Раздел II. Аппаратные и программные средства функциональной диагностики и терапии

УДК 681.3

Л.Г. Акулов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В МЕДИЦИНСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Рассмотрены математические особенности построения информационно-измерительных медицинских систем (ИИС). Поскольку биологические системы имеют сложную, не всегда четко определенную структуру, то для их корректного описания и осуществления метрологического анализа требуется ее навязывание. Соответственно, описано биоинструментальное представление ИИС. В рамках теории метрологического синтеза сформулирована концепция ядра ИИС. С использованием математической теории категорий и объектно-ориентированного моделирования описаны базовые отношения между элементами ядра ИИС. Сформулированы основные положения касаемо сложности построения ИИС в зависимости от ее структуры. В качестве примера приведена структура ядра ИИС для биомедицинских систем, основанных на анализе биоэлектрических потенциалов мозга.

Моделирование; синтез; метрология; граф; сложность.

L.G. Akulov

MATHEMATICAL MODELING IN MEDICAL MEASUREMENT

Article is devoted to mathematical features of constructing medical information measurement systems. Biological systems usually have so complicated and nondeterministic structure, therefore to correct describing it and apply metrological analysis it is necessary to impose structure to biological system. Hence bionstrumental approach is proposing. With agreement of metrological synthesis theory is formulated conception of core of information measurement system. With using of mathematical category theory and object-orienting modeling it is describing base relations between elements of system core. Base thesis of system synthesis complexity is formulated. As example of realized system it is given a system for measure and analysis of bioelectrical brain potentials.

Modeling; synthesis; metrology; graph; complexity.

В настоящее время в медико-биологической практике большую роль играет регистрация физических параметров биологических объектов. Полученная информация используются для поддержки принятия решений как при диагностике, так и при терапии. Здесь речь идет об измерениях, а потому становится актуальной задача их метрологического обеспечения. Однако, как показывает практика, данная задача не просто не решается, а зачастую даже и не ставится.

Отсутствие метрологического обеспечения является следствием сложности объекта исследования (живой системы). Метрологическое обеспечение принято делить на ставший классическим метрологический анализ (МА) и относительно недавно сформированный метрологический синтез (МС) [1, 2, 3]. Важнейшим элементом метрологического анализа является измерительное уравнение (ИУ), связывающее выходной сигнал с входным воздействием. Для сложных систем строится последовательность измерительных модулей, осуществляющих соответствующие измерительные преобразования, в результате возможно составление ИУ. Так как структура исследуемого объекта является неизвестной, то для формирования ИУ следует осуществить ее навязывание. При исследовании биологического объекта навязывание структуры приводит к выделению части преобразователей в его составе. Таковой подход получил название биоинструментального [4]. При МС структура ИУ формируется как аргумент функционала, связанного с точностью измерений и накладываемыми ограничениями. Потому выбор структуры биоинструментального преобразователя может быть выбран в соответствии с положениями теории МС.

Для математического описания МС необходима формализация измерительного ресурса. Измерительный ресурс представляется гипотетическими измерительными операциями при помощи оператора R^{hyp}, дающего нулевую погрешность измерения. В общем случае оператор R^{hyp} не единственный. При выборе из нескольких операторов нужно выбирать тот, который будет оптимальным с точки зрения субъекта измерения.

Таким образом, задача метрологического синтеза сводится к поиску набора операций R^{ideal}, в идеале дающих погрешность измерения не более заданной. Потому мы можем говорить о том, чтобы методическая погрешность не превышала наперед заданной величины $\Delta_{\mathrm{method}}\lambda$. То есть

$$R^{\mathrm{hyp}}\gamma(t) - R^{\mathrm{ideal}}\gamma(t) = \Delta_{\mathrm{method}}\lambda^{*} \le \Delta_{\mathrm{method}}\lambda . \qquad (1)$$

Если на множестве измеримых величин $\mathbf{\Lambda}$ существует оператор R^{ideal}, удовлетворяющий уравнению (1), то задача имеет решение, в противном случае – решения нет.

Для блоков, формализующих измерительные преобразователи в составе измерительного канала (ИК), можно говорить о направлении передачи измерительной информации. Причем, согласно определениям ИК, передача носит бесконтурный характер. Можно говорить об информационном отношении. В информационном отношении получатель информации (субъект) задает точность для отправителя (объект).

