10. *Яхъяева Г.Э.,* Нечеткие множества и нейронные сети. – БИНОМ. Лаборатория знаний, Интернет-университет информационных технологий – ИНТУИТ.ру, 2008.
11. *Исупов Н.С., Кучуганов А.В.* Распознавание слитных рукописных текстов с использованием аппарата нечеткой логики // Вестник Ижевского государственного технического университета. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2012. – № 1. – С. 104-107.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.Г. Кравец.

Кучуганов Александр Валерьевич – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ижевский государственный технический университет»; e-mail: Aleks_KAV@udm.ru; 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7, корп. 3, ауд. 607; тел.: 83412588910; факс: 83412504055; кафедра автоматизированных систем обработки информации и управления; к.т.н., доцент.

Глухов Денис Сергеевич – магистрант.

Kuchuganov Aleksander Valeryevich – Izhevsk State Technical University; e-mail: Aleks_KAV@udm.ru; 7, Studencheskaya street, Izhevsk, 426069, Russia; phone: +73412588910; fax: +73412504055; the department of CAD systems; cand. of eng. sc.; associate professor.

Glukhov Denis Sergeevich – master.

УДК 004.9:621.391.825:519.7

В.Ю. Михайлов

ФОРМИРОВАНИЕ ПСЕВДОГАУССОВЫХ ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ С НОРМИРОВАННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Предложен метод формирования широкополосных псевдошумовых сигналов с контролируемой формой огибающей энергетического спектра и нормированными характеристиками распределения амплитуд. Получены оценки неравномерности огибающей энергетического спектра псевдошумовых сигналов для ряда наиболее простых вариантов реализации формирователей. Выполнено сравнение псевдошумовых сигналов предложенного типа с аналогичными широко используемыми псевдошумовыми сигналами по неравномерности огибающей энергетического спектра. Результаты могут быть полезны при моделировании сигналов и помех в каналах передачи данных, а также в задачах формирования искусственных помех заданного типа.

Моделирование; шумовые сигналы; энергетический спектр; каналы передачи данных; псевдослучайные последовательности.

V.Yu. Mikhaylov

GENERATION OF PSEUDO-GAUSSIAN NOISE SIGNALS HAVING SPECIFIED CHARACTERISTICS

A method of a broadband PN signals generation having controlled energy spectrum envelope and normalized amplitude distribution was proposed. An estimates of PN signals energy spectrum envelope irregularity for some of the most simple generator implementation options was obtained. A comparison of the energy spectrum envelope flatness of the proposed PN signals type and widely used PN was done. The results may be useful in data transmission channels simulating as well as for the problems of given type man-made noises making.

Simulating; noise signals; the energy spectrum; data channels; pseudo-random sequence.

Введение. Один из простейших вариантов построения формирователя шумовых сигналов описан в [1] и базируется на одном из ключевых свойств М-последовательностей: каждая ненулевая *n*-разрядная комбинация на полном периоде последовательности длиной $N = 2^n - 1$ символов присутствует в ней ровно один раз. На рис. 1 приведена схема такого формирователя.

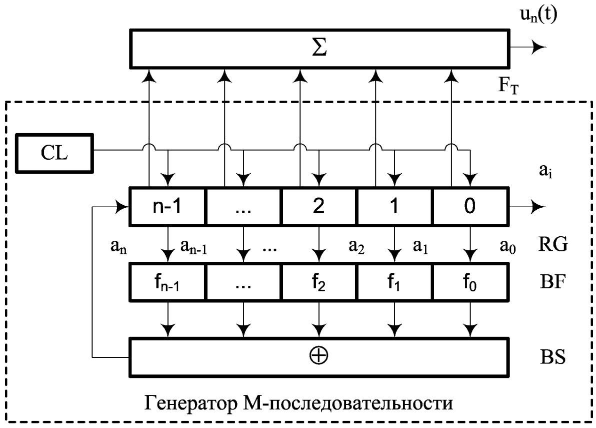

Рис. 1. Простой формирователь шумовых сигналов

На рисунке (см. рис. 1) использованы следующие обозначения: CL – генератор тактовых импульсов, определяющий длительность символа М-последовательности $\tau_s = 1/F_T$; RG – регистр сдвига, номера разрядов которого пронумерованы в естественном порядке от *0* до *n-1* так, чтобы последовательность начиналась с *0*-го символа при сдвиге содержимого RG вправо; BF – блок ключей (блок выбора коэффициентов многочлена f_i), определяющий номера разрядов регистра сдвига RG, которые будут подключены к блоку сумматоров BS по модулю 2; BS – блок сумматоров по модулю два, формирующий символ a_n, который будет записан в следующем такте в разряд с номером *n-1* по правилу $a_n = a_0 \oplus a_1 f_1 \oplus a_2 f_2 \oplus ... \oplus a_{n-1} f_{n-1}$.

