Раздел II. Математическое моделирование радиофизических процессов

УДК 621.371:538.574

А.И. Панычев

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АППАРАТА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

Строгая электродинамическая модель структуры с нелинейными поверхностными свойствами может быть представлена в виде системы нелинейных алгебраических уравнений относительно токов в нелинейных контактах. Использование такой системы сопряжено с необходимостью исследования существования, единственности и физической обоснованности решения. Ввиду большой размерности системы и математической громоздкости выражений для ее коэффициентов этот подход весьма трудоемок.

В статье рассматривается электродинамическая модель эффекта нелинейного рассеяния электромагнитного поля, сформулированная в виде оптимизационной задачи математического программирования параметрами оптимизации, в которой являются искомые токи в нелинейных контактах. В основу модели положены соотношения Менли и Роу, которые в общей форме выражают закон сохранения энергии и устанавливают связь между частотами колебаний в системе и величинами мощностей, отдаваемых в нелинейный элемент или получаемых от него.

Приведен пример построения оптимизационной модели бигармонического воздействия на круговой цилиндр с продольными нелинейными контактами. Установлено качественное и количественное совпадение результатов, полученных на основе оптимизационной и традиционной моделей. Показана эффективность аппарата математического программирования на этапах получения решения и валидации моделей.

Эффект нелинейного рассеяния; математическое программирование; соотношения Менли и Роу; граничные задачи электродинамики.

A.I. Panychev

THE USE OF MATHEMATICAL PROGRAMMING APPARATUS TO SOLVE NONLINEAR ELECTRODYNAMIC BOUNDARY PROBLEMS

Mathematically rigorous electrodynamic model of the structure with the nonlinear surface properties can be represented as a system of nonlinear algebraic equations for the currents in nonlinear contacts. The use of such system is connected with the necessity of the study of existence, uniqueness and physical validity of the decision. Due to the great dimension systems and mathematical bulkiness of the expressions for the coefficients of this approach is very laborious.

The electrodynamic model of a nonlinear scattering effect of the electromagnetic field, formulated as optimization problems of mathematical programming, optimization settings are desired currents in nonlinear contacts is considered in this article. The model is based on the Manley and Row ratio, which in the general form expresses the energy conservation law and establish the relationship between the frequencies of the oscillations in the system and values of capacity, delivered by the nonlinear element or derived from it.

The example of an optimization model of a biharmonic impact on a circular cylinder with nonlinear longitudinal contacts is presented. A qualitative and quantitative agreement between the results obtained of optimization and traditions models is established. An effective mathematical programming of the decision production and model validation stages is shown.

Nonlinear scattering effect; mathematical programming; Manley and Row ratio; electrodynamic boundary problem.

Исследование эффекта нелинейного рассеяния электромагнитных (ЭМ) полей как граничной задачи электродинамики предложенно в [1, 2] и развито во многих других работах. Основные положения этого подхода состоят в следующем. На основе леммы Лоренца формируются интегральные соотношения для ЭМ-полей, которые затем с использованием предложенных в [3] нелинейных граничных условий (НГУ) импедансного типа преобразуются в систему интегральных уравнений относительно комбинационных компонентов электрических или магнитных токов в нелинейных элементах (НЭ). В общем случае система является бесконечной, так как каждое из уравнений записывается для отдельной спектральной составляющей тока. В допущении геометрической малости НЭ систему интегральных уравнений удается свести к системе алгебраических уравнений. Размерность системы, используемой в расчетах, зависит от количества учитываемых при анализе составляющих частотного спектра рассеянного поля. Комплексные амплитуды токов в НЭ на каждой комбинационной частоте могут быть получены с использованием хорошо развитых методов численного решения систем нелинейных алгебраических уравнений. Поскольку источниками вторичных полей на частотах, отсутствовавших в падающих ЭМ-полях, являются только токи НЭ, дальнейшее определение полного поля не вызывает затруднений.

Вследствие того, что токи в НЭ определяются как численное решение системы нелинейных алгебраических уравнений, возникает необходимость в выполнении дополнительных процедур, связанных с доказательством существования, единственности и физической обоснованности полученного решения. Ввиду большой размерности системы и значительной сложности выражений для ее коэффициентов доказательство правильности полученного решения представляет собой отдельную громоздкую задачу, что усложняет анализ эффекта нелинейного рассеяния в целом.