Поскольку проектируемые измерительные системы развивающиеся, то возможно отношение развития типа «предок-потомок». Кроме того, измерительные системы имеют собственную структуру, что позволяет говорить об их иерархическом устройстве.

Согласно [2], метрологический синтез делят на 1) параметрический; 2) функциональный; 3) структурный. Самый общий подход при проектировании сложных измерительных систем – структурный МС. Структурный МС есть последовательность отображений, представляющих процедуру синтеза (оптимизации) алгоритма, формализованная априорными знаниями (АЗ):

$$АЗ = \left(\lambda = F(\gamma), M_{\gamma}, M_{y}, \{M_{ui}\}_{i=1}^{I_u} \Theta\left[\Delta\lambda_j^{*}\right], P_{mp}\right) \to \left\{L_s \gamma_j(t)\right\}_{s=1}^{S_L} \to$$

$$\to L\gamma_j(t) = \arg_{L\in\vec{L}} \Theta\left[\Delta\lambda_j^{*} / \left(L, P \in P_{mp}\right)\right], \qquad (2)$$

где

$$\Delta\lambda_j^{*} = \Delta_{\mathrm{method}}\lambda_j^{*} + \Delta_{\mathrm{instrum}}\lambda_j^{*} ; \qquad (3)$$

F – функциональная связь между входным воздействием γ и измеряемой величиной λ; M_{γ} – модель входного воздействия; M_{y} – модель условий измерений; $\Theta\left[\Delta\lambda_j^{*}\right]$ – критерий оптимизации; P_{mp} – предъявленные требования и наложенные ограничения; $\{M_{ui}\}_{i=1}^{I_u}$ – совокупность измерительных модулей, представляющих измерительный ресурс; $L_s\gamma(t)$ – s-й возможный алгоритм измерений (S_L – число возможных алгоритмов измерений); $\{L_s\gamma_j(t)\}_{s=1}^{S_L} = \mathbf{L}_s$ – совокупность возможных алгоритмов измерения.

Данное отображение при оптимизации может быть представлено в виде последовательности двух отображений:

$$АЗ \to \{L_{mp}\gamma(t)\}_{mp=1}^{P_{Lm}} \to \left\{\{L_{mp\,s}\gamma(t)\}_{s=1}^{P_{LP}}\right\}_{mp=1}^{P_{Lm}} = \{L_s\gamma(t)\}_{s=1}^{S_L}, \quad (4)$$

где $L_{mp}\gamma(t)$ – p-й возможный типовой алгоритм измерений (P_{Lm} – число возможных алгоритмов измерений); $\{L_{mp\,s}\gamma(t)\}_{s=1}^{P_{LP}}$ – совокупность модификаций p-го типового алгоритма измерений (подмножество возможных алгоритмов измерений p-го типа).

Основная проблема при синтезе ИИС состоит в том, что число P_{Lm} возможных алгоритмов измерения, вообще говоря, бесконечно. Типовой алгоритм состоит из последовательности операций $R_1R_2...R_N$, которые обозначим как R. Причем, если речь идет о реализации алгоритма, то примем R как инструментальную реализацию R^{instr}.

В качестве критерия синтеза измерительной системы, согласно (2), (4) принята функция погрешности $\Theta\left[\Delta\lambda_j^*\right]$, однако в общем случае при математической формулировке метрологического синтеза функция погрешности представляет собой не критерий, а ограничение. Поскольку в идеальном случае информационная мера измеряемой величины стремится к бесконечности при бесконечном уменьшении погрешности $\Delta\lambda_j^*$, полученная оптимальная система будет физически нереализуема, так как потребует бесконечного числа элементов памяти. Потому оптимальное уравнение метрологического синтеза можно записать в виде

$$\begin{gathered} АЗ = \left(\lambda = F(\gamma), M_\gamma, M_y, \{M_{ui}\}_{i=1}^{I_u}, Q\left[C_{\mathrm{pr}}\right], \Delta\lambda_j^*, P_{mp}\right) \to \\ \to \{L_s\gamma_j(t)\}_{s=1}^{S_L} \to L_{\mathrm{opt}}\gamma_j(t) = \arg\underset{L\in\vec{L}}{\mathrm{extr}}\, Q\left[C_{\mathrm{pr}} / \left(L, \Delta\lambda_j^*\right)\right], \end{gathered} \quad (5)$$

где Q – минимизируемая функция (функция затрат); C_{pr} – основные затраты на синтез и функционирование системы. Под затратами понимают прежде всего стоимость. Параметром, однозначно характеризующим стоимость системы, является её сложность. Более того, сложность является более общим параметром, поскольку определяет не только ресурсы при производстве системы, но также при её эксплуатации. Как следствие, сложность влияет на быстродействие, безопасность, надёжность, миниатюрность, масштабируемость, ремонтопригодность, время на обучение обслуживающего персонала, достоверность.

