$$\alpha_t = \begin{cases} -y_t, & \text{если} \quad |y_t| \le \Delta l_t = l_t - l_{t+1}, \\ -\Delta l_t \operatorname{sign} y_t, & \text{если} \quad |y_t| > \Delta l_t. \end{cases} \qquad (12)$$

Шаг 7. По данному α_t выбор центра x_{t+1} очередного стробирующего окна осуществляется рекуррентным образом по формуле (6):

$$x_{t+1} = x_t + \alpha_t$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Holt M.D.* Low-power – low-cost undersea telemetry system // Proc. of MTS/IEEE Oceans. 2005. – С. 1-6.
2. *Liptser R.Sh.* About confidence probability maximization by incomplete data // Кибернетика. – Киев, 1966. – № 1. – С. 83-86.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.Х. Пшихопов.

Рубинович Евгений Яковлевич – Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова Российской Академии наук; e-mail: rubinvch@ipu.rssi.ru; 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, 65; тел.: 84953349111; зам. директора по научной работе; д.т.н.; профессор.

Rubinovich Evgeny Yakovlevich – Trapeznikov Institute of Control Sciences, Russian Academy of Sciences; e-mail: rubinvch@ipu.rssi.ru; 65, Profsoyuznaya street; Moscow, 117997, Russia; phone: +74953349111; the deputy director on R&D; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 681.513

В.Х. Пшихопов, М.Ю. Медведев, Б.В. Гуренко, А.А. Мазалов

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ ОДНОГО КЛАСCA С ОБЕСПЕЧЕНИЕМ МАКСИМАЛЬНОЙ СТЕПЕНИ УСТОЙЧИВОСТИ*

Рассматривается алгоритм прямого адаптивного управления нелинейными объектами специального вида. Алгоритм обеспечивает максимальную область асимптотической устойчивости замкнутой системы при заданных ограничениях на управляющие воздействия. Для синтеза системы управления используется принцип максимума Понтрягина. Устойчивость замкнутой системы доказана посредством найденной функции Ляпунова для рассматриваемого класса нелинейных объектов. Приведены результаты численного моделирования, подтверждающие теоретические результаты.

Прямое адаптивное управление; принцип максимума.

V.Kh. Pshikhopov, M.Yu. Medvedev, B.V. Gurenko, A.A. Mazalov

ADAPTIVE CONTROL OF A CLASS OF NONLINEAR OBJECTS FOR ASSURING MAXIMUM OF STABILITY DEGREE.

This paper presents algorithm of direct adaptive control for a class of nonlinear objects. The algorithm ensures maximal area of the system stability if the control is bounded. Control design method is based on the principle of maximum. Stability of the designed closed-loop system is proved by functions of Lyapunov method. Computer modeling results confirm theory.

Direct adaptive control; principle of maximum.

* Работа выполнена в рамках гранта Президента РФ НШ-1557.2012.10 для государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации.

Введение. Проблема адаптивного управления активно исследуется на протяжении нескольких десятков лет [1, 2]. Однако в нелинейной постановке удается получить решение только для частных классов объектов. На практике наиболее широко используются беспоисковые адаптивные системы [2]. В рамках данного подхода возможно построение прямого и непрямого адаптивного управления, однако последнее строится из предположения о выполнении теоремы разделения, в силу чего его применение для нелинейных систем не гарантирует в общем случае асимптотической устойчивости. В этой связи более перспективным представляется прямое адаптивное управление. В основу предлагаемого метода положен метод структурного синтеза Л.М. Бойчука [3, 4], компилированный позднее в терминах синергетики в работе [5]. В иностранной литературе также принято ссылаться на компиляцию [6]. Данный метод успешно развивается и в настоящее время. На его основе реализовано ряд эффективных методов синтеза управлений подвижными объектами [7] и синтеза адаптивных систем [8, 9].

В настоящей статье на основе принципа максимума [10] развиваются методы синтеза адаптивных систем управления, представленные в [11–14].

Постановка задачи. Пусть объект управления представлен в следующем виде:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{a},\boldsymbol{u},\boldsymbol{m}\right), \tag{1}$$

где $\boldsymbol{x}$ – вектор переменных состояния; $\boldsymbol{a}$ – вектор параметров; $\boldsymbol{u}$ – вектор управляющих воздействий; $\boldsymbol{m}$ – вектор внешних возмущающих воздействий; $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{a},\boldsymbol{u},\boldsymbol{m})$ – непрерывная дифференцируемая функция.

