \neq 0, \quad i = \overline{1, \tilde{i}-1};$$

$$\frac{\partial \phi_i(\bar{x}_{i+1})}{\partial x_{i+1}} + \frac{\partial h_i(\bar{x}_{i+1})}{\partial x_{i+1}} f \neq 0, \quad i = \overline{\tilde{i}, n-1}, \quad (2)$$

$$h_i(\bar{x}_{i+1}) \neq 0. \quad (3)$$

В (1) – (3)  $\phi_i(0) = 0$ ,  $\varphi_i(0) = 0$ , а  $\tilde{i}$  – минимальный номер переменных  $x_i$ , на производные которых воздействие  $f = f(t)$  влияет непосредственно.

Поставим задачу синтеза системы управления объектом (1), положение равновесия которой  $x = 0$  является асимптотически устойчивым, т.е.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t, x_0, 0) = 0 \quad \text{при } x(t, x_0, 0) \in \Omega_x \text{ и всех } t \geq 0, \quad (4)$$

а ошибка системы – переменная  $x_1$  удовлетворяет условию

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t, x_0, f) = 0 \quad \text{при } x(t, x_0, f) \in \Omega_x, \quad t \geq 0, \quad (5)$$

если степень полиномиального воздействия  $f = f(t)$  равна  $\tilde{v}-1$ , и является постоянной, если степень воздействия  $f = f(t)$  равна  $\tilde{v}$ .

**Решение задачи.** Условия (2) выполнены, поэтому в соответствии с определением управляемой формы Жордана (УФЖ) уравнения (1) представлены в управляемой форме Жордана [3]. С помощью соотношений, приведенных в [3], можно построить стабилизирующее управление  $u = u(x, f, \dot{f}, \dots)$ , при котором выполняется условия (4) и (5). Однако это управление будет зависеть от воздействия и ряда его производных по времени. Воздействие не измеряется, поэтому для реализации указанного управления необходимы оценки воздействия его производных по времени. Предположим, необходимо обеспечить  $V$ -й порядок астатизма системы к воздействию  $f = f(t)$ . Поэтому примем, что выполняется условие

$$n = v + \tilde{i}. \quad (6)$$

Если условие (6) для заданного ОУ порядка  $\tilde{n}$  не выполняется, то путем дополнения его интегрирующими звеньями:  $\dot{x}_{\tilde{n}} = x_{\tilde{n}+1}$ ,  $\dots$ ,  $\dot{x}_{\tilde{n}+i} = x_{\tilde{n}+i+1}$ ,  $\dots$ ,  $\dot{x}_n = u$  образуется расширенный ОУ так, чтобы условие (6) выполнялось для расширенного ОУ порядка  $n$ .

Известно, что в общем случае полиномиальное воздействие степени  $V$  имеет  $V$  ненулевых производных по времени. Поэтому для выполнения условия (5) достаточно найти оценки самого воздействия и  $V$  его производных по времени.

Следуя [3], введем переменные  $w_i$  эквивалентной системы:  $w_1 = x_1$ ,

$$w_i = \dot{w}_{i-1}, \quad i = \overline{2, n}; \quad \text{причем } \dot{w}_n = u_1, \quad \text{а } w_i = \begin{cases} x_1, & \text{если } \tilde{i} = 1, \\ \dot{w}_{i-1}, & \text{если } \tilde{i} > 1, \end{cases} \quad (7)$$

где  $u_1$  – управление эквивалентной системы;  $W$  – вектор переменных  $w_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ . В векторно-матричной форме система (7), очевидно, имеет вид

$$\dot{w} = \Lambda w + e^n u_1, \quad x_1 = e_1 w, \quad (8)$$

где  $\Lambda = [\lambda_{ij}]$ , причем  $\lambda_{i,i+1} = 1$ ,  $i = \overline{1, n-1}$ , а все остальные  $\lambda_{ij}$  равны нулю;  $e^n$  –  $n$ -й столбец, а  $e_1$  – 1-я строка единичной  $n \times n$ -матрицы.

