БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Pecora L.M., Caroll T.L., Jonnson G.A., Mar D.J., Heagy J.F.* Fundamentals of synchronization in chaotic systems. Concepts and applications // Caos. – 1997. – Vol. 7, № 4. – P. 520-543.
2. *Peng J.H., Ding E.J., Ding M., Yang W.* Synchronizing hiperchaos with a scalar transmitted signal // Phys. Rev. Lett. – 1996. – Vol. 76, № 6. – P. 904-907.
3. *Taanaka K., Jkeda T., Wang H.O.* Unified Approach to Controlling Chaos via an LMI-Based Fuzzy Control Systems Desing // IEEE Trans. Circuits Syst. J. – 1998. – Vol. 45, № 10. – P. 1021-1040.
4. *Андриевский В.Р., Фрадков А.Л.* Управление хаосом: методы и приложения. I. Методы // Автоматика и телемеханика. – 2003. – № 5.
5. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994.
6. *Смейл С.* Современные проблемы хаоса и нелинейности. – Ижевск: ИКИ, 2002.
7. *Магницкий Н.А., Сидоров С.В.* Новые методы хаотической динамики. – М.: Едиториал УРСС, 2004.
8. *Леонов Г.А.* Странные аттракторы и классическая теория устойчивости движения. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004.
9. *Зубов И.В.* Методы анализа динамики управляемых систем. – М.: Физматлит, 2003.
10. *Неймарк Ю.И., Ланда П.С.* Стохастические и хаотические колебания. – М.: Наука, 1987.
11. *Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А.* Нестационпрные структуры и диффузионный хаос. – М.: Наука, 1992.
12. *Накен Г.* Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. – М.: Мир,1991.
13. *Николис Г., Пригожин И.* Познание сложного. – М.: Мир, 1990.
14. *Берже П., Помо И., Видаль К.* Порядок в хаосе. – М.: Мир,1991.
15. *Дмитриев А.С., Кислов В.Я.* Стохастические колебания в радиофизике и электронике. – М.: Наука, 1989.
16. Странные аттракторы / Под ред. Я.Г. Синая и Л.П. Шильникова. – М.: Мир, 1981.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.М. Першин.

Колесников Анатолий Аркадьевич – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: anatoly.kolesnikov@gmail.com; 347928, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: 88634360707; кафедра синергетики и процессов управления; заведующий кафедрой; д.т.н.; профессор.

Kolesnikov Anatoliy Arkad'evich – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University"; e-mail: anatoly.kolesnikov@gmail.com; 2, Chekhov street, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634360707; the department of synergetics and control; head the department; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 681.51

А.Н. Попов

СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ ЗАДАЧ ГЕНЕРАЦИИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Колебательные процессы необычайно широко распространены как в неорганическом мире, так и в живых организмах, а следовательно, могут рассматриваться как архетип зависящего от времени режима поведения динамических систем различной природы. В промышленную эпоху осцилляторы находят многочисленное приложение в механике, электротехнике, акустике и становятся одним из основных компонентов многих создан-

ных человеком машин и устройств. В статье предложена методика синергетического синтеза законов управления техническими системами, которые приводят к возникновению режимов регулярных и хаотических колебаний управляемых переменных.

Регулярные и хаотические колебания; управление техническими системами; синтез автоматических регуляторов; синергетическая теория управления; предельный цикл; странный аттрактор.

A.N. Popov

SYNERGETIC CONTROL SYNTHESIS FOR GENERATION OF OSCILLATIONS IN ENGINEERING SYSTEM

Oscillations have a wide distribution in abiocoen and in living organisms and may be considered as archetype of time mode for various dynamic systems. Regular oscillators are widely used in mechanics, electrical engineering, acoustics etc. and become a one of most important parts of artificial machines and devices. In a paper a synergetic method of control algorithms synthesis for engineering systems is proposed. These algorithms are nonlinear feedbacks, guaranteed a regular or chaotic modes appearing.