Получить электродинамическую модель эффекта нелинейного рассеяния в постановке, не требующей отдельного доказательства верности решения, позволяет переход к оптимизационной задаче математического программирования, параметрами оптимизации в которой являются искомые токи в НЭ. Такая модель может быть построена на основе соотношений Менли и Роу, являющихся удобным инструментом для выяснения основных особенностей частотно-энергетических преобразований ЭМ-поля в отсутствие параметрического возбуждения.

Когда сосредоточенный НЭ испытывает одновременное воздействие гармонических колебаний двух частот ω и Ω, соотношения Менли и Роу в терминах теории цепей представляются в виде [4]:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty} m\frac{U_{mn}I_{mn}^{*}}{\omega_{mn}}=0; \tag{1}$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty} n\frac{U_{mn}I_{mn}^{*}}{\omega_{mn}}=0. \tag{2}$$

Здесь U_{mn}, I_{mn} – комплексные амплитуды напряжения и тока на НЭ на комбинационной частоте $\omega_{mn}=m\omega+n\Omega$, $m,n=0,\pm1,\pm2,\ldots$; знак «*» – символ комплексного сопряжения. Частота ω_{mn} является линейной комбинацией двух «базисных» частот ω и Ω, которые не находятся в рациональном отношении, т.е. не существует таких целых *m* и *n*, не равных одновременно нулю, чтобы $\omega_{mn}=0$.

С целью адаптации соотношений Менли и Роу к электродинамическим моделям структур, содержащих нелинейные в электрофизическом смысле элементы, рассмотрим граничную задачу электродинамики в следующей постановке (рис. 1). На металлическом объекте заданной формы с поверхностью S и объемом V произвольным образом расположено K образований, имеющих нелинейные электрические свойства. Вольтамперная характеристика (ВАХ) каждого k-го НЭ с любой степенью точности может быть аппроксимирована степенным полиномом $i_k(t)=\sum_{s=0}^{Q} a_{s,k}u_k^s(t)+b_{s,k}\frac{du_k^s(t)}{dt}$, $k=1,2,\ldots,K$ – номер НЭ. В общем случае степень аппроксимирующего вольтамперную характеристику НЭ полинома может быть различной для разных контактов, т.е. определяется номером НЭ – Q_k. В качестве единой величины Q следует использовать максимальное из всех значений $Q=\max\{Q_k\}$, при этом в ВАХ контактов с меньшей степенью полинома появляются слагаемые с нулевыми коэффициентами. Возбуждение тела с поверхностными НЭ осуществляется монохроматическими источниками электромагнитного поля с частотами ω и Ω, размещенными вне объекта или на его поверхности в объемах V_ω и V_Ω соответственно.

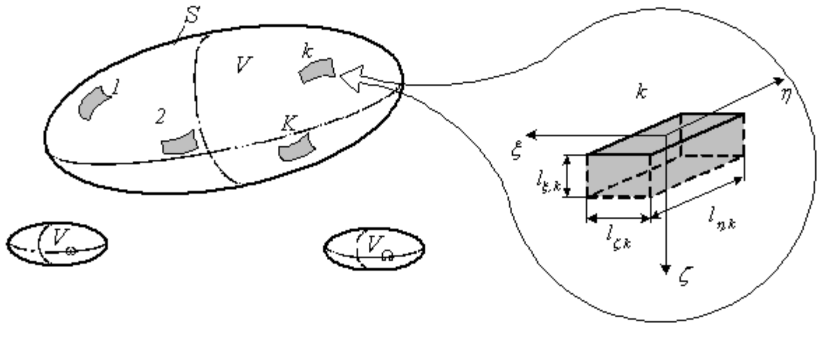

Рис. 1. Физическая модель задачи

Рассмотрим k-й НЭ. Введем для него криволинейную систему координат ξ, η, ζ, в которой оси ξ и η направлены по касательной к поверхности НЭ, а ось ζ – вглубь нормально к его поверхности. Геометрические размеры этого нелинейного элемента обозначим $l_{\xi,k}, l_{\eta,k}, l_{\zeta,k}$.

