

УДК 519.682

Т.А. Магомедов

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ ПРОМЕЖУТКИ  
ВРЕМЕНИ\***

Целью данной работы является анализ реберной интервальной раскраски двудольного бигулярного графа. В статье рассмотрено взаимодействие объектов в последовательные промежутки времени в соответствии с предписанными операциями. Взаимодействия между объектами, принадлежащими одной доли, исключены. Задача составления расписания формулируется как задача правильной реберной раскраски графа. Построен эффективный полиномиальный алгоритм, распознающий реберную интервальную раскраску двудольного бигулярного графа. Актуальными являются поиск частных случаев, когда задачи разрешимы за полиномиальное время, и построение эффективных алгоритмов приближенного решения.

Расписание; двудольный граф; правильная раскраска; интервальная раскраска; NP-полнота.

Т.А. Magomedov

**THE INTERACTION AT CONSECUTIVE PERIODS**

The purpose of this paper is to analyze the edge coloring of bipartite biregular interval graph. The article considers the interaction of objects in successive time intervals in accordance with the prescribed operations. Interactions between objects belonging to the same proportion, are excluded. The task scheduling problem is formulated as a proper edge coloring of a graph. An efficient polynomial-time algorithm for recognizing interval edged coloring bipartite biregular graph. Relevant search are special cases, when problems are solvable in polynomial time, and the construction of efficient algorithms for the approximate solute.

Timetable; bipartite graph; proper edge coloring; interval coloring; NP-completeness .

**Введение.** В задачах составления расписания взаимодействия объектов в соответствии с предписанными операциями и заданными условиями их выполнения нередко присутствует двудольная структура  $X-Y$ , где взаимодействия между объектами, принадлежащими одной доли ( $X$  или  $Y$ ), исключены. Например, преподаватели – учебные группы, станки – детали, приборы – требования.

Пусть для каждой пары объектов  $(x, y)$ ,  $x \in X$ ,  $y \in Y$  предписаны  $k(x, y)$  операции, длительность каждой операции равна единице, условия частичного предшествования отсутствуют, одновременные взаимодействия одного объекта с несколькими запрещены («принцип неразделяемого доступа»).

**Задача 1.** Существует ли такое «непрерывное» расписание выполнения предписанных операций, где каждый объект участвует в операциях в последовательные промежутки времени с момента своего «включения» и вплоть до «выключения»?

Пусть наибольшее число операций, предписанных объекту множества  $X \cup Y$ , равно  $\Delta$ . Понятно, что длительность любого расписания, соответствующего исходным данным и сформулированным выше условиям, не может быть меньше  $\Delta$ .

**Задача 2.** Существует ли непрерывное расписание длительности  $\Delta$ ?

**Теоретическая часть. Задачи реберной раскраски.** Приведем эквивалентные формулировки в теоретико-графовой терминологии. Нам понадобятся определения правильной и интервальной раскрасок графа.

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гос. задания МОН РФ №1.1923.2011.

Для заданного графа  $G = (V, E)$  отображение

$$c: E \rightarrow \{1, 2, \dots, t\} \quad (1)$$

назовём *правильной раскраской* (или *правильной  $t$ -раскраской*), если цвета  $c(e_1)$  и  $c(e_2)$  любых смежных рёбер  $e_1$  и  $e_2$  графа различны. В [1] доказано соотношение  $\Delta \leq \chi' \leq \Delta + 1$  ( $\chi'$  -- рёберное хроматическое число). В [2] сформулирована гипотеза об NP-полноте задачи проверки равенства  $\Delta = \chi'$ . В [3] доказано, что утверждение гипотезы справедливо, даже если ограничиться кубическими графами.

Правильная раскраска (1) называется *интервальной* (соответственно *непрерывной*)  $t$ -раскраской графа  $G = (V, E)$  на множестве  $V' \subseteq V$ , если в каждой вершине  $v \in V'$  цвета инцидентных рёбер образуют целочисленный интервал (соответственно -- целочисленный интервал  $[1, d(v)]$ ). Если интервальная  $t$ -раскраска существует на всем множестве вершин графа  $G$ , то  $G$  называется *интервально  $t$ -раскрашиваемым*. Если при каком-либо  $t$  граф  $G$  допускает интервальную  $t$ -раскраску,  $G$  называется *интервально раскрашиваемым*.

Рассматривая исходные множества  $X$  и  $Y$  в качестве двух долей вершин и соединяя вершины  $x \in X$  и  $y \in Y$   $k(x, y)$  ребрами, построим двудольный граф  $G = (X, Y, E)$ . Если в полученном двудольном графе  $G = (X, Y, E)$  сопоставить каждому дискретному моменту времени выполнения операции цвет соответствующего ребра, то задача составления расписания формулируется как задача правильной рёберной раскраски графа  $G$ . Наибольшая степень вершины  $\Delta$  служит нижней гранью множества допустимых значений длительности расписания.