Для синтеза управления вместо объекта (1) рассматривается следующая модель синтеза:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{f}^{0}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{a},\boldsymbol{u},\boldsymbol{m}) + \boldsymbol{y}, \\ \dot{\boldsymbol{y}} &= \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}), \end{aligned} \tag{2}$$

где $\boldsymbol{f}^{0}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{a},\boldsymbol{u},\boldsymbol{m})$ – функциональный вектор, описывающий номинальную динамику объекта (1); $\boldsymbol{y}$ – вектор дополнительных переменных; $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ – выбираемая в процедуре синтеза функция.

Пусть цель управления состоит в переводе объекта (1) из произвольного начального состояния $\boldsymbol{x}^{0}$ в некоторой области Ω в окрестность некоторого гладкого многообразия

$$\psi(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{0}\ . \tag{3}$$

Требуется обеспечить попадание на многообразие (3) и дальнейшее устойчивое движение вдоль этого многообразия.

Синтез алгоритма управления. На первом этапе выбирается такая структура векторной функции $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$, которая согласуется с целью управления и обеспечивает генерирование возмущения $\boldsymbol{y}$ при наличии ошибок. Если сформулирована цель управления для исходного объекта (1) в виде многообразия (3), то функция $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ выбирается в виде

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \psi(\boldsymbol{x}). \tag{4}$$

На втором этапе производится синтез управления, обеспечивающего асимптотическую устойчивость расширенной модели (2) относительно цели управления, которая преобразуется к форме

$$\psi^{1}\left(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}\right) = \psi\left(\boldsymbol{x}\right) + \boldsymbol{a}\left(\boldsymbol{y}\right) = \boldsymbol{0}, \tag{5}$$

где $\boldsymbol{a}(\boldsymbol{y})$ – дифференцируемая векторная функция, выбираемая в процессе синтеза. В частном случае, элементы векторной функции могут быть выбраны в виде линейной комбинации вектора $\boldsymbol{y}$:

$$\psi^{1}(x,y)=\psi(x)+Ay=0, \tag{6}$$

где A – матрица постоянных коэффициентов.

На третьем этапе, исходя из того, что цель управления (5) достигнута, проводится анализ уравнения

$$\dot{y}=-a(y). \tag{7}$$

Выбрав вектор $a(y)$ таким образом, чтобы обеспечить асимптотическую устойчивость системы, завершаем процедуру синтеза.

Если цель управления выбрана в виде (6), то уравнение (7) будет иметь вид

$$\dot{y}=-Ay. \tag{8}$$

В этом случае свойства системы (8) определяются собственными числами матрицы A.

Изложенная методика не раскрывает второй этап, на котором осуществляется синтез управления. В этой связи изложим новый метод, позволяющий синтезировать управление, обеспечивающее попадание на многообразие (6). Предлагаемый метод синтеза основывается на принципе максимума Понтрягина [10] и заключается в применении нового способа построения функции Понтрягина, предложенного в [11–14].

Рассмотрим расширенную модель (2) объект и векторное многообразие (3) в случае, когда целью управления является попадание в начало координат. В этом случае выражения (3)–(6) преобразуются к виду:

$$x=0. \tag{9}$$

$$g(x)=x. \tag{10}$$

$$\psi^{1}(x,y)=x+a(y)=0. \tag{11}$$

$$\psi^{1}(x,y)=x+Ay=0. \tag{12}$$

В соответствии с целью управления требуется обеспечить попадание на многообразие (12), поэтому сформируем функцию Понтрягина в виде [11–14]:

$$H=(-x-a(y))\left(f^{0}(x,a,u,m)+y+Ax\right). \tag{13}$$

Предположим для определенности, что система (1) является аффинной по вектору управляющих воздействий u, т.е. функция $f^{0}(x,a,u,m)$ представляется в следующем виде:

$$f^{0}(x,a,u,m)=f^{01}(x,a,m)+F^{02}(x,a,m)u,. \tag{14}$$

где $f^{01}(x,a,m)$ – функциональный вектор; $F^{02}(x,a,m)$ – функциональная матрица.

В этом случае вектор управляющих воздействий, доставляющий максимум функции Понтрягина (13), определяется выражением

$$u=u_{max}\times sign\left[F^{02T}(x,a,m)(-x-Ay)^{T}\right], \tag{15}$$

где $u_{\max}$ – вектор постоянных ограничений на управление; $\times$ – поэлементное умножение векторов.