Как следствие из [5] и определения функции энтропии S, можем переписать выражение (5) в виде

$$\begin{gathered} АЗ = \left(\lambda = F(\gamma), M_\gamma, M_y, \{M_{ui}\}_{i=1}^{I_u}, S[\mathrm{P}], \Delta\lambda_j^*, P_{mp}\right) \to \\ \to \{L_s\gamma_j(t)\}_{s=1}^{S_L} \to L_{\mathrm{opt}}\gamma_j(t) = \arg\underset{L\in\vec{L}}{\mathrm{extr}}\, S\left[\mathrm{P} / \left(L, \Delta\lambda_j^*\right)\right]. \end{gathered} \quad (6)$$

В общем случае меру сложности можно определить как некоторую функцию от измерительного оператора: $Comp(R)$.

Таким образом, если ставить задачу формирования измерительного средства с наперед заданными метрологическими характеристиками (погрешностями), то можем сформулировать следующее утверждение:

Метод, дающий меньшую погрешность, более сложный. То есть если существуют множества операторов, реализующих измерительные процедуры, $\mathbf{R}_1^{\text{instr}} \in \mathbf{R}^{\text{instr}}$ и $\mathbf{R}_2^{\text{instr}} \in \mathbf{R}^{\text{instr}}$, если заданы соответствующие характеристики погрешностей $\Theta\left[\Delta_1 \lambda_j^*\right] > 0$ и $\Theta\left[\Delta_2 \lambda_j^*\right] > 0$, $\forall \Delta_1 \lambda_j^*, \forall \Delta_2 \lambda_j^*$, при условии $\Theta\left[\Delta_1 \lambda_j^*\right] < \Theta\left[\Delta_2 \lambda_j^*\right]$ и условии существования множества операторов $\mathbf{R}_1^{\text{instr}} = \left\{R_{1i}^{\text{instr}}\right\}$: $\forall R_{1i}^{\text{instr}} \in \mathbf{R}_1^{\text{instr}}$, выполнено $\left|R_{1i}^{\text{instr}} \gamma_j(t) - \lambda_j(t)\right| < \Theta\left[\Delta_1 \lambda_j^*\right]$ и $\mathbf{R}_2^{\text{instr}} = \left\{R_{2k}^{\text{instr}}\right\}$: $\forall R_{2k}^{\text{instr}} \in \mathbf{R}_2^{\text{instr}}$ выполнено $\left|R_{2k}^{\text{instr}} \gamma_j(t) - \lambda_j(t)\right| < \Theta\left[\Delta_2 \lambda_j^*\right]$, кроме того, для операторов $\forall R_{1i}^{\text{instr}} \in \mathbf{R}_1^{\text{instr}}$ и $\forall R_{1i}^{\text{instr}} \in \mathbf{R}_1^{\text{instr}}$ совпадают допустимые области определения ($\gamma_j(t) \in \mathbf{\Gamma}$) и допустимые области значений ($\lambda_j(t), \lambda_j^*(t) \in \mathbf{\Lambda}$), причем если задана вероятность попадания измеряемой величины в это множество (этот промежуток), то справедливы следующие утверждения:

1) $\exists R_{1i}^{\text{instr}} \in \mathbf{R}_1^{\text{instr}}$: $\forall R_{2k}^{\text{instr}} \in \mathbf{R}_2^{\text{instr}}$ $Comp\left(R_{1i}^{\text{instr}}\right) \geq Comp\left(R_{2k}^{\text{instr}}\right)$;

2) сложность поиска оператора, удовлетворяющего условию, тем выше, чем выше соответствующие требования по точности. То есть в общем $Comp\left(\mathbf{R}^{\text{instr}} \to \mathbf{R}_1^{\text{instr}}\right) \geq Comp\left(\mathbf{R}^{\text{instr}} \to \mathbf{R}_2^{\text{instr}}\right)$ и, в частности, $Comp\left(\mathbf{R}^{\text{instr}} \to R_{1i}^{\text{instr}}\right) \geq$ $Comp\left(\mathbf{R}^{\text{instr}} \to R_{1k}^{\text{instr}}\right)$;

3) Мощность множества $\mathbf{R}_1^{\text{instr}}$ меньше или равна мощности множества $\mathbf{R}_2^{\text{instr}}$.