Regular and chaotic oscillation; engineering systems control; feedback synthesis; synergetic control theory; circle and strange attractors

Введение. Подавляющее большинство автоматических регуляторов, используемых в современных технических системах, решают задачу удержания управляемых переменных в заданном значении, т.е. задачу стабилизации. Эта задача решается путем конструирования соответствующих компенсирующих обратных связей. С другой стороны, существует целый ряд технологических процессов, требующих организации периодического изменения переменных во времени (радиотехнические и акустические системы, абсорбирующие агрегаты, виброустановки и т.д.). Кроме того, замечено, что интенсивность и продуктивность некоторых процессов значительно возрастает при возникновении режимов нерегулярных (хаотических) колебаний. Целенаправленная хаотизация сигналов также актуальна для задач кодирования и защиты информации.

Обычно генерация колебательных режимов в технических системах обеспечивается путем разработки соответствующей конструкции технологического агрегата, использования дополнительных преобразовательных устройств, что в конечном итоге приводит к увеличению материальных затрат. В связи с этим особый интерес вызывает возможность организации режимов регулярных и хаотических колебаний в технической системе «кибернетическим» способом, т.е. путем соответствующего управления. В настоящей статье представлен подход к решению указанной задачи, базирующийся на понятиях нелинейной динамики, а также принципах и методах синергетической теории управления [1–2].

Общий подход. Методы синергетической теории управления основаны на идее формирования в пространстве состояния динамической системы искусственных аттракторов, соответствующих желаемым режимам функционирования системы. Это формирование обеспечивается путем конструирования соответствующих обратных связей. Аналитическое конструирование обратных связей эквивалентно решению задачи синтеза алгоритмов управления.

Как известно, любому стационарному режиму динамической системы соответствует аттрактор определенного типа. В случае стабилизации управляемых переменных такой аттрактор имеет топологию точки. Геометрическим образом режимов периодических и хаотических колебаний являются аттрактор типа «предельный цикл» и «странный» аттрактор соответственно. Отсюда следует очевидная идея: чтобы в технической системе возникали регулярные или хаотические колебания в ее пространстве состояний в результате действия управления должен возникать аттрактор определенного типа. Приведенные соображения определяют ход процедуры синергетического синтеза и выбор формируемых инвариантных многообразий. В работе [3] эта идея продемонстрирована при решении задачи синтеза электромеханических осцилляторов – электромеханических систем, работающих в режиме генерации периодических колебаний механического положения исполнительного органа. При этом процедура синтеза была построена таким образом, что уравнения декомпозированной системы, которые фактически являются уравнениями механического движения, соответствовали уравнениям известных автоколебательных систем (Ван дер Поля, Рэллея), т.е. систем 2-го порядка с аттрактором «предельный цикл». Тогда замкнутая система «объект-регулятор» приобретает свойства автоколебательной системы, не требующей включения в ее структуру дополнительных генераторов колебаний. Сама система за счет соответствующих обратных связей демонстрирует желаемый режим поведения. Следует, однако, отметить, что рассмотренный подход не всегда результативен, а возможность синтеза алгоритмов управления как функции координат самой системы напрямую зависит от структуры ее математической модели.

Указанные трудности могут быть успешно преодолены при включении в структуру системы дополнительного генератора колебаний и использовании основного принципа синергетической теории управления – принципа расширения-сжатия пространства состояний управляемых систем.

В этом случае при синтезе алгоритмов управления используется математическая модель расширенной системы, состоящая из уравнений самой технической системы и уравнений эталонного осциллятора:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x},\mathbf{u}); \\ \dot{\mathbf{y}} &= \mathbf{g}(\mathbf{y}), \end{aligned} \tag{1}$$

где $\mathbf{x}$ – вектор состояния системы, $\mathbf{u}$ – вектор управляющих воздействий, $\mathbf{y}$ – вектор переменных модели эталонного осциллятора.

