УДК 621.518.54

Г.Г. Галустов, С.П. Бровченко, А.В. Тарасенко

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА СИГНАЛА НА РЕАЛИЗАЦИЮ РЕШАЮЩЕГО ПРАВИЛА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ КЛАССИФИКАЦИИ

Приводится анализ реализации решающего правила в случае изменения динамического диапазона сигнала в условиях параметрической априорной неопределённости относительно плотностей распределения признаков.

Рассматривается реализация решающего правила с использованием совокупности независимых нормально распределенных векторов, динамический диапазон которых изменяется. Формулируется, что наиболее предпочтительным, в указанных условиях, является использование ранговых критериев, приводящих к реализации решающего правила, инвариантного к изменению масштаба. Также в работе показано, что синтезированный алгоритм инвариантен к изменению масштаба, но требует для сохранения вероятности правильного распознавания слежения за интенсивностью сигнала, регулирующего порог при реализации решающего правила, что является платой за инвариантность алгоритма к интенсивности анализируемого сигнала.

Показано, что изменение динамического диапазона приводит к изменению порога в решающем правиле при сохранении вероятности правильного распознавания, при этом можно построить зависимость порогового уровня от изменения динамического диапазона.

Пороговый уровень; плотность вероятности; ранговый критерий; статистическая зависимость; распознавание сигналов.

G.G. Galoustov, S.P. Brovtchenko, A.V. Tarasenko

THE ANALYSIS OF SIGNAL DYNAMIC RANGE CHANGE INFLUENCE FOR THE DECISION RULE IMPLEMENTATION FOR SOLVING THE CLASSIFICATION PROBLEM

It is given the decision rule implementation analysis in the case of the signal dynamic range change in a parametric prior uncertainty regarding the distribution features density.

It is described the rule implementation decision using a independent normally distributed random vectors set, which changes the dynamic range. Formulated, most preferred under these conditions is to use a rank criteria leading to implementing a decision rule that is invariant to scale changes. Also, it is shown that the synthesized algorithm is invariant to changes in scale, but it requires monitoring the signal intensity at the control threshold of the decision rule, that is the price to pay for the algorithm invariance to the analyzed signal intensity, to maintain the probability of correct recognition.

It is shown that the dynamic range change leads to a change in decision rule threshold while maintaining the correct recognition probability can be constructed with a threshold dependence on the dynamic range change.

The threshold level; the probability density; ranking criterion; the statistical relationship; signal recognition.

Часто встречается на практике ситуация, когда поступающий на вход системы распознавания сигнал, в силу разных причин, изменяет свой динамический диапазон. В этом случае необходимо либо нормировать сигнал с помощью одного из известных методов [1, 6…8], либо использовать в задаче решающее правило, инвариантное к изменению масштаба, рассчитанное на имеющийся уровень априорной неопределенности [2, 9…12].

Современный уровень знаний таков, что пока точному многомерному анализу, за редким исключением, поддаются лишь задачи, где рассматривается «нормальный случай» и, следовательно, почти все выводы многомерной статистики опираются на предположения о нормальности рассматриваемых распределений сигналов. Отсюда следует, что на сегодняшний день параметрические методы распознавания, по существу, являются методами распознавания нормально распределенных совокупностей, так что задачей параметрического обучения и распознавания в этих условиях является оценивание параметров нормальных плотностей вероятностей, используемых в решающих правилах [2].

В данной работе рассматривается задача построения решающего правила по совокупности независимых нормально распределенных векторов, изменяющихся в α раз.

Пусть на вход устройства распознавания воздействует сигнал

$$\mathrm{X}(t)=\begin{bmatrix}\alpha\vec{x}_1(t)\\ \alpha\vec{x}_2(t)\\ \vdots\\ \alpha\vec{x}_N(t)\end{bmatrix}=\alpha\cdot\begin{bmatrix}\vec{x}_1(t)\\ \vec{x}_2(t)\\ \vdots\\ \vec{x}_N(t)\end{bmatrix}, \tag{1}$$

представляющий собой совокупность независимых нормально распределенных векторов с нулевыми математическими ожиданиями и невырожденной матрицей ковариации Σ, масштаб которых меняется.

При этом функция плотности распределения вероятностей сигнала будет иметь аргумент, масштаб которого изменяется:

$$f(\vec{x}_1,\vec{x}_2,\ldots,\vec{x}_N)\to f(\alpha\vec{x}_1,\alpha\vec{x}_2,\ldots,\alpha\vec{x}_N). \tag{2}$$

В этом случае применение Байесовского решающего правила при отсутствии априорной информации о параметре распределения приводит к большим ошибкам классификации. Как утверждается в [3] наиболее предпочтительным в описанном положении является использование ранговых критериев. Например, в [3] доказывается теорема, утверждающая, что наиболее мощный критерий, инвариантный к изменению масштаба, может быть представлен в виде

$$\frac{\int\limits_0^\infty f_1(\alpha\vec{x}_1,\alpha\vec{x}_2,\ldots,\alpha\vec{x}_N)\alpha^{N-1}d\alpha}{\int\limits_0^\infty f_2(\alpha\vec{x}_1,\alpha\vec{x}_2,\ldots,\alpha\vec{x}_N)\alpha^{N-1}d\alpha}\ge C, \tag{3}$$

где $f_1(\cdot), f_2(\cdot)$ – плотности распределения вероятностей сигналов, соответствующих классам ω_1 и ω_2; C – пороговый уровень.