По уравнениям (1) и (7) нетрудно установить, что если  $\tilde{i} > 1$ , то переменные  $w_i = \dot{w}_{i-1} = w_i(\bar{x}_i)$ ,  $i = \overline{1, \tilde{i}}$  не зависят от воздействия  $f$ , а переменная  $w_{\tilde{i}+1}$  и все последующие зависят от  $f$ , причем

$$w_{i+1} = \dot{w}_i(\bar{x}_i) = \Psi_{i+1}(\bar{x}_{i+1}) + \xi(\bar{x}_{i+1})f = w_{i+1}(\bar{x}_{i+1}, f), \quad (9)$$

где

$$\Psi_{i+1}(\bar{x}_{i+1}) = \sum_{\mu=1}^{i-1} \frac{\partial w_i(\bar{x}_i)}{\partial x_\mu} \Phi_\mu(\bar{x}_{\mu+1}) + \frac{\partial w_i(\bar{x}_i)}{\partial x_i} \Phi_i(\bar{x}_{i+1}), \quad (10)$$

$$\xi(\bar{x}_{i+1}) = \prod_{\mu=1}^{i-1} \frac{\partial \Phi_\mu(\bar{x}_{\mu+1})}{\partial x_{\mu+1}} h_i(\bar{x}_{i+1}). \quad (11)$$

Аналогично, при  $i > \tilde{i} + 1$  из (1) и (7) получим:

$$w_i = \Psi_i(\bar{x}_i, \bar{f}_{i-\tilde{i}-2}) + \xi(\bar{x}_{i+1})f_{(i-\tilde{i}-1)} = w_i(\bar{x}_i, \bar{f}_{i-\tilde{i}-1}), \quad i = \overline{\tilde{i}+1, n}, \quad (12)$$

где  $f_{(i)}$  – обозначение  $i$ -й производной по времени воздействия  $f(t)$ ;  $\bar{f}_i = [f_{(0)}, f_{(1)}, \dots, f_{(i)}]^T$  – подвектор производных, причем  $\bar{f}_0 = f(t)$ . Если же  $\tilde{i} = 1$ , то величины  $\Psi_{i+1}(\bar{x}_{i+1}, f)$  и  $\xi(\bar{x}_{i+1})$  определяются по уравнениям (1).

Так как переменная  $x_1$  по условию доступна измерению, то эквивалентная система (8) является вполне наблюдаемой, т.е. существует наблюдатель Калмана:

$$\dot{\hat{w}} = \tilde{\Lambda} \hat{w} + e^n u_1 + l x_1, \quad (13)$$

где  $\hat{w} = [\hat{w}_1 \hat{w}_2 \dots \hat{w}_n]^T$  – вектор оценок  $\hat{w}_i$  переменных  $w_i$ ;  $l$  – вектор, выбираемый по условиям устойчивости матрицы  $\tilde{\Lambda} = \Lambda - l e_1$ .

По условию задачи неравенства (2) и (3) выполнены, поэтому с учетом оценок  $\hat{w}_i$  из равенств (9) – (12) вытекают оценки воздействия и его производных:

$$\hat{f} = [\hat{w}_{\tilde{i}+1} - \Psi_{\tilde{i}+1}(\bar{x}_{\tilde{i}+1})] / \xi(\bar{x}_{\tilde{i}+1}), \dots, \hat{f}_{(i)} = [\hat{w}_{i+\tilde{i}+1} - \Psi_{i+\tilde{i}+1}(\bar{x}_{i+\tilde{i}+1}, \hat{f}_{i-1})] / \xi(\bar{x}_{i+1}), \quad i = 1, 2, \dots, v-1, \quad (14)$$

где  $\hat{f}_{(i)}$  и  $\hat{f}_i$  – оценки  $i$ -й производной  $f_{(i)}$  и подвектора  $\bar{f}_i$  производных.