Перейдем от физической модели к электродинамической математической модели. Мгновенному значению напряжения между двумя точками на противолежащих границах НЭ в физической модели соответствует плотность линейного магнитного тока вдоль перпендикулярного направления в математической модели: $u_{\psi,k}(t)=I^{м}_{\gamma,k}(t)$. Мгновенное значение электрического тока с учетом наличия емкости между кромками НЭ заменяется выражением, содержащим плотности линейных электрического и магнитного токов:

$$i_{\psi,k}(t)=I^{э}_{\psi,k}(t)-\frac{\varepsilon_{a,k}l_{\gamma,k}l_{\zeta,k}}{l_{\psi,k}}\frac{dI^{м}_{\gamma,k}(t)}{dt},$$

где $\varepsilon_{a,k}$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего объем k-го НЭ. Здесь и в последующих формулах ψ и γ означают одну из касательных координат, когда эти обозначения используются в одной формуле: если ψ обозначает ξ, то γ означает η и если ψ обозначает η, то γ означает ξ.

Применяя разложения мгновенных значений электрического и магнитного токов в двойные ряды Фурье, перейдем к пространственным составляющим комплексных амплитуд плотности линейного электрического $I^{э}_{\psi,mn,k}$ и линейного магнитного $I^{м}_{\gamma,mn,k}$ тока на частоте ω_{mn} в k-м НЭ. Затем воспользуемся нелинейными граничными условиями импедансного вида, предложенными в [3] и связывающими касательные составляющие электрического и магнитного токов на поверхности произвольного k-го НЭ при допущении малости электрических размеров:

$$I^{э}_{\psi,mn,k} = \sum_{s=0}^{Q} Y_{\gamma,mn,s,k} \tilde{I}^{м}_{\gamma,mn,s,k}, \tag{3}$$

где $Y_{\gamma,mn,s,k} = (\pm 1)^s \left[a_{\gamma,s,k} + i\omega_{mn} b_{\gamma,s,k}\right]$ при s=1 имеет смысл проводимости НЭ (верхний знак используется, когда γ обозначает координату η, нижний – когда γ обозначает ξ); $a_{\gamma,s,k}, b_{\gamma,s,k}$ – коэффициенты полинома, аппроксимирующего ВАХ k-го НЭ; коэффициент $b_{\gamma,1,k} = \dfrac{\varepsilon_{a,k}\, l_{\gamma,k}\, l_{\zeta,k}}{l_{\psi,k}}$ определяет емкость k-го НЭ; $\tilde{I}^{м}_{\gamma,mn,s,k} = \sum\limits_{p_{s-1}=-\infty}^{\infty} \sum\limits_{q_{s-1}=-\infty}^{\infty} \tilde{I}^{м}_{\gamma,p_{s-1}q_{s-1},s-1,k} \cdot I^{м}_{\gamma,m-p_{s-1}n-q_{s-1},k}$ – нелинейная комбинация спектральных компонентов тока в НЭ.

Учитывая то обстоятельство, что напряжение и ток НЭ являются действительными функциями времени, соотношения Менли и Роу для каждого НЭ представляются в виде [5, 6]:

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{m}{\omega_{mn}} I^{м*}_{\gamma,mn,k} \cdot \sum_{s=0}^{Q} Y_{\gamma,mn,s,k} \cdot \tilde{I}^{м}_{\gamma,mn,s,k} = 0; \tag{4}$$

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{n}{\omega_{mn}} I^{м*}_{\gamma,mn,k} \cdot \sum_{s=0}^{Q} Y_{\gamma,mn,s,k} \cdot \tilde{I}^{м}_{\gamma,mn,s,k} = 0. \tag{5}$$

Теперь, основываясь на соотношениях Менли и Роу для электродинамической модели эффекта нелинейного рассеяния (4) и (5), воспользуемся аппаратом математического программирования для решения граничной задачи электродинамики, физическая модель которой представлена на рис. 1.

В формируемой задаче нелинейного математического программирования параметрами оптимизации выберем комплексные амплитуды плотности магнитного тока в нелинейных элементах на комбинационных частотах $I^{м}_{\gamma,mn,k}$. В качестве критерия оптимальности используем требование максимально точного выполнения соотношений Менли и Роу, физически означающее проверку выполнения закона сохранения энергии с заданной точностью.

