

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Суций С.Я.* Террористическое подполье на Востоке Северного Кавказа (Чечня, Дагестан, Ингушетия). – Ростов-на-Дону: ЮНЦ РАН, 2010. – 217 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.Б. Усов.

**Угольников Геннадий Анатольевич** – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: cool\_pirat@inbox.ru, tonysiv@ya.ru; 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, д. 105/42; тел.: +79188952073; факультет механики, математики и компьютерных наук; кафедра прикладной математики и программирования; д.ф.-м.н.; профессор.

**Дьяченко Владимир Константинович** – студент 1-го курса магистратуры.

**Сивогринов Антон Алексеевич** – студент 1-го курса магистратуры.

**Ugolnitsky Gennady Anatolyevich** – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: cool\_pirat@inbox.ru, tonysiv@ya.ru; 105/45, B. Sadovaya street, Rostov-on-Don, 344006, Russia; phone: +79188952073; faculty of mechanics, mathematics and computer science; the department of applied mathematics and computer programming; dr. of phis.-math. sc.; professor.

**Dyachenko Vladimir Konstantinovich** – master.

**Sivogrivov Anton Alekseevich** – master.

УДК 519.83+519.86

**А.Б. Усов**

### **БОРЬБА С КОРРУПЦИЕЙ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ\***

*Излагается общий подход к исследованию различных методов борьбы с экономической коррупцией в динамических системах управления иерархической структуры. Наказание за взятку в системе не предусмотрено. В качестве метода иерархического управления используется метод побуждения. Рассмотрение ведется на конечном промежутке времени и предполагает переход к точному дискретному аналогу модели. Предложен алгоритм исследования модели, позволяющий построить приближенное решение задачи, основанное на равновесии по Штакельбергу с учетом требований устойчивого развития динамической системы в условиях экономической коррупции. В качестве примера рассмотрена экономическая коррупция в системе контроля качества речных вод, приведены результаты в ряде характерных случаев, дан их анализ.*

*Равновесие по Штакельбергу; иерархическая система управления; методы иерархического управления; экономическая коррупция; побуждение; устойчивое развитие.*

**A.B. Usov**

### **THE DIFFERENTIAL MODEL OF ECONOMIC CORRUPTION**

*A general approach to the investigation of the different method of the fight with economic corruption in dynamic control system of the hierarchical structure. The punishments for bribe in system is not provided. It is used the compulsion, as the method of the hierarchical control. The control systems are considered in finite time. It is expected transition to exact discrete analogue of the models. The algorithm of the models investigation is offered. It allows to build the approximate*

\* Работа поддержана грантом РФФИ №12-01-00017-а.

*of the problems solutions. The solution is founded on the notion of Stackelberg equilibrium with requirements of the sustainable management of the dynamic system in condition of the economic corruption. It is considered the economic corruption in control quality river water system, as example. The results in some typical cases are given and analysed.*

*Stackelberg equilibrium; hierarchical control system; the methods of hierarchical control; the economic corruption; compulsion; sustainable development.*

**Введение.** Современные системы управления являются многоуровневыми системами, отношения внутри которых обычно построены на основе иерархии. Наличие нескольких субъектов управления, каждый из которых преследует свои индивидуальные, порой противоречивые цели, приводит к тому, что одной из характерных черт иерархических систем управления является возможность коррупции в них. Коррупционным называется разновидность оппортунистического поведения, при которой субъект управления использует ресурсы вышестоящего субъекта не для решения его задач, а для достижения собственных целей. Экономические потери от коррупции значительно шире и глубже, чем просто суммарная величина взяток.

Системное, комплексное исследование коррупции началось с [1], где указаны причины возникновения, существования и развития коррупции, ее характерные черты. Сегодня имеется значительное количество работ, посвященных математическому моделированию явления коррупции. В большинстве из них коррупция исследуется в рамках модели “принципал – агент – клиент” и ее различных вариаций [1–3]. Обзор работ, посвященных математическому моделированию коррупции, изучению ее корней, причин возникновения, характерных черт, приведен в [4]. Исследование коррупции в теоретико-игровой постановке в иерархических структурах проводится в [5].