В качестве модели эталонного осциллятора используются модели известных автоколебательных систем (Пуанкаре, Ван дер Поля, Релея и др.) или систем с детерминированным хаосом (Лоренца, Ресслера, Чуа и др.). Одна из переменных модели эталонного осциллятора рассматривается как эталонная переменная – $y^{(s)}$, которая изменяется во времени желаемым образом. В то же время одна из переменных технической системы – $x^{(c)}$ является управляемой с точки зрения решаемой технологической задачи – генерации регулярных и хаотических колебаний.

Тогда задача синтеза может быть сформулирована следующим образом: требуется найти закон управления $\mathbf{u}(\mathbf{x},\mathbf{y})$ как функцию координат состояния расширенной системы (1), обеспечивающий асимптотическое схождение управляемой и эталонной переменных: $x^{(c)} \to y^{(s)}$.

Для решения этой задачи используется метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов [1, 2]. В начале процедуры синтеза вводится совокупность инвариантных многообразий

$$\psi_i(\mathbf{x},\mathbf{y}) = 0,\ i = 1,\ldots,m,\ m = \dim\mathbf{u}.$$

Эти многообразия формируются исходя из целей управления (инвариантов системы) и структуры правых частей дифференциальных уравнений модели системы. Вектор управления ищется из решения системы уравнений в силу модели системы:

$$T_i\dot{\psi}_i + \psi_i = 0, i = 1,\ldots,m.$$

В случае многомерных и многосвязных динамических систем, когда сложно сразу сформировать многообразия нужным образом, используется идея поэтапной динамической декомпозиции. Многообразия содержат неизвестные функции, которые доопределяются в ходе анализа модели декомпозированной системы, описывающей динамику на их пересечении.

В качестве примеров, демонстрирующих применение изложенного выше подхода, рассмотрим решение задач синтеза алгоритмов управления, обеспечивающих генерацию режимов периодических или хаотических колебаний углового положения ротора двигателя постоянного тока (ДПТ).

Примеры синтеза. Модель ДПТ в переменных состояния хорошо известна и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = x_2;\\
&\dot{x}_2 = (cx_3x_4 - M_c)a_1;\\
&\dot{x}_3 = (u_1 - a_2x_3 - cx_2x_4)a_3;\\
&\dot{x}_4 = (u_2 - a_4x_4)a_5,
\end{aligned} \tag{2}$$

где x_1 и x_2 – угловое положение и угловая скорость ротора двигателя, x_3 – ток в обмотке якоря, x_4 – магнитный поток одного полюса, u_1 и u_2 – напряжения на обмотках якоря и возбуждения, M_c – момент сопротивления нагрузки со стороны приводимой машины, c, a_i – постоянные коэффициенты, связанные с параметрами электромагнитных цепей обмоток и инерционными свойствами ротора.

Управление ДПТ осуществляется путем изменения напряжения на обмотках якоря и возбуждения. По каналу возбуждения обычно производится стабилизация магнитного состояния машины x_4, а по каналу якоря обеспечивается необходимый характер изменения механических переменных x_1 и x_2. Любой двигатель является генератором механического движения, которое передается приводимой машине. Поэтому с точки зрения технологической задачи управляемыми переменными являются именно угловая скорость и угловое положение ротора.

Режим регулярных колебаний. В процедуре синтеза используется следующая модель расширенной системы:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = x_2;\\
&\dot{x}_2 = (cx_3x_4 - M_c)a_1;\\
&\dot{x}_3 = (u_1 - a_2x_3 - cx_2x_4)a_3;\\
&\dot{x}_4 = (u_2 - a_4x_4)a_5;\\
&\dot{y}_1 = (A_m^2 - y_1^2 - y_2^2)y_1 - \omega_0 y_2;\\
&\dot{y}_2 = (A_m^2 - y_1^2 - y_2^2)y_2 + \omega_0 y_2.
\end{aligned} \tag{3}$$

В качестве модели эталонного осциллятора используется известная система Пуанкаре. Характерными свойствами этой системы являются: существование в ее пространстве состояний предельного цикла в виде идеальной окружности, синусоидальная форма функций $y_1(t)$ и $y_2(t)$, а также возможность независимого изменения частоты ω_0 и амплитуды колебаний A_m.

