

3. *Savtchenko A. et al.* Terra and Aqua MODIS products available from NASA GES DAAC // *Advances in Space Research.* – 2004. – № 34. – P. 710-714.
4. *Hannachi A., Awad A., Ammar K.* Climatology and classification of Spring Saharan cyclone tracks // *Clim. Dyn.* – 2011. – № 37. – P. 473-491.
5. Страница поиска Google Scholar, 25 Февраля 2012 г. <http://scholar.google.com.ua/scholar?q=Kalnay+The+NCEP%2FNCAR+40-year+reanalysis+project>.
6. *Rew R. et al.* The NetCDF Users Guide, UNIDATA, 2011.
7. The HDF Group, HDF5 Reference Manual, 2011.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.В. Боженюк.

**Родригес Залепинос Рамон Антонио** – Донецкий национальный технический университет; e-mail: [rodrigues@csm.donntu.edu.ua](mailto:rodrigues@csm.donntu.edu.ua); 83001, Украина, г. Донецк, ул. Артема, 58; тел.: +380623010769; кафедра компьютерных систем мониторинга; аспирант.

**Rodrigues Zalipynis Ramon Antonio** – Donetsk National Technical University; e-mail: [rodrigues@csm.donntu.edu.ua](mailto:rodrigues@csm.donntu.edu.ua); 58, Artema street, Donetsk, 83001, Ukraine; phone: +380623010769; the department of Computer Systems for Monitoring; postgraduate student.

УДК 681.327

**Л.С. Берштейн, А.В. Боженюк**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЧЕТКОГО ТЕМПОРАЛЬНОГО ГРАФА\***

*Рассматривается понятие нечеткого темпорального графа, который является обобщением с одной стороны нечеткого, а с другой стороны – темпорального графов. В нечетком темпоральном графе степень связности вершин изменяется в дискретном времени. Введены понятия максимального нечеткого внутренне устойчивого подмножества темпорального подграфа с наибольшей степенью внутренней устойчивости, а на его основе – нечеткого множества внутренней устойчивости как инварианта нечеткого темпорального графа. Рассмотрен метод нахождения всех максимальных нечетких внутренне устойчивых множеств с наибольшей степенью нечеткости, что позволяет находить нечеткое множество внутренней устойчивости. Рассмотрен пример нахождения нечеткого множества внутренней устойчивости нечеткого темпорального графа.*

*Нечеткий темпоральный граф; суграф нечеткого темпорального графа; степень инцидентности; нечеткое множество внутренней устойчивости.*

**L.S. Bershtein, A.V. Bozhenyuk**

### **INTERNAL STABLE DEFINITION OF FUZZY TEMPORAL GRAPH**

*In this paper the notion of temporal graph is considered. Which one is a generalization of a fuzzy graph on the one hand, and a temporal graph on the other hand. The incidence of graph vertices is changed in the discrete time in fuzzy temporal graph. The notions of maximum fuzzy internal stable subset and internal stable fuzzy of fuzzy temporal graph are introduced. The method of definition of internal stable fuzzy set is considered. The example of definition of internal stable fuzzy set is considered too.*

*Fuzzy temporal graph; subgraph of fuzzy temporal graph; incidence degree; internal stable fuzzy set.*

---

\* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ, проект № 10-01-00029а.

Теория графов привлекает большое внимание специалистов различных областей знания. Она используется для изучения многих сложных природных явлений. Наряду с традиционными применениями ее в таких науках, как физика, электротехника, химия, она проникла и в науки, считавшиеся раньше далекими от нее – экономику, социологию, лингвистику и др. Традиционно теория графов используется для представления отношений между элементами сложных структур различной природы [1–3]. При этом данные отношения между элементами являются постоянными и не меняются во времени. Такие графы в работе [4] были названы «статическими». В случае, когда отношения между элементами некоторой структуры изменяются во времени, традиционные «статические» графы не очень подходят для их описания и моделирования. В связи с этим является актуальным использование графовой модели, в которой связи между элементами (вершинами графа) изменяются во времени, т.е., темпорального графа [5]. В случае, когда в темпоральном графе связи между вершинами являются нечеткими, приходим к понятию нечеткого темпорального графа [6–8].

Однако использование нечетких как нечетких, так и темпоральных нечетких графов в качестве моделей различных систем имеет трудности. Это связано с тем, что большинство изоморфных преобразований нечетких графов изменяют их внешнее представление, не меняя их сигнатуры. В связи с этим актуальными являются вопросы, связанные с рассмотрением инвариантов нечетких темпоральных графов.