На этапе формирования целевой функции проанализируем выражения (4) и (5). Каждое из них представляет собой равную нулю двойную бесконечную сумму комплексных чисел. Очевидно, что равенство нулю суммы комплексных чисел означает либо одновременное равенство нулю вещественной и мнимой составляющих суммы, либо равенство нулю модуля суммы. Для упрощения модели следует выбрать второй случай, иными словами, потребовать минимизации, т.е. предельно близкого к нулю значения, модуля суммы. Необходимо учесть также и то, что для каждого нелинейного элемента одновременно должна выполняться пара соотношений Менли и Роу, поэтому следует требовать минимизации суммы модулей левых частей выражений (4) и (5). Поскольку в общем случае количество нелинейных элементов равно K, и указанные требования распространяются на каждый НЭ, то в целевой функции должна присутствовать сумма по всем нелинейным элементам. Кроме того, в вычислительной модели от бесконечных рядов необходимо перейти к конечным суммам. Это означает, что учитываются только некоторые, наиболее существенные спектральные составляющие искомых токов.

В итоге получаем целевую функцию в виде выражения

$$\sum_{k=1}^{K}\left[\left|\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\frac{m}{\omega_{mn}}I^{м*}_{\gamma,mn,k}\cdot\sum_{s=0}^{Q}Y_{\gamma,mn,s,k}\cdot\tilde{I}^{м}_{\gamma,mn,s,k}\right|+\right.$$

$$\left.+\left|\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\frac{n}{\omega_{mn}}I^{м*}_{\gamma,mn,k}\cdot\sum_{s=0}^{Q}Y_{\gamma,mn,s,k}\cdot\tilde{I}^{м}_{\gamma,mn,s,k}\right|\right]\to\min. \tag{6}$$

Количество учитываемых в оптимизационной модели спектральных составляющих токов определяется пределами суммирования M, N и может быть выбрано из физических соображений. В частности, оно зависит от величины коэффициентов ВАХ нелинейных контактов, степени аппроксимирующего полинома Q, соотношения «базисных» частот ω и Ω и т.д.

Установим ограничения на «базисные» частоты для случая, когда в целевой функции (6) учитывается конечное число членов рядов, используя рекомендации, изложенные в [7]. Если предположить, что частоты ω и Ω соизмеримы, то их отношение представляется в виде $\omega/\Omega=r/R$, где r и R – целые положительные взаимно простые числа. Не снижая общности, можно считать $r<R$ ($\omega<\Omega$), тогда r/R является несократимой дробью. При указанном допущении в выражении (6) могут существовать несколько слагаемых с одинаковыми частотами. Рассмотрим два таких произвольных слагаемых, соответствующих парам чисел m_1, n_1 и m_2, n_2. Поскольку $\omega_{m_1n_1}=\omega_{m_2n_2}$, то справедливо равенство $n_2-m_1=-(m_2-m_1)\frac{r}{R}$. Таким образом, условием соизмеримости «базисных» частот является $|m_2-m_1|\geq R$. Значит, чтобы в целевой функции (6) не было повторяющихся частот, частоты ω и Ω следует выбирать, исходя из максимального порядка учитываемой комбинационной компоненты $q=|m|+|n|$. Так, при учете в оптимизационной модели комбинационных спектральных компонентов с максимальным порядком q частота выбирается из условия $R=q$. Для учета гармоники с номером q следует выбирать $R=q+1$.

К условиям-ограничениям, накладываемым на искомые спектральные составляющих поверхностного магнитного тока в НЭ, предъявим несколько требований. Основные из них связаны с тем, что необходимо учесть:

1) геометрические и энергетические параметры физической модели;
2) взаимодействие нелинейных элементов между собой;
3) ток в НЭ является действительной функцией времени.

Первые два требования можно удовлетворить, если в ограничительные условия включить нелинейные алгебраические уравнения относительно искомых токов на НЭ, используемые в электродинамическом методе анализа эффекта нелинейного рассеяния [1]. В общем виде эти уравнения можно представить следующим образом:

$$\sum_{v=1}^{K} I^{м}_{\gamma,mn,k}\rho_{\gamma,mn,k,v} + \sum_{s=0}^{Q} Y_{\gamma,mn,s,k} \cdot \tilde{I}^{м}_{\gamma,mn,s,k} = -F_{mn,k}, \; k=1,2,\ldots,K, \quad (7)$$

где $\rho_{\gamma,mn,k,v}$ – выражает взаимные или собственные (при совпадении индексов k и v) проводимости нелинейных контактов и зависит от их размеров, взаимного расположения и удаленности друг от друга, формы объекта, содержащего НЭ;

$F_{mn,k}$ – учитывает расположение и интенсивность монохроматических источников ЭМ-поля с «базисными» частотами ω и Ω.