Преобразование критерия (3) с использованием представления многомерной плотности нормального распределения и некоторых упрощений приводит его к виду

$$\frac{\int\limits_0^\infty e^{-\frac{1}{2}tr\left(\Sigma_1^{-1}\alpha^2 S\right)}\alpha^{N-1}d\alpha}{\int\limits_0^\infty e^{-\frac{1}{2}tr\left(\Sigma_2^{-1}\alpha^2 S\right)}\alpha^{N-1}d\alpha}\ge C\cdot\left\{\frac{\left|\Sigma_2^{-1}\right|}{\left|\Sigma_1^{-1}\right|}\right\}^{\frac{n}{2}}, \tag{4}$$

где $\sum_1^{-1}$ и $\sum_2^{-1}$ – матрицы, обратные матрицам ковариации $\sum_1$ и $\sum_1$ сигналов, соответствующих классам ω_1 и ω_2, размером $n\times n$; S – матрица оценок ковариационных моментов размером $n\times n$, элементы которой определяются выражением

$$S_{ij} = \sum_{e=1}^{N} \alpha x_{ie} \cdot \alpha x_{je} = \alpha^2 \sum_{e=1}^{N} x_{ie} \cdot x_{je}. \tag{5}$$

Интегрирование числителя и знаменателя выражения (4) [4] позволяет представить его в форме

$$\frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_2^{ij}S_{ij}\right)^{\frac{N}{2}}\cdot 2}{2\cdot\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_1^{ij}S_{ij}\right)^{\frac{N}{2}}\cdot\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)} \geq C\cdot\left\{\frac{\left|\Sigma_2^{-1}\right|}{\left|\Sigma_1^{-1}\right|}\right\}^{\frac{n}{2}}, \tag{6}$$

где $\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)$ – гамма-функция; $\sigma_1^{ij}, \sigma_2^{ij}$ – элементы обратных ковариационных матриц, соответствующих первому и второму классам.

Дальнейшее преобразование (6) дает

$$\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_2^{ij}S_{ij}}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_1^{ij}S_{ij}} \geq \left\{C\cdot\left(\frac{\left|\Sigma_2^{-1}\right|}{\left|\Sigma_1^{-1}\right|}\right)^{\frac{n}{2}}\right\}^{\frac{2}{N}} = L, \tag{7}$$

где L – порог.

Полученное решающее правило (7) в левой части не содержит масштабного коэффициента α, а в правой части значение этого коэффициента будет влиять только на величину порога L. Так, например, при изменении коэффициента α в α раз $\left(\alpha \to \alpha^2\right)$ величина порога будет определяться выражением

$$L_1 = \left\{C\cdot\left(\frac{\left|\Sigma_2^{-1}\right|}{\left|\Sigma_1^{-1}\right|}\right)^{\frac{n}{2}}\right\}^{\frac{4}{N}}.$$

Как видно из (7), сам алгоритм инвариантен к изменению масштаба сигнала, но требует для сохранения вероятности правильного распознавания добавки к устройству распознавания устройства слежения за интенсивностью сигнала, регулирующего порог при реализации решающего правила, что является платой за инвариантность алгоритма к интенсивности анализируемого сигнала.

На основании центральной предельной теоремы закон распределения как числителя, так и знаменателя решающего правила (7) можно считать нормальным. А так как в числитель и знаменатель (7) входит один и тот же сомножитель S_{ij}, то они становятся статистически зависимыми.

В работе [5] показано, что функция распределения частотного $y = \frac{X_1}{X_2}$ зависимых нормально распределенных величин со средними m_1 и m_2, дисперсиями σ_1^2 и σ_2^2 и коэффициентом корреляции R может быть записана в виде

$$f(y)=\frac{\sqrt{1-R^2}}{\pi}\frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2-2R\sigma_1\sigma_2 y+\sigma_2^2 y^2}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2\left(1-R^2\right)\sigma_1^2\sigma_2^2}\left[m_1^2\sigma_2^2-2Rm_1m_2\sigma_1\sigma_2+m_2^2\sigma_1^2\right]\right\}\times \quad (8)$$
$$\times\left[1+\sqrt{2\pi}Ze^{\frac{z^2}{2}}F_0(z)\right],$$

где

$$z=\frac{m_2\sigma_1^2-Rm_1\sigma_1\sigma_2+m_1\sigma_2^2 y-Rm_2\sigma_1\sigma_2 y}{\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-R^2\left(\sigma_2^2y^2-2R\sigma_1\sigma_2 y+\sigma_1^2\right)}};$$

$$F_0(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt=F(x)-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\Phi\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right),$$

где $\Phi(\cdot)$ – интеграл вероятностей.