Ниже моделирование коррупции проводится на основе теоретико-игрового и иерархического подходов.

**1. Теоретическая часть.** Моделирование проведем на примере трехуровневой веерной системы управления [5], включающей в себя: источники воздействия верхнего (федеральный центр, ФЦ), среднего (местные органы управления, ОУ), нижнего (предприятия, ПП) уровней и управляемую систему (УС).

Пусть на берегу реки расположено предприятие (ПП), сбрасывающее загрязняющие вещества (ЗВ) в реку вместе со сточными водами. Рассматривается случай бескорыстного ФЦ, который требует от ОУ выполнения условий устойчивого развития системы, т.е. не превышения допустимых концентраций (ПДК) загрязняющих веществ (ЗВ) в реке. Своих личных интересов ФЦ не преследует. ОУ определяет размер платы за сброс ПП загрязнений в водоток. Часть полученных от ПП средств остается у ОУ, часть поступает к ФЦ. ОУ может быть заинтересован в получении взяток, в обмен на которые занижает размер платы за сброс загрязнений.

Если на конечном интервале времени дисконтирование не учитывается, то критерии субъектов управления примут вид:

◆ ОУ

$$J_y = \int_0^{\Delta} (1 - P(t))W(t)[F(T^0(t))H(t) + \delta(t)b(t)] - C_y(y(t))dt \quad (1)$$

$$\rightarrow \max(T(t), \delta(t)) \quad y(t) = [1 - P(t)]W(t).$$

◆ ПП

$$J_{III} = \int_0^{\Delta} zR(\Phi) - (1 - P(t))W(t)[F(T^0(t)) + \delta(t)b(t)] - WC_{III}(P(t))dt \quad (2)$$

$$\rightarrow \max(P(t), b(t))$$

здесь  $t$  – время;  $P(t)$  – доля ЗВ, удаляемых на ПП в процессе очистки сточных вод;  $W(t)$  ( $(1-P(t))W(t)$ ) – количество ЗВ, сбрасываемых в реку ПП до (после) очистки сточной воды в момент времени  $t$ ;  $C_y(y)$  – функция затрат ОУ на улучшение качества речной воды, зависящая от общего количества сброшенных в реку ЗВ ( $y(t)$ );  $\Delta$  – момент времени, до которого ведется рассмотрение;  $F(T^0(t))$  – функция платы за единицу сброшенных ЗВ в условиях коррупции в момент времени  $t$

$$T^0(t) = \begin{cases} T(t) - \delta(t)a(b(t)) & \text{если } T(t) - \delta(t)a(b(t)) \geq 0 \\ 0, & \text{если } T(t) - \delta(t)a(b(t)) < 0 \end{cases};$$

где  $T(t)$  – размер платы за единицу сброшенных ЗВ на ПП при отсутствии коррупции;  $\delta(t)$  – коэффициент, равный нулю, если взятка в момент времени  $t$  не была принята, и единице в противном случае;  $b(t)$  – размер взятки в момент времени  $t$ ;  $a(b(t))$  – функция, характеризующая, насколько взятка уменьшает размер платы за сброс загрязнений; функция  $a(b)$  есть возрастающая функция своего аргумента, причем  $a(0) = 0$ ;  $H(t)$  – доля средств, поступающих от ПП к ОУ;  $C_{ПП}(P)$  – функции затрат ПП на очистку единицы сбрасываемых загрязнений;  $\Phi(t)$  – производственные фонды;  $R(\Phi)$  – производственная функция ПП;  $z = \text{const}$  – цена единицы произведенной продукции.

Задачи (1), (2) решаются при следующих ограничениях на управления

$$0 \leq P(t) \leq 1 - \varepsilon; \quad 0 \leq b(t) \leq b_{\max}; \quad t \geq 0 \quad (3)$$

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}; \quad 0 \leq T(t) \leq T_{\max} \quad (4)$$

где значение величины  $\varepsilon$  определяется технологическими возможностями ПП по очистке сточных вод;  $b_{\max}$ ,  $T_{\max}$  – заданные постоянные величины.