В области, определяемой неравенством

$$\left|\left(f_i^{02}(x,a,m),u_{\max}\right)\right|>\left|f_i^{01}(x,a,m)+y_i+(a_i,x)\right|, \tag{16}$$

где $f_i^{02}(x,a,m)$ – i-я строка матрицы $F^{02}(x,a,m)$; $f_i^{01}(x,a,m)$ – элементы вектора $f^{01}(x,a,m)$; y_i – элементы вектора y; a_i – строки матрицы A; $\left(f_i^{02}(x,a,m),u_{\max}\right)$, (a_i,x) – скалярные произведения векторов, функция Понтрягина (13) положительно определена.

Управление (15) обеспечивает оптимальное по быстродействию попадание на целевое векторное многообразие (12) объекта (2). При аппроксимации знаковой функции $sign$ в (15) некоторой непрерывной функцией получим субоптимальный закон управления, для которого можно ввести в рассмотрение следующую функцию Ляпунова:

$$V = 0{,}5(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{A}\boldsymbol{y})^2 . \tag{17}$$

Продифференцировав функцию (17) по времени с учетом уравнений замкнутой системы (2), (15), получим:

$$\frac{dV(t)}{dt} \approx -H < 0 . \tag{18}$$

Таким образом, предложенная процедура адаптации обеспечивает максимально возможную область асимптотической устойчивости замкнутых систем и оптимизацию системы управления по быстродействию.

Пример синтеза управления для частного класса объектов. Рассмотрим пример синтеза адаптивной системы с максимальной степенью устойчивости для объекта второго порядка. Пусть объект управления описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1,x_2) + b_{11}(x_1,x_2)u_1 + b_{12}(x_1,x_2)u_2, \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1,x_2) + b_{21}(x_1,x_2)u_1 + b_{22}(x_1,x_2)u_2, \end{aligned} . \tag{19}$$

где x_1, x_2 – переменные состояния; u_1, u_2 – управляющие воздействия; $f_1(x_1,x_2)$, $b_{11}(x_1,x_2)$, $b_{12}(x_1,x_2)$, $f_2(x_1,x_2)$, $b_{21}(x_1,x_2)$, $b_{22}(x_1,x_2)$ – ограниченные функции, удовлетворяющие условиям существования и единственности.

Предположим, что на объект (19) воздействуют неизмеряемые возмущения. Целью управления является приведение переменных x_1, x_2 в начало координат из произвольного состояния, задаваемого в некоторой ограниченной области пространства состояния. Введем в рассмотрение расширенную систему следующего вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1,x_2) + b_{11}(x_1,x_2)u_1 + b_{12}(x_1,x_2)u_2 + x_3, \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1,x_2) + b_{21}(x_1,x_2)u_1 + b_{22}(x_1,x_2)u_2 + x_4, \\ \dot{x}_3 &= -x_1, \\ \dot{x}_4 &= -x_2, \end{aligned} . \tag{20}$$

где x_3, x_4 – дополнительные переменные, генерируемые системой управления для подавления возмущений.

Введем следующее векторное целевое многообразие:

$$\boldsymbol{\psi} = \begin{bmatrix} -x_1 + \alpha_1 x_3 \\ -x_2 + \alpha_2 x_4 \end{bmatrix} = 0 , \tag{21}$$

где α_1, α_2 – постоянные параметры.

Сформируем функцию Понтрягина следующего вида:

$$\begin{aligned} H &= \boldsymbol{\psi}^T \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \\ &= (-x_1 + \alpha_1 x_3)(f_1(x_1,x_2) + b_{11}(x_1,x_2)u_1 + b_{12}(x_1,x_2)u_2 + x_3) + \\ &+ (-x_2 + \alpha_2 x_4)(f_2(x_1,x_2) + b_{21}(x_1,x_2)u_1 + b_{22}(x_1,x_2)u_2 + x_4). \end{aligned} \tag{22}$$

Из выражения последнего выражения получим управления, обеспечивающие максимум функции (22):

$$u_1 = U^1_{\max} sign\left[b_{11}(x_1, x_2)(-x_1 + \alpha_1 x_3) + b_{21}(x_1, x_2)(-x_2 + \alpha_2 x_4)\right],$$
$$u_2 = U^2_{\max} sign\left[b_{12}(x_1, x_2)(-x_1 + \alpha_1 x_3) + b_{22}(x_1, x_2)(-x_2 + \alpha_2 x_4)\right], \qquad (23)$$

где $U^1_{\max}, U^2_{\max}$ – положительные числа, ограничивающие амплитуды управляющих воздействий.