В соответствии с работой [3] вводятся также функции:

$$\gamma_1(x, \hat{f}) = \prod_{\mu=1}^{\tilde{i}-1} \frac{\partial \Phi_\mu(\bar{x}_{\mu+1})}{\partial x_{\mu+1}} \prod_{\mu=\tilde{i}}^{n-1} \frac{\partial \Phi_\mu(\bar{x}_{\mu+1}, \hat{f})}{\partial x_{\mu+1}} \Big|_{f=\hat{f}}, \quad (15)$$

$$\gamma_2(x, \hat{f}_{n-\tilde{i}}) = \left[ \sum_{\mu=1}^{n-1} \frac{\partial w_n(x, \bar{f}_{n-\tilde{i}-1})}{\partial x_\mu} \tilde{\phi}_\mu(\bar{x}_{\mu+1}) + \sum_{\mu=1}^{n-\tilde{i}-1} \frac{\partial w_n(x, \bar{f}_{n-\tilde{i}-1})}{\partial f_{(\mu)}} f_{(\mu+1)} \right] \Big|_{\bar{f}_i = \hat{f}_i}. \quad (16)$$

Здесь для краткости обозначено  $\tilde{\phi}_i(\bar{x}_{i+1}) = \phi_i(\bar{x}_{i+1})$ ,  $i = \overline{1, \tilde{i}}$  и  $\tilde{\phi}_i(\bar{x}_{\mu+1}) = \phi_i(\bar{x}_{i+1}, f)$ ,  $i = \overline{i_f, n}$ . Подчеркнем, что в силу условий (2) переменная  $\gamma_1(x, \hat{f}) \neq 0$  при всех  $x(t, x_0, f) \in \Omega_x$ .

Положим в (7), (8) и (13) управление  $u_1 = -k^T \hat{w}$ , где  $k^T = [\delta_0 \delta_1 \dots \delta_{n-1}]$ , а  $\delta_i$  – коэффициенты полинома  $D(p) = \delta_0 + \delta_1 p + \dots - \delta_{n-1} p^{n-1} + p^n$ . Тогда управление, разрешающее задачу синтеза определяется следующей теоремой:

**Теорема 1.** Если выполнены условия (2), (3) и (6), переменные  $w_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  определены соотношениями (7), матрица  $\tilde{\Lambda}$  в (13) и полином  $D(p)$  – устойчивы, а управление в системе (1) определяется выражением

$$u = \gamma_1^{-1}(x, \hat{f}) [-k^T \hat{w} - \gamma_2(x, \hat{f}_{n-i_f})] - \phi_n(x, \hat{f}), \quad (17)$$

то переменные системы (1), (13), (17) удовлетворяют условиям (4) и (5). ■

Доказательство теоремы 1 достаточно очевидно из приведенных соотношений, и здесь не приводится.

Управление, определяемое теоремой 1, является динамическим, причем если порядок исходного ОУ удовлетворяет условию (6), то соответствующее УУ описывается выражениями (13) и (17), а его порядок будет равен порядку объекта. Если же исходный ОУ порядка  $\tilde{n}$ , не удовлетворяет условию (6), то соответствующее УУ описывается уравнениями интеграторов  $\dot{x}_{\tilde{n}} = x_{\tilde{n}+1}$ ,  $\dots$ ,  $\dot{x}_{\tilde{n}+i} = x_{\tilde{n}+i+1}$ ,  $\dots$ ,  $\dot{x}_{\tilde{n}} = u$ , наблюдателя (13) и выражением (17), а его порядок равен  $2n - \tilde{n}$ .

Из выражений (17) и (6) следует, что если  $n = v - \tilde{i}$ , то для построения управления, при котором выполняются условия (4) и (5), требуются оценки возмущения и его производных по времени от  $f_{(1)}$  до  $f_{(v)}$ , а соотношениями (14) определяются оценки производных только до  $f_{(v-1)}$ .