В данной работе вводится понятие нечеткого множества внутренней устойчивости, которое является инвариантом относительно изоморфных преобразований рассматриваемого нечеткого темпорального графа и позволяет производить его структурный анализ.

Темпоральным нечетким графом [8] называется тройка  $\tilde{G}=(X, \{ \tilde{\Gamma}_t \}, T)$ , где  $X$  – множество вершин графа с числом вершин  $|X|=n$ ;  $T=\{1, 2, \dots, N\}$  – множество натуральных чисел, определяющих (дискретное) время;  $\{ \tilde{\Gamma}_t \}$  – семейство нечетких соответствий, или нечетких отображений множества вершин  $X$  в себя в моменты времени  $t \in T$ , т.е.

$$(\forall x \in X)(\forall t \in T) [ \tilde{\Gamma}_t(x) = \{ \langle \mu_t(y) / y \rangle \}, y \in X, \mu_t \in [0, 1].$$

*Пример 1.* Рассмотрим темпоральный нечеткий граф  $\tilde{G}=(X, \{ \tilde{\Gamma}_t \}, T)$ , у которого множество вершин  $X=\{x_1, x_2, x_4\}$ , время  $T=\{1, 2, 3\}$ ,  $n=4$ ,  $N=3$ , а семейство соответствий  $\{ \tilde{\Gamma}_t \}$  задано в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_1(x_1) &= \{ \langle 0, 2/x_2 \rangle \}, & \Gamma_2(x_1) &= \{ \langle 0, 5/x_2 \rangle \}, & \Gamma_2(x_2) &= \{ \langle 0, 4/x_3 \rangle \}, & \Gamma_3(x_2) &= \{ \langle 0, 6/x_3 \rangle \}, \\ \Gamma_1(x_3) &= \{ \langle 0, 2/x_4 \rangle \}, & \Gamma_2(x_3) &= \{ \langle 0, 3/x_4 \rangle \}, & \Gamma_1(x_4) &= \{ \langle 0, 2/x_1 \rangle \}, & \Gamma_2(x_4) &= \{ \langle 0, 9/x_2 \rangle \}, \\ \Gamma_3(x_4) &= \{ \langle 0, 1/x_1 \rangle, \langle 1/x_2 \rangle \}. \end{aligned}$$

Графически темпоральный нечеткий граф можно задать в виде ориентированного графа (рис. 1), на дугах которого указано нечеткое множество на множестве времени  $T$ .

Таким образом, темпоральный нечеткий граф сводится к семейству  $T$  нечетких суграфов на одном и том же множестве вершин  $X$ .

Пусть задан нечеткий суграф  $\tilde{G}_t=(X, \tilde{U}_t)$  темпорального нечеткого графа  $\tilde{G}=(X, \{ \tilde{\Gamma}_t \}, T)$ , где  $X$  – множество вершин, а  $\tilde{U}_t = \{ \mu_t(x_i, x_j) \mid (x_i, x_j) \in X^2 \}$  – нечеткое множество ребер в момент времени  $t$  с функцией принадлежности

$\mu_t: X^2 \rightarrow [0,1]$ . Рассмотрим его нечеткий подграф  $\tilde{G}' = (X', \tilde{U}')$ , где  $X' \subseteq X, \tilde{U}' \subseteq \tilde{U}$ . Обозначим через  $\tau = \max_{\forall x_i, x_j \in X'} \{\mu_t(x_i, x_j)\}$ .

Подмножество вершин  $X'$  назовем нечетким внутренне устойчивым множеством в момент  $t$  со степенью внутренней устойчивости  $\alpha(X') = 1 - \tau$ .

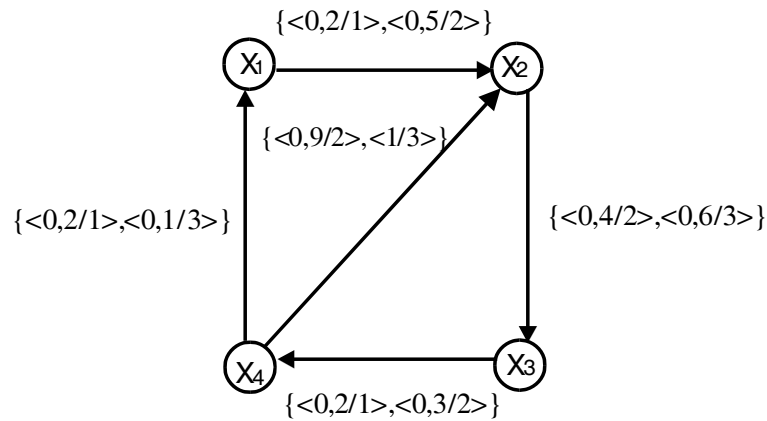


Рис. 1. Пример нечеткого темпорального графа

Пример 2. Для нечеткого графа, приведенного на рис. 1, времени  $t = 2$  и подмножества  $X' = \{x_1, x_2, x_3\}$  нечеткий подграф будет иметь вид, показанный на рис. 2.