Из рисунка (см. рис. 1) видно, что приведенный простейший формирователь отличается от генератора М-последовательности введением аналогового сумматора, на выходе которого формируется дискретный по амплитуде аналоговый процесс $u_n(t)$ с биномиальным распределением амплитуд. Главный недостаток такого способа формирования – постоянство произведения полосы частот ΔF_n шумового процесса на количество n дискретных уровней процесса, равное количеству разрядов регистра сдвига *RG*, т.е. $\Delta F_n n = const$. Отсюда следует, что любая попытка повысить точность представления шумового процесса (увеличить количество разрядов n) приводит к уменьшению его полосы частот. Фактически это является следствием высокой коррелированности соседних выборок процесса, формируемых сумматором.

В [2] предложен один из возможных методов разрушения корреляции выборок шумового процесса путем изменения компонентов суммарного процесса по закону символа с выхода последнего – ($n-1$)-го разряда. Рассмотрим характеристики этого шумового сигнала, имеющего в дискретной алгебраической форме вид [3. С. 190-197]:

$$u_n(i)=\sum_{p=0}^{n-2} S\left(\alpha^i\left(\alpha^p+\alpha^{n-1}\right)\right);\, i=0,1,...,N-1,$$

где $S(x)=\varphi(T(x))$ – алгебраическое представление М-последовательности как функции целочисленного аргумента *i*; $T(x)$ – двоичный след элемента *x* поля Галуа $GF(2^n)$; α – примитивный элемент поля Галуа $GF(2^n)$.

Временной процесс $u_n(t)$ запишем в виде:

$$u_n(t)=\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{p=0}^{n-2} S\left(\alpha^i\left(\alpha^p+\alpha^{n-1}\right)\right)u_0\left(t-(p+i)\tau_s\right), \tag{1}$$

где

$$u_0(t)=\begin{cases}1, & 0\le t\le\tau_s;\\ 0, & t<0; t>\tau_s\end{cases}$$

представляет собой прямоугольный импульс длительностью τ_s.

Найдем ФАК $R(\tau)$ процесса $u_n(t)$ при произвольном сдвиге $\tau=\tau_1\tau_s+\tau_0$, где $\tau_1=0,1,...,N-1; 0\le\tau_0\le\tau_s$.

$$R(\tau)=\frac{1}{T_s}\int_0^{T_s} u_n(t)u_n(t-\tau)dt=R_0(\tau_0)R_n(\tau_1),$$

где $R_0(\tau_0)=\frac{1}{\tau_s}\int_0^{\tau_s} u_0(t-i\tau_s)u_0(t-(i+\tau)\tau_s-\tau_0)dt$ – ФАК прямоугольного импульса;

$$R_n(\tau_1)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{p=0}^{n-2}\sum_{q=0}^{n-2} S\left[\alpha^i\left(\alpha^p+\alpha^{q+\tau_1}+\alpha^{n-1}\left(1+\alpha^{\tau_1}\right)\right)\right]. \tag{2}$$

ФАК дискретного процесса $u_n(i)$.

Энергетический спектр шумового процесса $u_n(t)$ равен:

$$G_n(\omega)=\int_0^{T_s} R(\tau)\cos\omega\tau d\tau=S_0(\omega)H(\omega),$$

где $S_0(\omega)=\tau_s\left(\frac{\sin(\omega\tau_s/2)}{\omega\tau_s/2}\right)^2$ – энергетический спектр прямоугольного импульса;

$H(\omega)=\sum_{\tau_1=0}^{N-1} R_n(\tau_1)\cos\omega\tau_s\tau_1$ – энергетический спектр дискретного процесса $u_n(i)$.

Как видно, неравномерность энергетического спектра шумового процесса $u_n(t)$ определяется формой, стандартной для прямоугольных импульсов огибающей $S_0(\omega)$, и неравномерностью энергетического спектра дискретного процесса $u_n(i)$. При фиксированной длительности τ_s импульса (символа) кодовой последовательности все особенности огибающей энергетического спектра $u_n(t)$ определяются неравномерностью энергетического спектра $H(\omega)$ дискретного процесса $u_n(i)$. Оценим степень этой неравномерности, используя среднеквадратический критерий различия. Для этого вычислим относительную дисперсию:

$$\delta_H^2 = \frac{\sigma_H^2}{m_H^2} = \frac{\overline{H^2(\omega)}}{m_H^2} - 1,$$