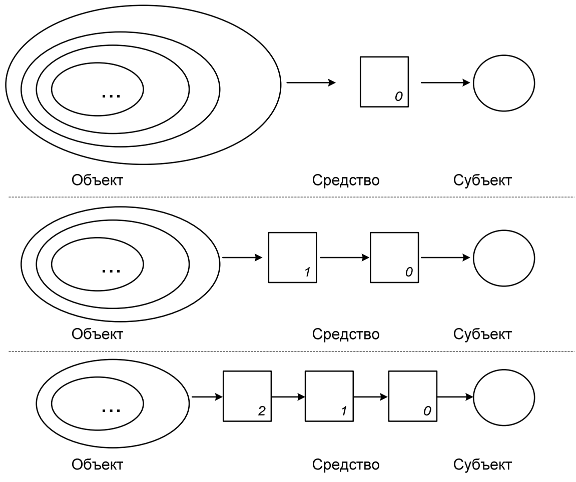

Рис. 1. Формирование ядра биоинструментальной информационно-измерительной системы

Следующей особенностью построения измерительных медицинских систем является определение множеств операций, реализующих измерительные процедуры. При проектировании таковых систем следует иметь в виду, что они носят развивающийся характер, т.е. должны быть определены операции добавления, изменения и удаления их элементов. Это необходимо для унификации методов и средств измерений в определенной области, а также для возможности модификации системы при изменении требований к ней без разработки таковой с нуля. Для решения этой задачи была сформулирована концепция ядра информационно-измерительной системы (ИИС), т.е. категорий цепи априорных знаний об МС, формализующих элементы структуры проектируемой ИИС.

Концепция выделения ядра биоинструментальной ИИС представлена на рис. 1. Исходя из выражений (2), (4), (5), (6), можем заключить наличие математической модели входных воздействий M_γ в структуре априорных знаний. То есть входные воздействия M_γ для системы на определенном этапе формирования ядра являются аргументом функтора при формализации категории априорных знаний об измерительном модуле в составе ИИС.

Таким образом, для системы, показанной на рис. 1, будет построена цепь функторных отображений [6]:

$$f_0 = Hom\left(M_{\gamma 0}, АЗ_1\right),\ f_1 = Hom\left(M_{\gamma 1}, АЗ_2\right),\ f_2 = Hom\left(M_{\gamma 2}, АЗ_3\right) \ldots \qquad (7)$$

В данном случае речь идет о последовательности прямых отображений, формализующих этап симуляции системы, позволяющий выбрать из множества доступных средств измерений такое, при котором заданные метрологические характеристики удовлетворяются, а обобщенная стоимость системы и затраты на поиск решения удовлетворяют условию оптимума. Причем сложность поиска операций определяется структурой ядра системы и структурой функциональных составляющих элементов ядра в соответствии с ранее сформулированными утверждениями для функции *Comp*.

Если учесть, что проектируемая измерительная система представляет собой систему развивающуюся, то следует иметь в виду, что требования к измеряемым параметрам объекта измерения формируются субъектом измерения. Далее, по мере движения по элементам ядра ИИС, происходит постепенное уточнение требований к входным воздействиям. В данном случае мы имеем продвижение по ядру ИИС в направлении обратном показанному на рис. 1. Это означает наличие цепи функторных отображений, формирующих требования к интерфейсной части соответствующего измерительного модуля и к соответствующим ограничениям, накладываемым на наборы доступных преобразований в рамках соответствия по типам и по реализуемым ими функциям. Данные функторные отображения можно записать в виде

$$F_0 = Hom\left(АЗ_1, M_{\gamma 0}\right),\ F_1 = Hom\left(АЗ_2, M_{\gamma 1}\right),\ F_2 = Hom\left(АЗ_3, M_{\gamma 2}\right) \ldots \qquad (8)$$

При этом следует учесть, что функторные отображения (7) и (8) некоммутативны, т.е. $F_i \neq f_i$. Кроме того они не являются взаимообратными, т.е. $F_i^{-1} \neq f_i$ и $F_i \neq f_i^{-1}$. Другими словами, речь идет о совершенно разных отображениях. Выражения (7) формализуют этап функционирования (эксплуатации) редуцированной системы, а выражения (8) – этап синтеза общей системы. Важной связью между (7) и (8) является тождественная топология отображений, которая, собственно, и формирует ядро развивающейся ИИС. Топологию отображений можно изобразить при помощи графа.