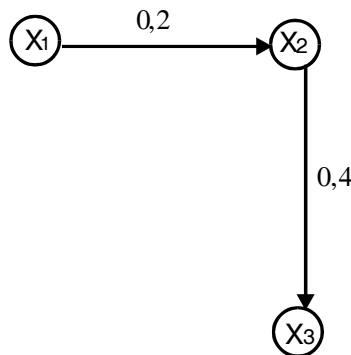


Рис. 2. Нечеткий подграф на подмножестве  $X'$  при  $t=2$

Величина  $\tau = \max\{0,2; 0,4\} = 0,6$ , и, следовательно, степень его внутренней устойчивости  $\alpha(X') = 1 - 0,6 = 0,4$ .

Если  $X' = X$ , то величина  $\alpha(X)$  определит степень внутренней устойчивости суграфа  $\tilde{G}_t$ .

Подмножество вершин  $X' \subseteq X$  назовем максимальным нечетким внутренне устойчивым множеством в момент времени  $t$  со степенью  $\alpha(X')$ , если для любого  $X'' \supset X'$  величина  $\alpha(X'') < \alpha(X')$ .

Пусть  $\tau_k = \{X_{K_1}, X_{K_2}, \dots, X_{K_l}\}$  – семейство максимальных нечетких внутренне устойчивых  $k$  вершинных множеств в момент времени  $t$  со степенями внутренней устойчивости  $\alpha_{X_{K_1}}^0, \alpha_{X_{K_2}}^0, \dots, \alpha_{X_{K_l}}^0$  соответственно. Обозначим через  $\alpha_{X_k}^{\max} = \max\{\alpha_{X_{K_1}}^0, \alpha_{X_{K_2}}^0, \dots, \alpha_{X_{K_l}}^0\}$ . Если семейство  $\tau_k = \emptyset$ , то положим  $\alpha_{X_k}^{\max} = \alpha_{X_{k-1}}^{\max}$ . Величина  $\alpha_{X_k}^{\max}$  означает, что в суграфе  $\tilde{G}_t$  существует подграф на  $k$  вершин со степенью внутренней устойчивости  $\alpha_{X_k}^{\max}$  и не существует никакого другого подграфа с  $k$  вершинами, чья степень внутренней устойчивости была бы больше величины  $\alpha_{X_k}^{\max}$ .

Множество  $\tilde{A}_t = \{\langle \alpha_{X_1}^{\max}/1 \rangle, \langle \alpha_{X_2}^{\max}/2 \rangle, \dots, \langle \alpha_{X_n}^{\max}/n \rangle\}$  назовем нечетким множеством внутренней устойчивости нечеткого суграфа  $\tilde{G}_t$ .

Множество  $\tilde{\Psi} = \&_{t \in T} \tilde{A}_t$  назовем нечетким множеством внутренней устойчивости темпорального нечеткого графа  $\tilde{G} = (X, \{ \tilde{\Gamma}_t \}, T)$ .

Рассмотрим метод нахождения всех максимальных нечетких внутренне устойчивых множеств с наибольшей степенью нечеткости. Метод является обобщением метода Магу для нечетких графов [9–11].

Пусть  $\Psi$  – некоторое нечеткое внутренне устойчивое множество со степенью внутренней устойчивости  $\alpha(\Psi)$ . Для произвольных вершин  $x_i, x_j \in X$  может выполняться один из следующих случаев: а)  $x_i \notin \Psi$ ; б)  $x_j \notin \Psi$ ; в)  $x_i \in \Psi$  и  $x_j \in \Psi$ . В последнем случае для степени внутренней устойчивости выполняется:  $\alpha(\Psi) \leq \min_{i \in T} (1 - \mu_i(x_i, x_j))$ . Иными словами, справедливо высказывание

$$(\forall x_i, x_j \in X)[x_i \notin \Psi \vee x_j \notin \Psi \vee (\alpha(\Psi) \leq \min_{i \in T} (1 - \mu_i(x_i, x_j)))] \quad (1)$$

С каждой вершиной  $x_i \in X$  свяжем булеву переменную  $p_i$ , принимающую значение 1, если  $x_i \in \Psi$ , и 0, если  $x_i \notin \Psi$ . Высказыванию  $\alpha(\Psi) \leq \min_{i \in T} (1 - \mu_i(x_i, x_j))$  поставим в соответствие нечеткую переменную  $\xi_{ij} = \min_{i \in T} (1 - \mu_i(x_i, x_j))$ .