Третье требование накладывает на искомые токи ограничение следующего вида:

$$I^{м}_{\gamma,mn,k} = I^{м*}_{\gamma,mn,k}. \quad (8)$$

Общее число уравнений вида (7) и (8) в системе ограничений должно соответствовать количеству учитываемых спектральных компонентов тока в целевой функции (6), а также количеству нелинейных контактов, и равно $2K(2M+1)(2N+1)$.

Помимо условий (7) и (8) в качестве ограничений могут быть использованы и другие соотношения относительно искомых токов $I^{м}_{\gamma,mn,k}$, составленные на основе эмпирических и теоретических соображений, справедливых для конкретной электродинамической структуры.

Таким образом, сформулирована задача нелинейного программирования. Параметрами оптимизации являются комплексные амплитуды плотности магнитного тока в НЭ на комбинационных частотах, которые входят в состав выражений и для целевой функции (6), отражающей критерий оптимальности, и для ограничительных условий (7), (8), задающих область допустимых решений.

Для численной реализации этой задачи и получения оптимального решения требуется указать начальные условия для искомых спектральных составляющих тока. Начальные условия могут быть заданы, исходя из эмпирических и теоретических сведений для исследуемой конструкции. Так, известно [1, 3], что с увеличением порядка комбинационной частотной компоненты $q=|m|+|n|$ на единицу интенсивность токов уменьшается не менее, чем на один порядок. Кроме того, амплитуда спектральных компонент искомых токов существенно зависит от вида ВАХ нелинейных контактов, удаления НЭ от источников, взаимного расположения НЭ и от других причин. Некоторые интересные соображения относительно дополнительных требований к выбору первого приближения к решению задачи приведены в [8].

Применим разработанный оптимизационный подход к следующей двумерной модельной задаче. В свободном пространстве расположен бесконечный круговой металлический цилиндр радиуса a, ось которого совмещена с осью z цилиндрической системы координат (рис. 2). На его поверхности задано K ($k=1,2,\ldots,K$) продольных нелинейных контактов, расположенных вдоль образующей цилиндра и характеризуемых угловой координатой центра φ_k и угловым размером $\Delta\varphi_k$. Нелинейные электрические свойства контактов описываются вольтамперными характеристиками, представленными в виде полинома степени Q с коэффициентами $a_{s,k}$ и $b_{s,k}$ ($s=1,2,\ldots,Q$), коэффициенты $b_{s,k}$ учитывают реактивную составляющую импеданса НЭ. В окружающем пространстве заданы два сторонних источника ЭМ-поля в виде синфазных нитей магнитного тока с частотами ω и Ω. Координаты этих нитей и амплитуды токов соответственно равны r_ω, φ_ω, $I^{м}{}_{\omega}$ и r_Ω, φ_Ω, $I^{м}{}_{\Omega}$. Считаем, что параметры нелинейных контактов и сторонних источников не зависят от продольной координаты.

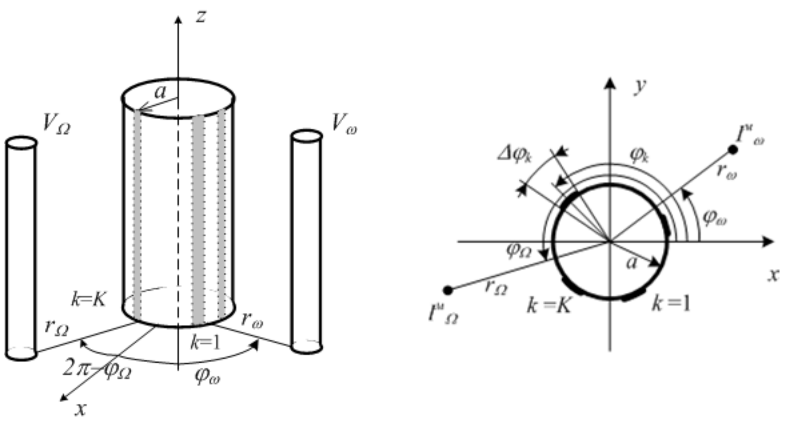

Рис. 2. Геометрические параметры модели

Используя основные расчетные соотношения, полученные в [9], сформулируем задачу нелинейного программирования для отыскания продольных составляющих комплексных амплитуд плотностей поверхностных магнитных токов в нелинейных контактах $J^{м}_{z,mn,k}$ на каждой из комбинационных частот ω_{mn}.