**Утверждение 1.** Задача 1 равносильна задаче существования интервальной раскраски, а задача 2 -- задаче существования интервальной  $\Delta$ -раскраски графа  $G = (X, Y, E)$ .

Как известно, задача существования интервальной раскраски NP-полна [4]; более того, задача NP-полна и в случае двудольного графа [5].

Отсюда следует

**Утверждение 2.** Задачи 1 и 2 NP-полны.

Следовательно, актуальны: а) поиск важных частных случаев, когда задачи разрешимы за полиномиальное время; б) построение эффективных алгоритмов приближенного решения.

**Реализационная часть. Алгоритмические трудности.** В случае, когда для каждого  $x \in X$  выполняется соотношение

$$\sum_{y \in Y} k(x, y) = 2,$$

задача 2 всегда имеет решение. Искомое расписание может быть построено за время  $O(n^2)$ , где  $n = |X| \cup |Y|$ .

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Визинг В.Г. Об оценке хроматического класса  $p$ -графа // Дискретный анализ. Сб. науч. тр. -- Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1964. -- Вып. 3. -- С. 25-30.
2. Гэрри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / Пер. с англ. -- М.: Мир, 1982. -- 416 с.
3. Holyer I. The NP-completeness of edge-coloring // SIAM J. Comput. -- 1981. -- Vol. 10, № 4. -- P. 718-720.
4. Асратян А.С., Камалян Р.Р. Интервальные раскраски ребер мультиграфа // Прикладная математика. -- Ереван: Изд-во Ереван. ун-та, 1987. -- Вып. 5. -- С. 25-34.
5. Севастьянов С.В. Об интервальной раскрашиваемости рёбер двудольного графа // Методы дискретного анализа. -- 1990. -- Т. 50. -- С. 61-72.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор М.М. Сиражудинов.

**Магомедов Тагир Абдулкаримович** – Дагестанский государственный университет; e-mail: magomedtagir1@yandex.ru; 367026, Махачкала, ул. Калинина, 18а, кв. 53; тел.: 88722649796; кафедра дискретной математики и информатики; аспирант.

**Magomedov Tagir Abdulkarimovich** – Dagestan State University; e-mail: magomedtagir1@yandex.ru; 18a, Kalinin street, fl. 53, Makhachkala, 367026, Russia; phone: 88722649796; the department of discrete mathematics and computer science; the postgraduate student.

УДК 519.6:532.5

**Л.А. Шляхова, В.И. Повх**

### **ИНДЕКСНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ РЕГИОНАЛЬНЫХ КОСМИЧЕСКИХ СНИМКОВ**

*Рассматривается возможность использования моделей оценки состояния зерновых культур на основе нескольких вегетационных индексов, представляющих собой различные комбинации измеренной яркости в каналах многозональной космической аппаратуры и проведена оценка их репрезентативности для решения поставленной задачи. Физический смысл тематического анализа посевов сельскохозяйственных культур определяется спектральными характеристиками используемых данных космической съемки, поскольку растительность в здоровом и стрессовом состоянии имеет разные особенности отражательной способности в зеленой и красной областях спектра вследствие различий в содержании пигментов листьев. Приводятся примеры реализации индексного приближения для оценки состояния зерновых сельскохозяйственных культур после перезимовки по данным космической съемки для нескольких районов Ростовской области.*

*Вегетационные индексы; дешифровочный признак космические снимки; MODIS.*

**L.A. Shlyakhova, V.I. Povkh**

### **AN INDEX APPROACH IN RECOGNITION OF REGIONAL SPACE IMAGES**

*An opportunity to apply models of the current state estimation of cereals is considered based on several vegetation indices, which are given by various combinations of remotely sensed radiances in spectral channels of multi-spectral instruments. An assessment of these indices representation has been conducted to solve the asserted problem. The physical sense of a thematic analysis of the agricultural crops is determined by the spectral characteristics of the used data of available space surveys having in mind that vegetation in its healthy and stressed state has different features of reflectivity in green and red spectral bands due to differences in the pigment content of leaves. Examples are shown of the index approach realization to estimate the state of the cereal crops after winter using data from space for some areas of Rostov region.*

*Vegetation indices; space images; thematic processing; statistical models.*

Для оценки урожайности зерновых культур была использована модель биопродуктивности ERIC (Erosion Prpductivine Impact Calculator), разработанной Dr. Williams. В модели потенциальное изменение в сухой биомассе ( $\Delta B_p$ ) зависит от листового индекса ( $LAI$ ) и солнечной радиации ( $RA$ ):

$$\Delta B_p = 0,0005 \cdot BE \cdot RA \left( 1 - e^{-0,65 \cdot LAI} \right),$$

где  $BE$  – коэффициент преобразования энергии к биомассе.