Рассматривая выражение (1) для всех возможных значений  $i$  и  $j$ , получаем истинное нечеткое высказывание:

$$\Phi_{\Psi} = \&_i \&_{j \neq i} (\bar{p}_i \vee \bar{p}_j \vee \xi_{ij}) \quad (2)$$

В выражении (2) раскроем скобки и приведем подобные члены, используя правила нечеткого поглощения:

$$\begin{aligned} a \vee a \& b &= a, \\ a \& b \vee a \& \bar{b} &= a, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\xi' \& a \vee \xi'' \& a \& b = \xi' \& a, \text{ если } \xi' \geq \xi''.$$

Здесь  $a, b \in \{0,1\}$  и  $\xi', \xi'' \in [0,1]$ .

В результате выражение (2) будет представлено в виде

$$\Phi_{\Psi} = \bigvee_{i=1,l} (\bar{p}_{1_i} \& \bar{p}_{2_i} \& \dots \& \bar{p}_{k_i} \& a_i). \quad (4)$$

Справедливо свойство: если в выражении (4) дальнейшее упрощение на основе правил (3) невозможно, то для каждого  $i$ -го дизъюнктивного члена совокупность всех вершин, соответствующая переменным, которые в ней отсутствуют, дает максимальное внутреннее устойчивое множество с вычисленной степенью внутренней устойчивости  $a_i$ .

Данное свойство позволяет предложить следующий метод нахождения максимальных нечетких внутренне устойчивых множеств:

- ◆ для рассматриваемого нечеткого графа  $\tilde{G}$  записать выражение (2);
- ◆ упрощая выражение (2) и используя правила нечеткого поглощения (3), привести его к виду (4);
- ◆ по полученным дизъюнктивным членам разложения (4) выписать максимальные нечеткие внутренне устойчивые множества с вычисленными степенями внутренней устойчивости.

*Пример 3.* Найдем все максимальные внутренне устойчивые множества для нечеткого темпорального графа  $\tilde{G}$ , приведенного на рис. 1. Высказывание  $\Phi_{\Psi}$  для этого графа примет вид

$$\Phi_{\Psi} = (\bar{p}_1 \vee \bar{p}_2 \vee 0,5) \& (\bar{p}_2 \vee \bar{p}_3 \vee 0,4) \& (\bar{p}_3 \vee \bar{p}_4 \vee 0,7) \& \\ \& (\bar{p}_4 \vee \bar{p}_2 \vee 0) \& (\bar{p}_4 \vee \bar{p}_1 \vee 0,8).$$

Перемножая скобки первую на вторую и третью на пятую и используя правила (3), получаем:

$$\Phi_{\Psi} = (\bar{p}_2 \vee \bar{p}_1 \bar{p}_3 \vee 0,5 \bar{p}_3 \vee 0,4) \& (\bar{p}_1 \bar{p}_3 \vee \bar{p}_4 \vee 0,8 \bar{p}_3 \vee 0,7) \& (\bar{p}_4 \vee \bar{p}_2).$$

Перемножая полученные скобки первую на вторую и далее на третью, и опуская знак конъюнкции, окончательно получаем:

$$\Phi_{\Psi} = (\bar{p}_2 \bar{p}_4 \vee 0,8 \bar{p}_2 \bar{p}_3 \vee 0,7 \bar{p}_2 \vee \bar{p}_1 \bar{p}_3 \vee 0,5 \bar{p}_3 \vee 0,4) \& (\bar{p}_4 \vee \bar{p}_2) = \\ = \bar{p}_1 \bar{p}_3 \bar{p}_4 \vee \bar{p}_1 \bar{p}_2 \bar{p}_3 \vee \bar{p}_2 \bar{p}_4 \vee 0,8 \bar{p}_2 \bar{p}_3 \vee 0,7 \bar{p}_2 \vee 0,5 \bar{p}_3 \bar{p}_4 \vee 0,4 \bar{p}_4.$$