Как пример синтеза ядра биомедицинской ИИС, было сформировано ядро ИИС для электроэнцефалографических исследований [7]. Граф ядра системы показан на рис. 2.

Здесь приняты следующие обозначения категорий вершин: 1 – источники хаотической природы; 2 – детерминированные источники; 3 – окружающая среда; 4 – психофизиологическое состояние биообъекта; 5 – множество физиологических источников, которые задают физические поля биообъекта; 6 – оператор трансформации полей источников при прохождении сигнала от этих источников к поверхности биообъекта (к точке съема измерительной системой); 7 – пространственное демультиплексирование (способы контакта датчиков с биологическим объектом); 8 – множество каналов физиологических измерений; 9 – система дополнительных каналов; 10 – мультиплексор; 11 – процессорный блок предобработки сигнала; 12 – блок постобработки и анализа.

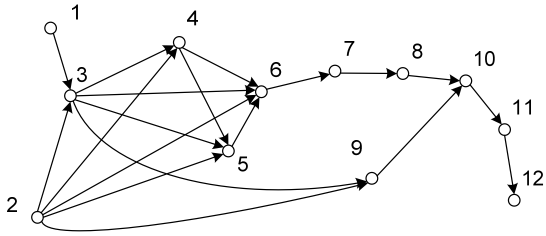

Рис. 2. Ядро биоинструментальной электроэнцефалографической ИИС

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Цветков Э.И.* Основы математической метрологии. – СПб.: Политехника, 2005. – 510 с.
2. *Цветков Э.И.* Основы математической метрологии. Т. 2. Метрологический синтез. – СПб.: ЛЭТИ, 2009. – 96 с.
3. *Цветков Э.И.* Основы математической метрологии. Т. 2. Метрологическая верификация измерительных процедур и средств. – СПб.: ЛЭТИ, 2011. – 110 с.
4. *Муха Ю.П., Бугров А.В.* Биоинструментальные адаптивные системы в медицине // Биомедицинская радиоэлектроника. – 2009. – № 4. – С. 25-34.
5. *Акулов Л.Г., Литовкин Р.В.* Метрологический подход к оценке структурной сложности системы исследования биопотенциалов мозга // Биомедицинская радиоэлектроника. – 2009. – № 4. – С. 42-50.
6. *Маклейн С.* Категории для работающего математика: Пер. с англ. / Под ред. В.А. Артамонова. – М.: Физматлит, 2004. – 352 с.
7. *Муха Ю.П., Акулов Л.Г.* Модель измерительного уравнения при исследовании биопотенциалов организмана примере электроэнцефалографии // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Серия "Биотехнические системы в медицине и экологии". – 2006. – Вып. 2. – С. 80-89.

Статью рекомендовал к опубликованию к.ф-м.н., доцент А.В. Харланов.

Акулов Леонид Геннадьевич – Волгоградский государственный технический университет; e-mail: TinyLeo@mail.ru; 400121 г. Волгоград, пр. Ленина 28; тел.: 88442248488; кафедра вычислительной техники; ст. преподаватель.

Akulov Leonid Gennadyevich – Volgograd State Technical University; e-mail: TinyLeo@mail.ru; 28, Lenina pr., Volgograd, 400121, Russia; phone: +78442248488; the department of computer engineering; senior lecturer.

УДК 615.471

С.А. Синютин, В.Г. Захаревич

АНАЛИЗ СТРЕССА ПО ДАННЫМ ВАРИАЦИОННОЙ ПУЛЬСОМЕТРИИ С ПОМОЩЬЮ WAVELET ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Статья посвящена анализу стресса физиологичными методами, использующими данные вариационной пульсометрии с помощью wavelet преобразования. Показано, что для анализа нестационарного ряда RR-интервалов можно использовать дискретное wavelet