Общее выражение для целевой функции (6) в модельной задаче приобретает конкретный вид

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{K}\left(\Delta\varphi_k\right)^2\Bigg[&\left|\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\frac{m}{\omega_{mn}}J^{м*}_{z,mn,k}\cdot\sum_{s=1}^{Q}(a\Delta\varphi_k)^{s-1}Y_{mn,s,k}\tilde{J}^{м}_{z,mn,s,k}\right|+\\ &+\left|\sum_{m=-M}^{M}\sum_{n=-N}^{N}\frac{n}{\omega_{mn}}J^{м*}_{z,mn,k}\cdot\sum_{s=1}^{Q}(a\Delta\varphi_k)^{s-1}Y_{mn,s,k}\cdot\tilde{J}^{м}_{z,mn,s,k}\right|\Bigg]\to\min,\end{aligned}\qquad(9)$$

где $\tilde{J}^{м}_{z,mn,s,k}=\sum_{p_{s-1}=-\infty}^{\infty}\sum_{q_{s-1}=-\infty}^{\infty}\tilde{J}^{м}_{z,p_{s-1}q_{s-1},s-1,k}\cdot J^{м}_{z,m-p_{s-1}n-q_{s-1},k}$ – рекуррентное соотношение, учитывающее взаимодействие спектральных компонентов тока в НЭ.

Условия-ограничения (7) преобразуются к виду

$$\sum_{v=1}^{K}J^{м}_{z,mn,k}\rho_{mn,k,v}+\sum_{s=1}^{Q}(a\Delta\phi_k)^{s}Y_{mn,s,k}\cdot\tilde{J}^{м}_{z,mn,s,k}-F_{mn,k}=0,\qquad(10)$$

где $\rho_{mn,k,v}=\frac{i}{\pi W}\sum_{l=0}^{\infty}\varepsilon_l\frac{H_l^{(2)}(k_{mn}a)}{H_l'^{(2)}(k_{mn}a)}\cdot\frac{\sin(l\Delta\varphi_k/2)}{l}\cdot\cos(l(\varphi_v-\varphi_k))$

выражает взаимные или собственные (при совпадении индексов k и v) проводимости нелинейных контактов [10];

$$\begin{aligned}F_{mn,k}=\frac{i}{2\pi aW}\sum_{l=0}^{\infty}\varepsilon_l\Bigg[&\frac{I^{м}_{\omega}\left[\delta^{10}_{mn}+\delta^{-10}_{mn}\right]H_l^{(2)}(k_{mn}r_\omega)\cos(l(\varphi_\omega-\varphi_k))}{H_l'^{(2)}(k_{mn}a)}+\\ &+\frac{I^{м}_{\Omega}\left[\delta^{01}_{mn}+\delta^{0-1}_{mn}\right]H_l^{(2)}(k_{mn}r_\Omega)\cos(l(\varphi_\Omega-\varphi_k))}{H_l'^{(2)}(k_{mn}a)}\Bigg]\end{aligned}$$

учитывает расположение и амплитуду сторонних источников с частотами ω и Ω.

В этих выражениях использованы обозначения: ε_l – символ Неймана; δ_{mn}^{pq} – символ Кронекера; $H_l^{(2)}(x)$ и $H_l'^{(2)}(x)$ – функция Ханкеля второго рода порядка l и ее производная по аргументу; k_{mn} – коэффициент распространения электромагнитного поля на комбинационной частоте ω_{mn}; W – характеристическое сопротивление свободного пространства.

Требование, чтобы искомые токи являлись действительными функциями времени (8), в двумерной задаче преобразуется к виду

$$J_{z,mn,k}^{м} = J_{z,mn,k}^{м*}. \tag{11}$$

Таким образом, постановка задачи математического программирования для кругового цилиндра с продольными нелинейными контактами описывается совокупностью соотношений (9), (10) и (11).