где

$$\overline{H^2(\omega)} = \frac{1}{2\pi}\sum_{\tau=0}^{N-1}\sum_{\varepsilon=0}^{N-1} R_n(\tau)R_n(\varepsilon)\int_{-\pi}^{\pi}\cos(\omega\tau_s\tau)\cos(\omega\tau_s\tau)d(\omega\tau_s) = \sum_{\tau=0}^{N-1}R_n^2(\tau) = \sigma_H^2 + m_H^2;$$

$$m_H = R_n(0) = \frac{1}{N}\left[(N+1)(n-1)-(n-1)^2\right].$$

Отсюда получим окончательное выражение для относительной дисперсии в виде:

$$\delta_H^2 = \frac{1}{m_H^2}\sum_{\tau=1}^{N-1}R_n^2(\tau). \quad (3)$$

Из (2) непосредственно следует:

$$R_n(\tau_1) = \frac{1}{N}\left[K_\tau(N+1)-(n-1)^2\right], \quad (4)$$

где K_τ – количество решений уравнения:

$\alpha^p + \alpha^{q+\tau_1} = \alpha^{n-1}\left(1+\alpha^{\tau_1}\right)$ при $p, q = 0, 1, ..., n-2$ и заданном $\tau_1 \neq 0$.

Сумма всех значений из (2) равна:

$$\sum_{\tau_1=0}^{N-1}R_n(\tau_1) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{p=0}^{n-2}\sum_{q=0}^{n-2}S\left[\alpha^i\left(\alpha^p+\alpha^{n-1}\right)\right]\sum_{\tau_1=0}^{N-1}S\left[\alpha^{i+\tau_1}\left(\alpha^q+\alpha^{n-1}\right)\right] = \frac{(n-1)^2}{N}.$$

Из полученного соотношения и (4) получим сумму всех значений K_τ:

$$\sum_{\tau_1=1}^{N-1}K_\tau = (n-1)(n-2). \quad (5)$$

Из (4) при $\tau_1 \neq 0$ также следует $K_\tau \le \frac{N+(n-1)^2}{N+1}$ или, при больших n, $K_\tau \le 1$.

Из этого условия следует, что K_τ, будучи целым положительным числом по определению, может принимать всего два значения: $K_\tau = 0$ (M_0 раз) и $K_\tau = 1$ ($N-1-M_0$ раз). Из (5) легко находится $M_0 = N-1-(n-1)(n-2)$, что позволяет точно определить величину относительной дисперсии (3):

$$\delta_H^2 = \frac{1}{m_H^2}\sum_{\tau=1}^{N-1}R_n^2(\tau) = \frac{1}{m_H^2N^2}\left[M_0(n-1)^4 + (N-1-M_0)\left(N+1-(n-1)^2\right)^2\right],$$

откуда при больших n имеем:

$$m_H^2 \approx (n-1)^2 \text{ и } \delta_H^2 \approx 1 - \frac{(n-1)^2}{N}.$$

Из этих соотношений следует, что с ростом n величина относительной дисперсии стремится к *1*, что не соответствует требованиям высокого качества характеристик шумового процесса.

В [4] предложен другой подход к разрушению корреляции выборок шумового процесса. Он заключается в формировании дискретных значений процесса по следующему правилу:

$$u_n(i) = \sum_{p=0}^{n-1} S\left(\alpha^p\left(\alpha^i + \alpha^k\right)\right);\ i = 0, 1, ..., N-1,$$

где k – некоторое целое число, определяющее закон изменения полярности n подряд идущих символов кодовой последовательности. По аналогии с (1) временной процесс имеет вид:

$$u_n(t) = \sum_{i=0}^{N-1}\sum_{p=0}^{n-1} S\left(\alpha^p\left(\alpha^i + \alpha^k\right)\right)u_0\left(t-(p+i)\tau_s\right).$$

Для оценки неравномерности спектра шумового процесса, как и ранее, рассмотрим ФАК дискретной $u_n(i)$:

$$R_n(\tau_1) = \frac{1}{N}\sum_{p=0}^{n-1}\sum_{q=0}^{n-1} S\left[\alpha^k(\alpha^p + \alpha^q)\right]\sum_{i=0}^{N-1} S\left[\alpha^i(\alpha^p + \alpha^{q+\tau_1})\right]. \tag{6}$$

Последовательность $S\left[\alpha^i(\alpha^p + \alpha^{q+\tau_1})\right]$ во внутренней сумме в этом выражении представляет собой либо М-последовательность (при $p \not\equiv q + \tau_1 \ (\mathrm{mod}\ N)$), либо последовательность из N подряд идущих символов +1 (при $p \equiv q + \tau_1 \ (\mathrm{mod}\ N)$), откуда следует, что соответствующая сумма равна:

$$\sum_{i=0}^{N-1} S\left[\alpha^i(\alpha^p + \alpha^{q+\tau_1})\right] = \begin{cases} N, & p \equiv q + \tau_1 \ (\mathrm{mod}\ N); \\ -1, & p \not\equiv q + \tau_1 \ (\mathrm{mod}\ N). \end{cases}$$