Поставим задачу: определить вектор управления, обеспечивающий стабилизацию магнитного потока ($x_4 = x_4^*$) и регулярные колебания углового положения ротора ($x_1 \to y_1$). На первом этапе процедуры синтеза вводится совокупность инвариантных многообразий:

$$\begin{aligned}
&\psi_1 = x_3 - \varphi_1(x_1, x_2, y_1, y_2) = 0;\\
&\psi_2 = x_4 - x_4^* = 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

На пересечении этих многообразий реализуются динамические связи $x_3 = \varphi_1(x_1, x_2, y_1, y_2)$ и $x_4 = x_4^*$, а динамика декомпозированной системы описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1 = x_2;\\
&\dot{x}_2 = \left(c\varphi_1 x_4^* - M_c\right)a_1;\\
&\dot{y}_1 = (A_m^2 - y_1^2 - y_2^2)y_1 - \omega_0 y_2;\\
&\dot{y}_2 = (A_m^2 - y_1^2 - y_2^2)y_2 + \omega_0 y_2.
\end{aligned} \qquad (5)$$

Функцию φ_1 можно рассматривать как «внутреннее» управление для декомпозированной системы (5) и поставить задачу синергетического синтеза вновь. То есть ввести инвариантное многообразие («внутреннее»):

$$\psi_3 = x_2 + \beta(x_1 - y_1) = 0.$$

На инвариантном многообразии $\psi_3 = 0$ первое уравнение системы (5) преобразуется в уравнение $\dot{x}_1 = -\beta(x_1 - y_1)$, которое при положительном значении параметра β обладает свойством асимптотической устойчивости относительно значения y_1. Но так как y_1 является не постоянным числом, а эталонным временным сигналом, будет наблюдаться асимптотическое схождение управляемой и эталонной переменных.

Функция φ_1 ищется из решения функционального уравнения $T_3\dot{\psi}_3 + \psi_3 = 0$ в силу модели (5):

$$T_3\left(\dot{x}_2 + \beta(\dot{x}_1 - \dot{y}_1)\right) + x_2 + \beta(x_1 - y_1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_3\left(\left(c\varphi_1 x_4^* - M_c\right)a_1 + \beta(x_2 - (A_m^2 - y_1^2 - y_2^2)y_1 - \omega_0 y_2)\right) + x_2 + \beta(x_1 - y_1) = 0 \Rightarrow$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{cx_4^*}\left(M_c - \frac{1}{a_1}\left(\beta(x_2 - (A_m^2 - y_1^2 - y_2^2)y_1 - \omega_0 y_2) + \frac{1}{T_3}\left(x_2 + \beta(x_1 - y_1)\right)\right)\right).$$

Найдя эту функцию, можно определить окончательную структуру многообразия $\psi_1 = 0$ и завершить процедуру, определив $u_1 = u_1(\mathbf{x},\mathbf{y})$ и $u_2 = u_2(x_4)$ из решения системы уравнений

$$T_1\dot{\psi}_1 + \psi_1 = 0,\ T_2\dot{\psi}_2 + \psi_2 = 0$$

в силу уравнений модели (3).

На рис. 1–4 представлены результаты компьютерного моделирования замкнутой системы. Имитировался режим введения в режим регулярных колебаний и дальнейшее изменение частоты и амплитуды.