Динамика производственных фондов ПП описывается уравнением вида

$$\frac{d\Phi}{dt} = -k\Phi + Y, \quad \Phi(0) = \Phi_0, \quad (5)$$

где  $k = \text{const}$  – коэффициент амортизации производственных фондов;  $Y$  – инвестиции в производство; величина  $\Phi_0 = \text{const}$  задана.

Пусть общее количество сбрасываемых ЗВ зависит от количества произведенной продукции линейно и производственные функции имеют вид

$$W(t) = \beta R(\Phi), \quad R(\Phi) = \gamma \Phi^{0.5}(t), \quad \gamma, \beta = \text{const}. \quad (6)$$

В качестве характеристики качества речной воды возьмем концентрацию ЗВ  $B(t)$ , изменение которой со временем описывается уравнением

$$\frac{dB}{dt} = F(B(t), P(t), t), \quad (7)$$

где  $F(B(t), P(t), t)$  – некоторая заданная функция.

Известны государственные стандарты на концентрации ЗВ в водотоке

$$0 \leq B(t) \leq B_{\max}, \quad 0 \leq t \leq \Delta \quad (8)$$

и качество сточной воды, сбрасываемой в водоток ( $0 \leq t \leq \Delta$ )

$$\frac{W(t)[1-P(t)]}{Q^0(t)} \leq Q_{\max}, \quad (9)$$

где  $Q^0(t)$  – расход воды на ПП в момент времени  $t$ ; величины  $B_{\max}$ ,  $Q_{\max}$  заданы.

**2. Реализационная часть.** Исследование модели основано на нахождении равновесия по Штакельбергу с учетом требований устойчивого развития, согласно алгоритму:

1. В результате оптимизации (2) с учетом (3) по двум функциям  $P(t)$  и  $b(t)$  определяются оптимальные стратегии ПП в зависимости от управлений ОУ  $P^*(T(t), \delta(t)); b^*(T(t), \delta(t))$ .
2. Найденные в пункте 1 алгоритма стратегии ПП подставляются в (1), (7), (9). Проводится максимизация (2) с учетом (4), (8), (9) по  $\{T(t), \delta(t)\}$ .  
В результате определяются оптимальные управления ОУ  $T^*(t); \delta^*(t)$ , приносящие ему максимальный доход при выполненных условиях (8), (9).
3. Равновесие системы при экономической коррупции определим, как набор функций  $\{T^*(t), \delta^*(t), P_*(t), b_*(t)\}$ .

где  $P_* = P^*(T^*(t), \delta^*(t)); b_* = b^*(T^*(t), \delta^*(t))$ .

Пусть

$$C_V(y) = C_1 y; a(b) = A_1 b; F(T) = T; C_{III}(P) = D \frac{P}{1-P}; C_1, A_1, D = const$$

Если  $A_1 - 1 > 0$ , то взятка, с точки зрения ПП, является “эффективной”, ее размер максимален –  $b^* = b_{\max}$ . В противном случае –  $b^* = 0$ .

$$\text{Обозначим } p^0(b, T) = 1 - \sqrt{\frac{D}{T - b(A_1 - 1)}}.$$

Тогда

$$P^* = \begin{cases} 0, & \text{если } T^* < D + b^*(A_1 - 1) \\ p^0(b^*, T^*), & \text{если } D + b^*(A_1 - 1) \leq T^* \leq D/\varepsilon^2 + b^*(A_1 - 1) \\ 1 - \varepsilon, & \text{если } T^* > D/\varepsilon^2 + b^*(A_1 - 1) \end{cases}$$

Значит, коррупция уменьшает оптимальную для ПП степень очистки.

Пусть выполнены неравенства

$$D + b_{\max}(A_1 - 1) < T_{\max} < D/\varepsilon^2 + b_{\max}(A_1 - 1); D < T_{\max} < D/\varepsilon^2,$$

из которых следует, что  $P^* = p^0(b^*, T^*)$  при  $T^* = T_{\max}; b^* = b_{\max}$  или  $b^* = 0$ .

В случае  $\gamma A_1 < 1$  для ОУ выгодна коррупция. Тогда, если при  $P(t) = p^0(b_{\max}, T_{\max})$  выполнены условия (8), (9), то оптимальные стратегии субъектов управления имеют вид  $T^* = T_{\max}; \delta^* = 1; b^* = b_{\max}; P^* = p^0(b_{\max}, T_{\max})$ .