Для численного моделирования использовались следующие значения основных параметров задачи. Цилиндр – металлический, радиус a =20 см. Нелинейные контакты – один контакт (K =1) типа металл-окисел-металл с угловым размером $\Delta\varphi_1$ =0,5 ° и азимутальной координатой центра φ_1 =10 °; вольтамперная характеристика нелинейного контакта аппроксимирована полиномом третьей степени (Q =3), его коэффициенты: $a_{1,1}$ =1,83×10^{-2}, $a_{2,1}$ =0, $a_{3,1}$ =3,70×10^{-3}, $b_{1,1}$ =$b_{2,1}$=$b_{3,1}$ =0, т.е. реактивная составляющая проводимости материала контакта не учитывается. Сторонние источники – две нити синфазного магнитного тока, расположенные на поверхности цилиндра ($r_\omega = r_\Omega = a$), угловые координаты источников φ_ω =0 ° и φ_Ω=20 °; базовые частоты $\omega = 2\pi \cdot 8 \cdot 10^9$ рад/с и $\Omega = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^9$ рад/с ($k_{10}a$ =33,5, $k_{01}a$ =41,8). Максимальный порядок рассчитываемых комбинационных составляющих – четвертый (M =2, N =2). Количество уравнений-ограничений – $2K(2M+1)(2N+1)$ =50.

Влияние амплитуды сторонних источников можно проследить по результатам, представленным на рис. 3, на котором изображены графики зависимостей нормированных значений модулей комбинационных составляющих поверхностного магнитного тока от амплитуды стороннего источника $I^{м}{}_{\Omega}$ при неизменной единичной амплитуде источника $I^{м}{}_{\omega}$.

Рассчитанные характеристики качественно совпадают с результатами, полученными в [9] путем решения системы нелинейных алгебраических уравнений, и хорошо согласуются с ними количественно. Поскольку в ВАХ нелинейного контакта квадратичный член равен нулю, в спектре поверхностного магнитного тока отсутствуют четные гармоники и комбинационные составляющие четного порядка.

Составляющая с базовой частотой ω (m=1, n=0) всегда остается не менее, чем на порядок меньше составляющей с частотой Ω (m=0, n=1), что объясняется разницей в амплитуде источников полей на этих частотах. Составляющие третьего порядка со структурой m=2, $|n|$=1 примерно равны между собой и не менее чем на порядок меньше составляющих типа $|m|$=1, n=2, которые, в свою очередь, практически совпадают по уровню между собой. При этом частоты компонентов суммарных порядков почти втрое больше частот разностных компонентов, поскольку ω = 0,8Ω, т.е. частоты разностных комбинационных составляющих близки к базовым частотам, а суммарные – к третьим гармоникам базовых частот.

Все зависимости имеют нелинейный характер, причем частотные компоненты тока, для которых справедливо условие $|m|<|n|$, преобладают по уровню над комбинационными компонентами того же порядка. Это объясняется более существенным влиянием стороннего источника с частотой Ω, который имеет значительно большую амплитуду и при этом расположен на том же расстоянии от нелинейного контакта, что и другой источник.

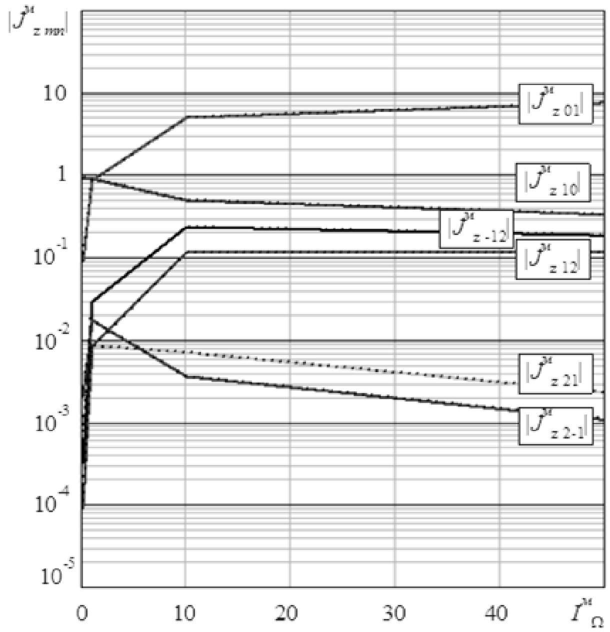

Рис. 3. Зависимости модулей спектральных компонентов тока НЭ от интенсивности стороннего источника

Влияние геометрического размера нелинейного контакта на величину тока в нем можно проследить также по рис. 2. Здесь сплошными линиями приведены зависимости для случая, когда ширина контакта $\Delta\varphi_1$ =0,5 º, пунктирные линии соответствуют $\Delta\varphi_1$ =0,1 º. Видно, что несмотря на изменение собственной проводимости нелинейного контакта при изменении его ширины (10), величина спектральных составляющих тока в контакте изменяется весьма незначительно.