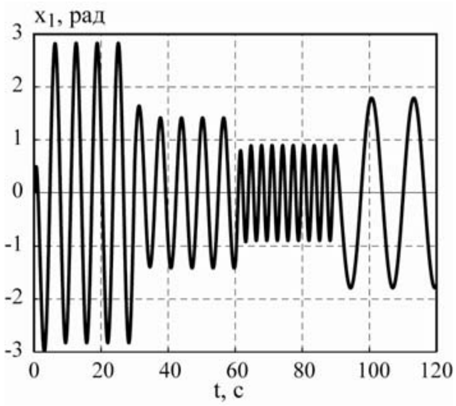

Рис. 1. Угловое положение ротора

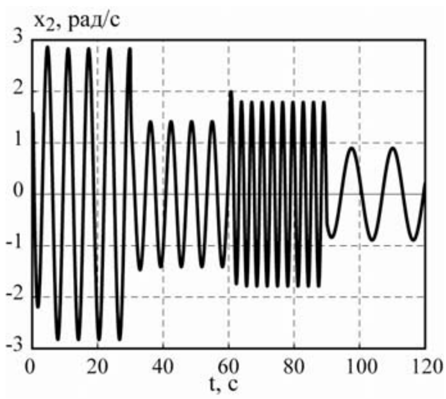

Рис. 2. Угловая скорость ротора

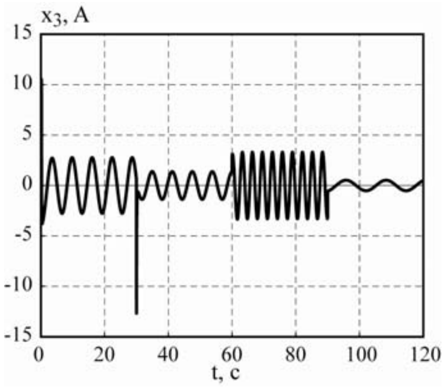

Рис. 3. Ток и напряжение якоря

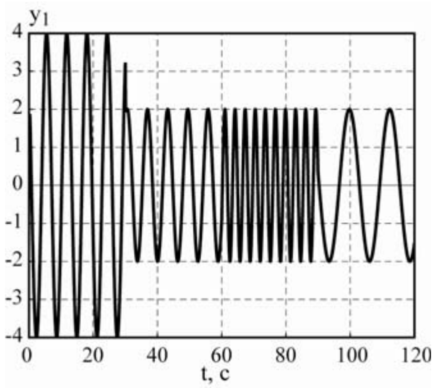

Рис. 4. Эталонная переменная

Режим хаотических колебаний. В качестве модели эталонного осциллятора используется известная система Лоренца:

$$\dot{y}_1 = \sigma(y_2 - y_1);$$
$$\dot{y}_2 = -y_1 y_3 + \rho y_1 - y_2;$$
$$\dot{y}_3 = y_1 y_2 - b y_3.$$

Процедура синергетического синтеза аналогична процедуре, описанной в предыдущем разделе. Функция φ_1 в рассматриваемом случае принимает следующий вид:

$$\varphi_1 = \frac{1}{c x_4^*}\left(M_c - \frac{1}{a_1}\left(\beta(x_2 - \sigma(y_2 - y_1)) + \frac{1}{T_3}\left(x_2 + \beta(x_1 - y_1)\right)\right)\right).$$

На рис. 5–8 представлены результаты моделирования замкнутой системы при характерных значениях параметров модели Лоренца $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $\rho = 27$.