При выполнении ограничений

$$|b_{11}(x_1, x_2)|U^1_{\max} + |b_{12}(x_1, x_2)|U^2_{\max} > |f_1(x_1, x_2) + x_3|,$$
$$|b_{21}(x_1, x_2)|U^1_{\max} + |b_{22}(x_1, x_2)|U^2_{\max} > |f_2(x_1, x_2) + x_4|. \qquad (24)$$

функция (22) положительно определена.

Управления (23) осуществляют точную динамическую декомпозицию объекта (20), обеспечивая за конечное время попадание на многообразие (21). После этого можно рассматривать уравнения остаточной динамики, которые имеют вид

$$\dot{x}_3 = -\alpha_1 x_3,$$
$$\dot{x}_4 = -\alpha_2 x_4. \qquad (25)$$

Очевидно, что при выполнении условий

$$\alpha_1 > 0, \quad \alpha_2 > 0 \qquad (26)$$

декомпозированная система (25) асимптотически устойчива.

Результаты моделирования адаптивной системы управления с максимальной степенью устойчивостью представлены на рис. 1–4. Моделирование проводилось при следующих параметрах: $f_1(x_1, x_2) = -x_1$, $f_2(x_1, x_2) = -x_2$, $b_{11}(x_1, x_2) = 1$, $b_{12}(x_1, x_2) = 1$, $b_{21}(x_1, x_2) = -1$, $b_{22}(x_1, x_2) = 1$, $U^1_{\max} = U^2_{\max} = 1$, $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 1$.

На рис. 1 представлено изменение переменных состояния замкнутой системы (19), (20), (23) для различных начальных условий, на рис. 2 – изменение управляющих воздействий, на рис. 3 – траектории движения системы в пространстве состояния, а на рис. 4 – изменение дополнительных переменных динамического адаптивного регулятора.

Приведенные результаты моделирования подтверждают эффективность синтезированной адаптивной системы и попадание системы на целевое многообразие (21) за конечное время. Отметим, что дальнейшее движение замкнутой системы на исходное целевое многообразие также может быть организовано субоптимально по быстродействию.

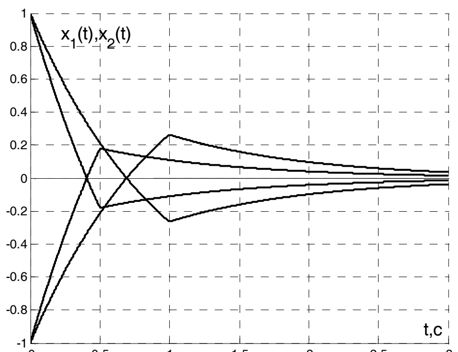

Рис. 1. Переходные процессы

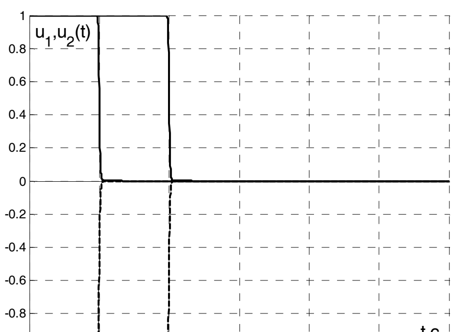

Рис. 2. Управления

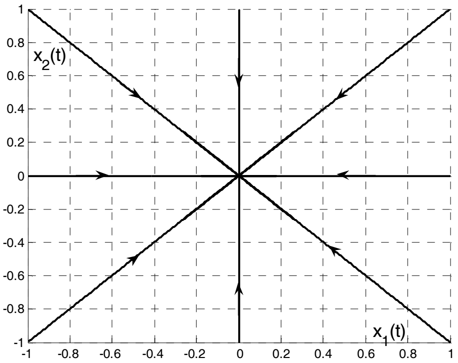

Рис. 3. Траектории движения

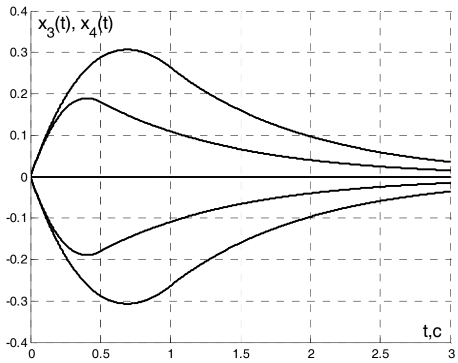

Рис. 4. Дополнительные переменные

Заключение. Предложенный метод позволяет синтезировать прямое адаптивное управление заданным классом нелинейных многосвязных объектов. Метод позволяет осуществлять точную динамическую декомпозицию нелинейных многосвязных объектов. При этом получаемое управление является релейным. При аппроксимации релейных управлений непрерывными функциями обеспечивается асимптотическая устойчивость замкнутых систем относительно целевых многообразий в максимальной области пространства состояния, определяемой ограничениями на управления.