С учетом этого (6) преобразуется к виду:

$$R_n(\tau_1) = \sum_{q=0}^{n-1-\tau_1} S\left[\alpha^{q+k}(1+\alpha^{\tau_1})\right] - \frac{1}{N}\sum_{p=0}^{n-1}\sum_{q=0}^{n-1} S\left[\alpha^k(\alpha^p + \alpha^q)\right],$$

или

$$R_n(\tau_1) = n\left(1 - \frac{1}{N}\right)\psi_n(k, \tau_1) - \frac{n^2}{N}M_n^2(k), \tag{7}$$

где $\psi_n(k,\tau_1) = \frac{1}{n}\sum_{q=0}^{n-1-\tau_1} S\left[\alpha^{q+k}(1+\alpha^{\tau_1})\right]$ – апериодическая ФАК последовательности

$$0, 0, ..., S(\alpha^k), S(\alpha^{k+1}), ..., S(\alpha^{k+n-1}), 0, 0, ..., 0; \tag{8}$$

$M_n(k) = \sum_{p=0}^{n-1} S(\alpha^{p+k})$ – среднее значение последовательности (8).

Из (7) следует, что форма ФАК последовательности $u_n(i)$ полностью определяется формой апериодической ФАК двоичной последовательности (8), которая в свою очередь определяется выбором числа k. Выбор k должен осуществляться таким образом, чтобы функция $\psi_n(k,\tau_1)$ обладала наименьшими значениями при $\tau_1 \neq 0$. Заметим, что при этом обеспечивается наибольшая ширина спектра шумового процесса. Наилучшими с этой точки зрения являются коды Баркера, существующие для $n = 3, 4, 5, 7, 11, 13$, для которых

$$\psi_n(k,\tau_1)=\begin{cases}1, & \tau_1=0;\\ 0, & \tau_1=2l+1;\\ \pm\frac{1}{n}, & \tau_1=2l,\end{cases}$$

где $k=0,1,...,\frac{n-1}{2}$, что дает следующую оценку введенного показателя δ_H^2 неравномерности спектра $H(\omega)$:

$$\delta_H^2=\sum_{\tau=1}^{n-1}\psi_n^2(k,\tau_1)\approx 0,5\frac{1}{n}.$$

Близки к указанному результаты при выборе в качестве $S(\alpha^{p+k})$ М-последовательности. Так, например, для М-последовательности длиной $n=31$ оценка неравномерности спектра дает $\delta_H^2\approx 0,07$.

Заключение. Таким образом, предложен метод формирования широкополосных шумовых сигналов с биномиальным законом распределения амплитуд, неравномерность огибающей энергетического спектра которых полностью определяется свойствами апериодической ФАК выбираемых управляющих кодовых последовательностей. Показано, что существуют управляющие кодовые последовательности различных классов, которые обладают минимальными уровнями ФАК при $\tau_1\neq 0$, что обеспечивает значительно более равномерный спектр шумового процесса по сравнению с описанными в [2]. Важно отметить, что качественные характеристики предложенных формирователей улучшаются с ростом разрядности регистра сдвига, что позволяет рекомендовать их применение в высококачественных программно-аппаратных имитаторах широкополосных помех при моделировании различных устройств телекоммуникационных систем и каналов передачи данных.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хоровиц П., Хилл У.* Искусство схемотехники. – М.: Мир, 1983. – Т. 2.
2. А.С. СССР № 512554. МКИ Н 03В 29/00, 1973.
3. *Михайлов В.Ю., Мазепа Р.Б.* Основы теории кодирования. – М.: МАИ-ПРИНТ, 2009. – 458 с.
4. *Куприянов А.И., Михайлов В.Ю.* О формировании широкополосных псевдогауссовых шумовых сигналов // Вопросы повышения помехоустойчивости и эффективности радиотехнических систем. – М.: МИРЭА, 1991.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Б.К. Лебедев.

Михайлов Владимир Юрьевич – Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет; e-mail: mihvj@yandex.ru; 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, 4; тел.: 84991582977; к.т.н.; доцент.

Mikhaylov Vladimir Yr'evich – Moscow Aviation Institute (National Research University); e-mail: mihvj@yandex.ru; 4, Volokolamskoe, Moscow, 123993, Russia; phone: +74991582977; cand. of eng. sc.; associate professor.