Так как производная  $f_{(v)}$  воздействия степени  $v - 1$  равна нулю, то синтезированная нелинейная систем (1), (13), (17) удовлетворяет условию (5). Если же степень воздействия равна  $v$ , то замкнутая система будет иметь постоянную ошибку (при  $t \rightarrow \infty$ ), пропорциональную  $f_{(v)}$ .

Метод синтеза нелинейных астатических систем, проиллюстрируем на примере системы управления нелинейным объектом второго порядка.

**Пример.** Для объекта, описываемого уравнениями:

$$\dot{x}_1 = x_2 + x_2^3 + f, \quad \dot{x}_2 = \tilde{u}, \quad (18)$$

синтезировать систему управления с астатизмом второго порядка к неизмеряемому воздействию  $f = f(t)$ . Переменные состояния  $x_1$  и  $x_2$  измеряются.

Порядок ОУ (18) равен 2,  $\partial\phi_1(\bar{x}_2, f)/\partial x_2 = 1 + 3x_2^2 \neq 0$ , т.е. условие (2) выполняется, поэтому уравнения этого объекта имеют УФЖ. В данном случае  $\tilde{n} = 2$ ,  $\tilde{i} = 1$ , порядок астатизма  $\nu = 2$ . Следовательно, условие (6) при  $n = \tilde{n} = 2$  не выполняется. В связи с этим дополним ОУ (18) одним интегратором, в результате чего уравнения расширенного ОУ примут вид

$$\dot{x}_1 = x_2 + x_2^3 + f = \phi_1(x_2, f), \quad \dot{x}_2 = x_3 = \phi_2(x_3), \quad \dot{x}_3 = u. \quad (19)$$

Здесь  $n = 3$ ,  $\phi_3(x, f) = 0$ ,  $h_1(x, f) = 1$ , условие (2) выполняется по-прежнему, так как  $\partial\phi_2(\bar{x}_3, f)/\partial x_3 = 1$ . Таким образом, (19) удовлетворяет условиям (2), (3) и (6) в области  $\Omega_x = R^3$ . Следовательно, задача синтеза имеет решение.

По (7) вводим переменные  $w_i$ , а затем с учетом (19) находим их представление в виде (9) и (11):  $w_1 = x_1$ ,  $w_2 = x_2 + x_2^3 + f$ ,  $w_3 = (1 + 3x_2^2)x_3 + f_{(1)}$ . Так как  $n = 3$ , то для построения наблюдателя (13) зададимся полиномом  $D(p) = p^3 + 15p^2 + 75p + 125$ . Далее, следуя [2. С. 84], найдем уравнения наблюдателя (13) в виде:

$$\dot{\hat{w}} = \begin{bmatrix} -15 & 1 & 0 \\ -75 & 0 & 1 \\ -125 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{w} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 15 \\ 75 \\ 125 \end{bmatrix} x_1. \quad (20)$$

В данном случае  $\tilde{i} = 1$ , поэтому, сравнивая найденные выражения для  $w_2$  и  $w_3$  с (9)–(11), находим величины  $\xi(\bar{x}_2) = 1$ ,  $\psi_2(\bar{x}_2) = x_2 + x_2^3$ ,  $\psi_3(\bar{x}_3) = (1 + 3x_2^2)x_3$ , а затем по (14) – оценки:  $\hat{f} = \hat{w}_2 - x_2 - x_2^3$  и  $\hat{f}_{(1)} = \hat{w}_3 - (1 + 3x_2^2)x_3$ . Далее по (15) и (16) имеем:

$$\gamma_1(x, \hat{f}) = 1 + 3x_2^2, \quad \gamma_2(x, \hat{f}_2) = 6x_2x_3^2 + \hat{f}_{(2)}.$$

Так как требуемый порядок астатизма  $\nu = 2$ , то можно считать, что в данном случае  $\hat{f}_{(2)} = f_{(2)} = 0$ . Тогда  $\gamma_2(x, \hat{f}_2) = 6x_2x_3^2$ .