Предложенный метод может быть использован для синтеза адаптивных систем управления различными подвижными объектами, электромеханическими системами и технологическими процессами. Особенно эффективен данный метод в нештатных и критических ситуациях, требующих высокого быстродействия.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Красовский А.А.* Науковедение и состояние современной теории управления техническими системами // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1998. – № 6.
2. *Земляков С.Д., Рутковский В.Ю.* О некоторых результатах развития теории и практики применения беспоисковых адаптивных систем // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 7.
3. *Бойчук Л.М.* Метод структурного синтеза нелинейных систем автоматического управления. – М.: Энергия, 1971.
4. *Бойчук Л.М.* Синтез координирующих систем автоматического управления. – М.: Энергоатомиздат, 1991.
5. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994.
6. *Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotović P.V.* A new generation of adaptive controllers for linear systems // Proc. of 31-st IEEE Conf. Dec. Control, Tuscon. – 1992. – P. 3644-3651.
7. *Пшихопов В.Х.* Управление подвижными объектами в априори неформализованных средах // Известия ЮФУ. Технические науки. –2008. – № 12 (89). – С. 6-19.
8. *Медведев М.Ю.* Алгоритмы адаптивного управления исполнительными приводами // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2006. – № 6. – С. 17-22.
9. *Медведев М.Ю.* Робастное управление системой с квадратичной нелинейностью // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2008. – № 1. – С. 16-18.
10. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.* Математическая теория оптимальных процессов. – М.: Физматгиз, 1961.
11. *Медведев М.Ю.* Синтез замкнутых оптимальных по быстродействию управлений каскадными нелинейными динамическими системами с ограничениями на координаты // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2009. – № 7. – С. 2-6.
12. *Медведев М.Ю.* Синтез субоптимальных управлений нелинейными многосвязными динамическими системами // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2009. – № 12. – С. 2-8.

13. *Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю.* Синтез адаптивных систем управления летательными аппаратами // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 3 (104). – С. 187-196.
14. *Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю.* Блочный синтез робастных систем при ограничениях на управления и координаты состояния // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2011. – № 1. – С. 2-8.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Р.А. Нейдорф.

Пшихопов Вячеслав Хасанович – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: pshichop@rambler.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371694; кафедра электротехники и мехатроники; зав. кафедрой; д.т.н.

Медведев Михаил Юрьевич – e-mail: medv_mihal@rambler.ru. Кафедра электротехники и мехатроники; к.т.н., доцент.

Гуренко Борис Викторович – e-mail: boris.gurenko@gmail.com; кафедра электротехники и мехатроники; аспирант.

Мазалов Андрей Андреевич – e-mail: anmaz8@list.ru; кафедра электротехники и мехатроники; аспирант.

Pshixopov Vyacheslav Xasanovich – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: pshichop@rambler.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371694; the department of electrical engineering and mechatronics; department head; dr. of eng. sc.

Medvedev Mixail Yur’evich – e-mail: medv_mihal@rambler.ru; the department of electrical engineering and mechatronics; cand. of eng. sc.; associate professor.

Gurenko Boris Victorovich – e-mail: boris.gurenko@gmail.com; the department of electrical engineering and mechatronics; postgraduate student.

Mazalov Andrey Andreevich – e-mail: anmaz8@list.ru; the department of electrical engineering and mechatronics; postgraduate student.

УДК 681.51(06)

А.Р. Гайдук, Е.А. Плаксиенко

АСТАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ*

Предложен метод синтеза астатического управления нелинейными объектами. Метод позволяет обеспечить астатизм заданного порядка к неизмеряемым возмущениям. Управление, компенсирующее влияние внешних неизмеряемых возмущений, строится на основе оценок возмущений и их производных по времени. Эти оценки формируются на основе переменных состояния реального объекта управления и дополнительных интеграторов, вводимых в устройство управления, а также на основе оценок переменных состояния некоторой эквивалентной системы. Нелинейное устройство управления включает также наблюдатель состояния указанной эквивалентной системы. Число интеграторов, вводимых в устройство управления, определяется точкой приложения воздействия к объекту и заданным порядком астатизма. Приводится численный пример синтеза.

Нелинейный объект; астатизм; эквивалентная система; наблюдатель состояния.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11-08-01196-а).