Если  $\gamma A_1 > 1$  и условия (8), (9) выполнены при  $P(t) = p^0(0, T_{\max})$ , то  $T^* = T_{\max}; \delta^* = 0; b^* = 0; P^* = p^0(0, T_{\max})$ .

Если условия (8), (9) выполнены при  $P(t) = p^0(0, T_{\max})$  и не выполнены при  $P(t) = p^0(b_{\max}, T_{\max})$ , то система будет в гомеостазе только при отсутствии коррупции. В этом случае ОУ взятку не принимает и  $T^* = T_{\max}; \delta^* = 0; b^* = 0; P^* = p^0(0, T_{\max})$ .

**Заключение.** В статье рассмотрены модели коррупции в иерархических динамических системах контроля качества поверхностных вод, основанные на концепции управления устойчивым развитием. Структурной схемой моделирования является конструкция принципал – агент – клиент. Показано, что при различных значениях структурных и числовых параметров оптимизационных моделей

возникают качественно различные оптимальные стратегии клиентов. При определенных значениях параметров более выгодно действовать честно, в то время как при других значениях параметров дача взятки позволяет уменьшить затраты или увеличить доход. Поэтому разработка методики идентификации моделей играет важную роль в реализации методов борьбы с коррупцией. Коррупция может препятствовать поддержанию системы в гомеостазе, так как уменьшает оптимальную для ПП степень очистки сточных вод. В рамках предложенной модели борьба с коррупцией возможна как административными (контроль), так и экономическими (увеличением доли средств, поступающих к ОУ) методами.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Rose-Ackerman S.* The economics of corruption // *Journal of political economy.* – 1975. – № 4. – P. 187-203.
2. *Bac M.* Corruption and supervision costs in hierarchies // *Journal of comparative economics.* – 1996. – № 2. – P. 99-118.
3. *Mishra A.* Hierarchies, incentives and collusion in a model of enforcement // *Journal of Economic Behavior and Organization.* – 2002. – Vol. 47. – P. 165-178.
4. *Левин М.И., Цирик М.Л.* Коррупция как объект математического моделирования // *Экономика и математические методы.* – 1998. – Т. 34, № 3. – С. 40-62.
5. *Усов А.Б.* Модельное исследование коррупции в трехуровневых системах управления // *Экономика и математические методы.* – 2009. – Т. 45. – Вып. 2. – С. 66-73.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Г.А. Угольницкий.

**Усов Анатолий Борисович** – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: usov@math.rsu.ru; 344002, г. Ростов-на-Дону, ул. Ульяновская, 50, кв. 24; тел.: 890434046-21; факультет математики, механики и компьютерных наук; кафедра прикладной математики и программирования; профессор, д.т.н.; доцент.

**Usov Anatoliy Borisovich** – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: usov@math.rsu.ru; 50, Uliyanovskaya street, fl. 24, Rostov-on-Don, 344002, Russia; phone: 89043404621; faculty of mathematics, mechanics and computer sciences; the department of applied mathematics and programming; professor; dr. of the eng. sc.; assistant professor.

УДК 51-77

**А.Э. Назиров**

#### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СУБЪЕКТОВ РЫНОЧНОЙ СИСТЕМЫ**

*Построена оригинальная математическая модель, описывающая деятельность различных субъектов рыночной системы. Модель исследуется с учетом иерархии в отношениях между субъектами. Описанная система включает в себя Комитета, Комиссионера, Торговое предприятие и Управляемую систему. Методом множителей Лагранжа аналитически строится равновесие по Штакельбергу с учетом требований поддержания системы в заданном состоянии. В качестве метода иерархического управления используется метод побуждения, в соответствии с которым, Ведущий создает Ведомому такие условия, что ему экономически выгодно способствовать достижению цели Ведущего и невыгодно обратное. Проведено исследование модели с последующей интерпретацией полученных результатов.*

*Иерархическое моделирование; равновесие по Штакельбергу; метод побуждения; оптимизация.*