Таким образом, разработанный подход к решению граничной задачи нелинейной электродинамики путем ее формулировки как оптимизационной задачи математического программирования позволяет упростить вычислительную часть анализа эффекта нелинейного возбуждения и рассеяния ЭМ-полей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Петров Б.М., Семенихина Д.В., Панычев А.И.* Эффект нелинейного рассеяния. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1997. – 202 с.
2. *Петров Б.М., Семенихина Д.В., Панычев А.И.* Бигармоническое воздействие электромагнитного поля на тела с нелинейными нагрузками // Изв. вузов. Электромеханика. – 1991. – № 8. – С. 81-83.
3. *Петров Б.М.* Нелинейные граничные условия и вольтамперные характеристики // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1995. – Т. 38, № 1. – С. 3-8.
4. *Конторович М.И.* Нелинейные колебания в радиотехнике. – М.: Сов. радио, 1973. – 320 с.
5. *Панычев А.И.* Адаптация соотношений Менли и Роу к нелинейным граничным задачам электродинамики // Излучение и рассеяние электромагнитных волн: Материалы Междунар. научн. конф. «Излучение и рассеяние ЭМВ – ИРЭМВ-2005». – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. – С. 330-332.
6. *Панычев А.И.* Использование соотношений Менли и Роу в электродинамических моделях // Вопросы специальной радиоэлектроники. – 2005. – Вып. 2. – С. 167-172.
7. *Хотунцев Ю.Л.* Полупроводниковые СВЧ-устройства (Анализ и синтез). – М.: Связь, 1978. – 256 с.

8. *Мусаев Максуд Мурад Оглы, Кисель Н.Н.* Численное и экспериментальное исследование метаматериалов на основе спиральных элементов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 11 (136). – С. 81-86.
9. *Панычев А.И.* Нелинейные контакты на цилиндре под бигармоническим воздействием // Известия ТРТУ. – 1997. – № 2 (5). – С. 50-52.
10. *Панычев А.И.* Собственные и взаимные проводимости излучающих щелей многолучевой многочастотной цилиндрической антенны // Антенны. – 2002. – Вып. 4 (59). – С. 12-15.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Л.А. Зинченко.

Панычев Андрей Иванович – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: ruu2011@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371733; кафедра антенн и радиопередающих устройств; к.т.н.; доцент.

Panychev Andrey Ivanovich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University"; e-mail: ruu2011@mail.ru; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371733; the department of antennas and radio transmitters; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 621.371.332.4

С.Г. Грищенко, Н.Н. Кисель, А.А. Ваганова

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ МНОГОСЛОЙНОЙ МОДЕЛИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Исследование влияния земной поверхности на характеристики радиоэлектронного оборудования. Характеристики рассеяния наземных и воздушных объектов являются важной задачей радиотехники и связи.

В данной работе модель земной поверхности представлена в виде плоскослоистого полупространства, неровность границ которого удовлетворяет критерию Релея. Для решения задачи использован метод геометрической оптики. Траектории лучей в модели многослойной среды описаны набором направленных отрезков, каждый из которых является геометрическим путем луча между двумя соседними границами раздела.

В данной работе представлен численный анализ для ряда сложных многослойных структур, моделирующих различные состояния земной поверхности (снег – сухая почва, снег – влажная почва, сухая почва – влажная почва, снег – лед – морская вода, лед – снег – лед – морская вода, лед – снег – влажная почва, лед – снег – грунт средней влажности – сухая почва).

Для решения задачи определения отражательной способности земной поверхности была изучена модель в виде плоскослоистой структуры. Для определения коэффициента отражения произвольной модели земной поверхности с произвольным числом слоев, имеющих любую толщину и электрические параметры материала, использованы рекуррентные соотношения.

Модель земной поверхности; рассеяние электромагнитных волн; численный анализ.

S.G. Grishchenko, N.N. Kisel', A.A. Vaganova

NUMERICAL ANALYSIS OF EARTH SURFACE MULTILAYER MODEL

Accounting for the effects of the earth surface on the performance of electronic equipment, scattering characteristics of ground and air objects is important problem of radio engineering and communications.

In this paper the model of the Earth surface is presented as the plane-layered half-space, the roughness of the interfaces which satisfies the Raleigh criterion. The method of geometrical optics is used to solve the problem. Ray paths in a multilayer media model are a set of directed segments, each of which has a geometric path of the ray between the two neighboring boundaries.