Откуда нечеткое множество внутренней устойчивости графа  $\tilde{G}$  примет вид

$$\tilde{A}_x = \{ \langle 1/1 \rangle, \langle 1/2 \rangle, \langle 0,7/3 \rangle, \langle 0/4 \rangle \}.$$

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. – М.: Наука, 1975.
2. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978.
3. Харари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973.
4. Kostakos V. Temporal graphs // In Proc. of Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. Elsevier. – 2008. – Vol. 388, № 6. – P. 1007-1023.
5. Берштейн Л.С., Боженик А.В. Использование темпоральных графов как моделей сложных систем // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 4 (105). – С. 198-203.
6. Берштейн Л.С., Боженик А.В., Розенберг И.Н. Определение сильной связности нечетких темпоральных графов // ОПиПМ. – 2011. – Т. 18. – Вып. 3. – С. 414-415.
7. Берштейн Л.С., Боженик А.В., Розенберг И.Н. Метод нахождения сильной связности нечетких темпоральных графов // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – Ростов-на-Дону: Изд-во РГУПС, 2011. – № 3 (43). – С. 15-20.
8. Берштейн Л.С., Беляков С.Л., Боженик А.В. Использование нечетких темпоральных графов для моделирования в ГИС // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 1 (126). – С. 121-127.
9. Берштейн Л.С., Боженик А.В. Определение нечетких внутренне устойчивых, внешне устойчивых множеств и ядер нечетких ориентированных графов // Известия РАН ТиСУ. – 1999. – № 1. – С. 161-165.

10. *Bershtein L.S., Bozhenuk A.V.* Maghout Method for Determination of Fuzzy Independent, Dominating Vertex Sets and Fuzzy Graph Kernels // *Int. J. General Systems.* – 2001. – Vol. 30, № 1. – P. 45-52.
11. *Берштейн Л.С., Боженюк А.В.* Нечеткие графы и гиперграфы. – М.: Научный мир, 2005, – 256 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н, профессор Е.А. Башков.

**Берштейн Леонид Самойлович** – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: lsb@tti.sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44, ГСП-17А; тел.: 88634371695; кафедра прикладной информатики; зав. кафедрой; д.т.н.; профессор,

**Боженюк Александр Витальевич** – Научно-технический центр «Информационные технологии» федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: avb002@yandex.ru; 347922, г. Таганрог, Октябрьская пл., 4; тел.: 88634681937; зав. отдела; д.т.н.; профессор.

**Bershtein Leonid Samoilovich** – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: lsb@tti.sfedu.ru; GSP-17A, 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371695; department of applied information science; chief of department; dr. of eng. sc.; professor.

**Bozhenyuk Alexander Vitalievich** – Scientific and Technical Center "INTECH" of Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education «Southern Federal University»; e-mail: avb002@yandex.ru; 4, Oktyabrskaya square, Taganrog, 347922, Russia; phone: +78634310866; head of department; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 629.78.05

**Ю.А. Геложе, П.П. Клименко, А.В. Максимов**

#### **УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССАМИ В НЕЛИНЕЙНОМ АВТОПИЛОТЕ**

*Исследованы процессы управления в нелинейной автоматической системе управления во время больших возмущений. Реализация в нелинейной модели автопилота принципа дополнительного управления позволила увеличить вероятность установления заданного угла крена и расширить диапазон установления углов вплоть до 2,8 радиан. Релейное управление позволяет уменьшить время переходных процессов. За счет применения пилообразной характеристики датчика угла крена, на её разрыве интегратор будет вносить существенные ошибки в систему. Этого можно избежать, если включать/выключать интегратор в нужное время. В работе показан принцип управления и обнуления интегратора, представляющий собой совместный процесс по приведению ЛА в устойчивое состояние.*

*Автопилот; управление; крен; нелинейная автоматическая система управления; релейное управление; интегратор; приведение ЛА в устойчивое состояние.*

**Y.A. Geloge, P.P. Klimenko, A.V. Maximov**

#### **RESEARCHING TRANSITIONAL PROCESSES IN NONLINER AUTOPILOT**

*The principles of processes control in automatic nonlinear systems are based. The research demonstrates that suggested principles of control are worth when applied in automatic systems during large indignations. The implementation of the principle of non-linear model of the autopilot controls an additional possible to increase the likelihood of establishing a given angle of heel and extend the range of setting angles of up to 2.8 radians. Relay control can reduce the time of*