

Чистяков Сергей Владимирович – e-mail: chis_serg@mail.ru; г. Орел, ул. Приборостроительная, 80, кв. 84; тел.: +79192049211; кафедра систем многоканальной электросвязи; к.т.н.; доцент.

Stremouhov Mihail Vladimirovich – Academy of the Federal security service of the Russian Federation; e-mail: smv_57@bk.ru; 34, 2-ya Kurskaya street, fl. 68, Orel, Russia; phone: +79038810149; the department of telecommunication networks and switching systems; lecturer.

Chistyakov Sergei Vladimirovich – e-mail: chis_serg@mail.ru; 80, Priborostroitel'naya street, fl. 84, Orel, Russia; phone: +79192049211; the department of systems of multichannel telecommunication; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 519.85

М.А. Грифонов

ПРИМЕНЕНИЕ МАТРИЦЫ СМЕЖНОСТИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ ДИЗЪЮНКТИВНЫХ НОРМАЛЬНЫХ ФОРМ

Рассматривается метод применения матрицы смежности из теории графов для решения задач минимизации дизъюнктивных нормальных форм. Целью применения метода является универсальность представления входных данных для последующей обработки эвристическими алгоритмами. Для большинства подобных задач на сегодняшний день нет алгоритмов, решающих их за полиномиальное время. Для некоторых задач существуют алгоритмы, имеющие сложность ниже экспоненциальной, но всё же достаточно высокую: например, для разложения числа на множители существуют алгоритмы, имеющие субэкспоненциальную временную сложность. Вследствие этого – несмотря на экспоненциальный рост вычислительных мощностей современных компьютеров – во многих прикладных задачах не удаётся найти точного решения за приемлемое время.

Оптимизация; дизъюнктивные нормальные формы; задачи дискретной оптимизации; графы, матрица смежности; оптимальное решение; булева функция.

М.А. Trifonov

APPLICATION OF ADJACENCY MATRIX TO MINIMIZE DISJUNCTIONS NORMAL FORMS

This article describes the method of application of adjacency matrix of the graph theory to minimize disjunctions normal forms. The purpose of the method is the universality of the input data for processing heuristic algorithms. For most of those challenges to date, there is no algorithm solving the polynomial time. For some tasks, there are algorithms that have difficulty following exponential, but still quite high up: for example, the decomposition of the multipliers are there algorithms that are sub exponential a temporary difficulty. As a result, despite the exponential growth of computing power of today's computers – in many applied tasks not performed like that to find the exact solution in a reasonable amount of time.

Optimization; disjunctive normal forms; problems of discrete optimization; column; contiguity matrix; optimum decision; Boolean function.

Проблема минимизации булевых функций является классической задачей, которая широко известна. Однако до сих пор не утратила своей актуальности проблема повышения эффективности алгоритмов минимизации булевых функций как в отношении сокращения времени поиска оптимального решения, так и улучшения качества этого решения. Применение матрицы смежности позволяет строить более качественные алгоритмы поиска оптимального решения за кратчайшее время.

Матрица смежности графа G с конечным числом вершин n (пронумерованных числами от 1 до n) – это квадратная матрица A размер n , в которой значение элемента a_{ij} равно числу рёбер из i -й вершины графа в j -ю вершину. Иногда, осо-

бенно в случае неориентированного графа, петля (ребро из i -й вершины в саму себя) считается за два ребра, т.е. значение диагонального элемента a_{ii} в этом случае равно удвоенному числу петель вокруг i -й вершины. Матрица смежности простого графа (не содержащего петель и кратных ребер) является бинарной матрицей и содержит нули на главной диагонали.

Рассмотрим задачу минимизации дизъюнктивных форм. Минимизацию дизъюнктивных нормальных форм можно свести к геометрической задаче о покрытии.

Представим булеву функцию $F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ в виде таблицы.

Рассмотрим геометрическую постановку задачи как наиболее удобную для реализации эвристических алгоритмов. Задан n -мерный куб, и каждая его вершина помечена элементами 0 или 1. Допустимым решением является множество k -мерных плоскостей этого куба (причём для каждой плоскости k принимает разные значения, не превосходящие n), содержащих только 1 и покрывающих все элементы одного заданного n -мерного куба. Стоимость решения определяется количеством содержащихся в нём плоскостей.

x_1	x_2	...	x_n	$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$
0	0	...	0	$f(0, 0, \dots, 0)$
1	0	...	0	$f(1, 0, \dots, 0)$
0	1	...	0	$f(0, 1, \dots, 0)$
1	1	...	0	$f(1, 1, \dots, 0)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	1	...	1	$f(0, 1, \dots, 1)$
1	1	...	1	$f(1, 1, \dots, 1)$

Рис. 1. Таблица истинности

Построим матрицу смежности (рис. 2) таким образом что, значение элемента a_{ij} будет принимать значение координат вершин, в которых функция принимает значение истина.

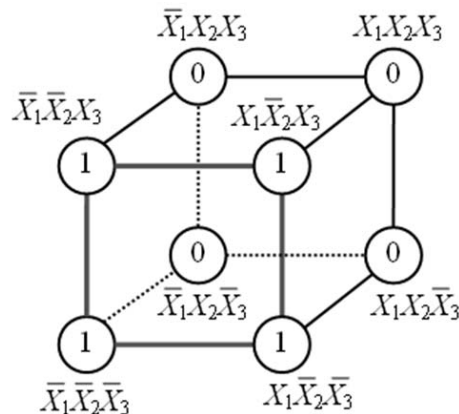


Рис. 2. 3-х мерный куб

Из рис. 2 видно, что построение 2-мерной матрицы смежности дает псевдооптимальное решение, так как ребра означают поглощение одной из переменных.

	000	001	010	100	110
000	00x	0x0	x00		
001	00x				
010	0x0			x10	
100	x00			1x0	
110			x10	1x0	

Рис. 3. Матрица смежности для 3-х мерного куба

В данной проблеме задача дискретной оптимизации сводится к нахождению N-мерных кубов и плоскостей, которые в пределе дают оптимальное решение.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Адельсон-Вельский Г., Арлазаров В., Донской М. Программирование игр. – М.: Наука, 1978.
2. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. – М.: Мир, 1979.
3. Белозёрова А., Мельников Б. Применение комплекса эвристик в задаче составления схемы нуклидных превращений // Труды II Всеросс. науч. конф. «Методы и средства обработки информации». – М.: Изд-во МГУ, 2005. – С. 208-212.
4. Беллман Р. Динамическое программирование. – М.: ИЛ, 1960.
5. Беллман Р., Калаба Р. Динамическое программирование и современная теория управления. – М.: Наука, 1969.
6. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – СПб.: Лань, 2005.
7. Брауэр Э. Введение в теорию конечных автоматов. – М.: Радио и связь, 1987.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н. Б.Ф. Мельников.

Трифонов Максим Андреевич – Тольяттинский Государственный Университет; e-mail: Trifonov_max@mail.ru; 445007, Самарская область, г. Тольятти, ул. 50 лет Октября, 44. кв. 28; тел.: 89372189090; кафедра математики и математического моделирования; аспирант.

Trifonov Maksim Andreyevich – Togliatti State University; e-mail: Trifonov_max@mail.ru; 44/28, 50 years of October street, Samara oblast, Togliatti, 445007, Russia; phone: 89372189090; the department of mathematics and mathematical modeling; post-graduate student.