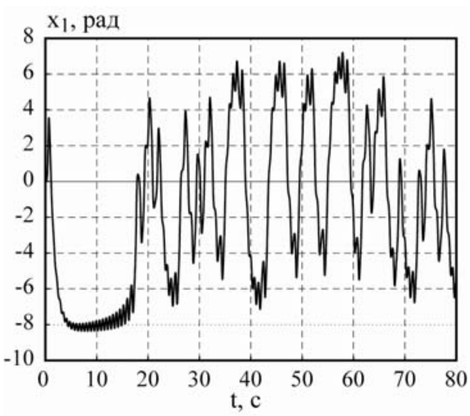

Рис. 5. Угловое положение ротора

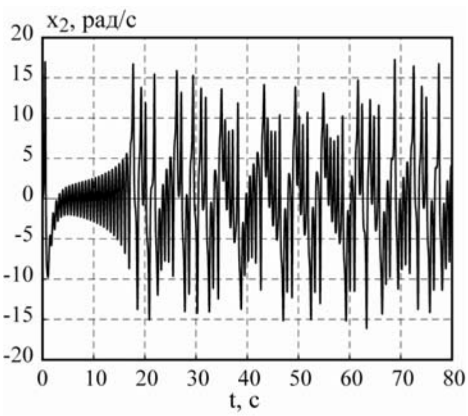

Рис. 6. Угловая скорость ротора

Следует заметить, что изменение управляемой переменной не повторяет изменение эталонной переменной абсолютно точно, хотя и имеет схожую тенденцию. Это вполне естественно и объясняется тем, что технический объект имеет собственную динамику, а также ограниченные энергетический ресурс и допустимый диапазон изменения переменных.

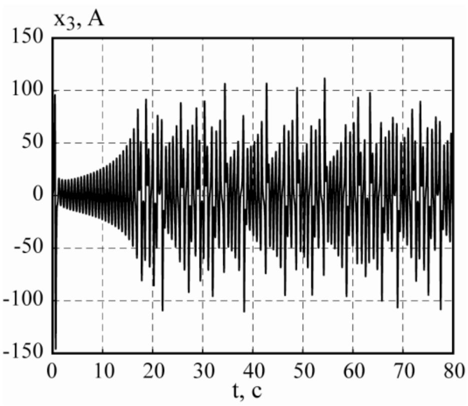

Рис. 7. Ток и напряжение якоря

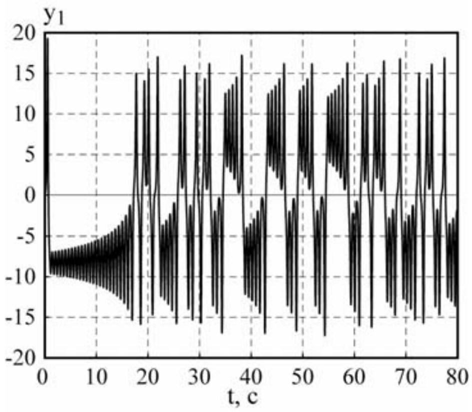

Рис. 8. Эталонная переменная

Заключение. Результаты моделирования подтверждают обоснованность изложенного в статье подхода и справедливость теоретических выкладок. Таким образом, разработанная методика синтеза может получить широкое применение при построении алгоритмов управления различными техническими системами для генерации режимов регулярных и хаотических колебаний управляемых переменных.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Колесников А.А.* Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. – М.: КомКнига, 2006. – 240 с.
2. Современная прикладная теория управления: Ч.II. Синергетический подход в теории управления / Под ред. А.А. Колесникова. – М.–Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.
3. *Попов А.Н., Колесников Ал.А.* Синергетический синтез генераторов нелинейных электромеханических колебаний // Нелинейный мир. – 2004. – Т. 2, № 4. – С. 278-284.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.М. Першин.

Попов Андрей Николаевич – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: andypriest@mail.ru; 347928, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: 88634360707; кафедра синергетики и процессов управления; к.т.н.; доцент.

Popov Andrey Nickolaevitch – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: andypriest@mail.ru; 2, Chekhov street, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634360707; the department of synergetics and control; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 004.056.55

С.И. Колесникова

ПРИМЕНЕНИЕ УПРАВЛЯЕМОЙ МОДЕЛИ ФЕЙГЕНБАУМА В КОДИРОВАНИИ ИНФОРМАЦИИ

Рассматривается проблема нежелательного влияния метода хранения данных на основе математики с плавающей запятой на характер хаотичности нелинейных систем. Представление числа с плавающей запятой для хранения действительных чисел в битовой строке с некоторой конечной точностью приводит к усилению влияния ошибки округления