Управление  $u_1 = -k^T \hat{w}$  в (7), (8) и (13) выбирается так, чтобы переходные процессы в системе управления протекали медленнее, чем в наблюдателе (20). С этой целью положим  $k^T = [27 \quad 27 \quad 9]$ , т.е.  $u_1 = -27\hat{w}_1 - 27\hat{w}_2 - 9\hat{w}_3$ .

Таким образом, с учетом выражения (17) УУ синтезированной системы управления объектом (18) описывается уравнениями (20), а также:

$$\dot{\tilde{u}} = x_3, \quad \dot{x}_3 = -\left[27\hat{w}_1 + 27\hat{w}_2 + 9\hat{w}_3 + 6x_2x_3^2\right]/(1 + 3x_2^2).$$

На рис. 1 приведены графики переменных состояния ОУ (19), при начальных условиях  $x_0 = [1 \quad 2 \quad -1]^T$ ,  $\hat{w}_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$  и  $f = 0$ , полученные в результате моделирования синтезированной системы в MATLAB.

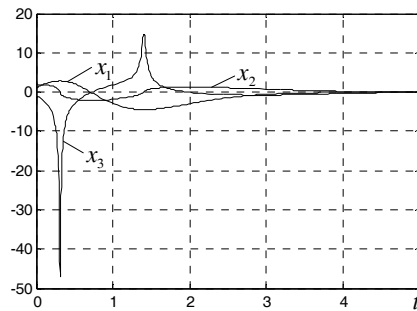


Рис. 1. Переменные состояния при отсутствии возмущения

Отметим, что переменная  $x_3$  фактически является управлением  $\tilde{y}$  заданного объекта (18). Переходные процессы при тех же начальных условиях и возмущениях  $f(t) = 2t$  и  $f(t) = 0,5t^2$  приведены на рис. 2.

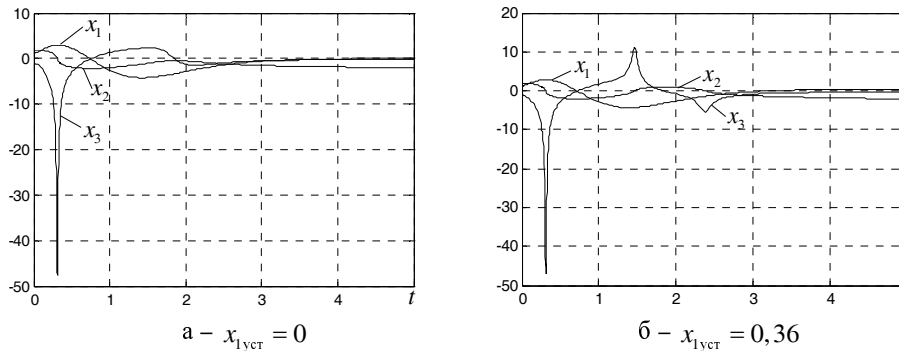


Рис. 2. Переменные состояния при возмущениях: а –  $f = 2t$ ; б –  $f = 0,5t^2$

Как видно из приведенных графиков, синтезированная система действительно имеет второй порядок астатизма к воздействию  $f(t)$ .

**Заключение.** Предложенный метод синтеза астатических систем управления нелинейными объектами, которые описываются уравнениями в УФЖ, а их переменные состояния доступны измерению, позволяет обеспечить любой порядок астатизма к внешним воздействиям. Необходимость представления уравнений ОУ в УФЖ не является жестким ограничением, так как уравнения очень многих реальных объектов имеют или могут быть приведены к этой форме путем замены переменных. Например, к последним относятся объекты, рассмотренные в [3, 4, 5].

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ким Д.П. Алгебраический метод синтеза линейных непрерывных систем // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011. – № 1. – С. 9-15.
2. Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А. Синтез динамических систем по требуемым показателям качества // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 4. – С. 7-12.
3. Гайдук А.Р. Синтез нелинейных систем на основе управляемой формы Жордана // АИТ. – 2006. – № 7. – С. 3-13.
4. Сотников Ю.Г. Синтез нелинейных систем управления инвариантных к возмущающим воздействиям // Синтез алгоритмов сложных систем. – Таганрог: Изд-во ТРТИ, 1986. – Вып. 6. – С. 22-27.
5. Нейдорф Р.А. Проектирование систем автоматического управления химико-технологическими процессами. – Новочеркасск: Изд-во НПИ, 1983. – 254 с.

Статью рекомендовала к опубликованию д.т.н., профессор Г.В. Горелова.

**Плаксиенко Елена Анатольевна** – Таганрогский институт управления и экономики; e-mail: pumka@mail.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Розы Люксембург 44, кв. 54,б; тел.: 88634613432; кафедра математики и информатики; к.т.н.; доцент.

**Plaksienko Elena Anatolyevna** – Taganrog Institute of Management and Economy; e-mail: pumka@mail.ru; 44, Roza Lyuksemburg street, app. 54,б, Taganrog, 347900, Russia, phone: +78634613432; the department of mathematics and computer science; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 620.9:519.711

**В.В. Соловьев, В.Ю. Степанова, В.В. Шадрин**

### **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ОТОПЛЕНИЯ МНОГОЭТАЖНОГО ЗДАНИЯ**

*Выполнен анализ схем зависимого присоединения систем отопления. Разработана схема подключения со смесительным насосом на перемычке между прямым и обратным трубопроводом для 9-этажного жилого дома. Разработана математическая модель теплового баланса. Определены выражения для теплового потока через подмешивающий насос и регулирующий клапан. Представлена модель потерь через ограждающие конструкции. Получена полная математическая модель теплового баланса и зависимость доли открытия клапана и производительности насоса. Выполнено исследование модели для ряда температур наружного воздуха.*

*Тепловой баланс; смесительный насос.*

**V.V. Soloviev, V.Y. Stepanova, V.V. Shadrina**

### **MATHEMATICAL MODEL OF SYSTEM OF HEATING OF THE MANY-STOREYED BUILDING**

*The analysis of schemes of dependent joining of systems of heating is made. With the mixing pump on a crosspiece between the direct and return pipeline the scheme of connection is developed for 9 floor apartment houses. The mathematical model of thermal balance is developed. Expressions for a thermal stream through mixing pump and regulating valve are defined. The model of losses through protecting designs is presented. The full mathematical model of thermal balance and dependence of a share of opening of the valve and productivity of the pump is received. Research of model for a number of temperatures of external air is executed.*

*Thermal balance; the mixing pump.*

**Введение.** С увеличением стоимости энергоресурсов задача разработки энергоэффективных систем отопления зданий является актуальной. Доля затрат на отопление в коммунальных платежах доходит до 50 %. Если рассмотреть взаимодействие всех элементов наружных и внутренних инженерных систем на пути от потребителя до источника теплоты, то можно обнаружить участки, модернизация которых с помощью современных технических средств, позволит обеспечить энергосбережение и снизить финансовые затраты на отопление [1]. Безусловно, существующие теплосети не в полной мере отвечают современным условиям регулирования теплопотребления зданий. Поэтому распределение и регулирование тепловой энергии как внутри, так и снаружи зданий в соответствии с потребностью являются одними из основополагающих подходов энергосбережения. В данной работе исследуется система отопления многоэтажного здания с искусственной циркуляцией теплоносителя, позволяющая, по оценкам экспертов, снизить затраты на отопление на 20 % и обеспечить более комфортное пребывание людей в отапливаемых помещениях.