Из рассмотрения (8) можно видеть, что закон распределения решающего правила (7) определяется дисперсиями математическими ожиданиями числителя, знаменателя, а также степенью статистической связи между числителем и знаменателем:

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1^{(1)},\sigma_2^{(1)}\\ m_1^{(1)},m_2^{(1)}\\ R^{(1)}\left(\mathrm{X}_1\mathrm{X}_2\right)\end{matrix}\right\}\text{ определяют } f\left(y/\omega_1\right);$$

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1^{(2)},\sigma_2^{(2)}\\ m_1^{(2)},m_2^{(2)}\\ R^{(2)}\left(\mathrm{X}_1\mathrm{X}_2\right)\end{matrix}\right\}\text{ определяют } f\left(y/\omega_2\right).$$

Из изложенного следует, что перекрытие условных плотностей, определяющее ошибки распознавания, зависит как от параметров условных распределений, так и от корреляционной связи числителя и знаменателя в отношении правдоподобия.

При практической реализации синтезированного алгоритма для классификации многомерных случайных процессов необходимо вначале по N выборкам реализаций сигнала, принадлежащего одному из распознаваемых многомерных сигналов вычислить оценки параметров ковариационной матрицы в соответствии с выражением

$$S_{ij}=\sum_{m=1}^{M}x_{im}\cdot x_{jm}\cdot\alpha^2,$$

где M – число отсчетов каждой выборки.

Затем сформировать величины

$$\xi_1=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}S_{ij}\sigma_2^{ji};$$

$$\xi_2=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}S_{ij}\sigma_1^{ji}.$$

После чего реализовать решение в соответствии с алгоритмом

$$\begin{cases} \xi_1 > L\xi_2, & mo \;\; \mathrm{X}(t) \in \omega_1; \\ \xi_1 \le L\xi_2, & mo \;\; \mathrm{X}(t) \in \omega_2. \end{cases}$$

Коэффициент L выбирается исходя из требуемого уровня значности.

Проверка алгоритма при реализации двухальтернативного решения показала, что вероятность правильной классификации объектов первого класса при изменении значения масштабного коэффициента α в два раза изменилась с $P_1 = 0{,}87$ до $P_2 = 0{,}79$. Однако изменение порога L на $6\,\%$ (с 1,47 до1,56) изменило вероятность правильной классификации до $P_1 = 0{,}862$.

Несомненно, представляет интерес зависимость изменения значения порога L от изменения масштабного коэффициента α при фиксированной вероятности правильного распознавания. Однако, в силу большой трудоемкости получения оценок вероятностей ошибок распознавания, эту зависимость предполагается получить в дальнейшей работе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Эддоус М., Стенсфилд Р.* Методы принятия решений: Пер. с англ. / Под ред. член-корр. РАН И.И. Елисеевой. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 590 с.
2. *Верхаген К., Дейн Р., Грун Ф.* Распознавание образов: состояние и перспективы. – М.: Радиосвязь, 1985. – 103 с.
3. *Гаек. Я., Шидак Э.* Теория ранговых критериев: Пер. с англ. / Под ред. Л.Н. Большева. – М.: Наука, 1971. – 375 с.
4. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1971. – 1108 с.
5. *Андерсон Т.* Введение в многомерный статистический анализ: Пер. с англ. / Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Физматгиз, 1963. – 400 с.
6. *Сенин А.Г.* Распознавание случайных сигналов. – Новосибирск: Изд-во «Наука», 1974. – 75 с.
7. *Галустов Г.Г., Поцыкайло А.А., Краснобаев Д.А.* Синтез решающего правила классификатора сигналов при непараметрической априорной неопределенности // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2011. – № 1 (114). – С. 78-84.
8. *Лапко А.В., Шарков М.А., Лапко В.А.* Непараметрические методы обнаружения закономерностей в условиях малых выборок // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2008. – № 8. – С. 62-88.
9. *Блюмин С.Л. Шуйкова И.А.* Модели и методы принятия решений в условиях неопределенности. – Липецк: ЛЭГИ, 2001. – 138 с.
10. *Кочин Д.Ю.* Извлечение решающих правил из границ классов при решении задач порядковой классификации // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2012. – № 3. – С. 63-70.
11. *Муха В.С.* Статистическое распознавание многомерных негауссовских образов // Автоматика и телемеханика. – 2001. – № 4. – С. 80-90.
12. *Галустов Г.Г., Цымбал В.Г., Михалев М.В.* Принятие решений в условиях неопределенности. – М.: Радио и связь, 2001. – 196 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.И. Марчук.

Галустов Геннадий Григорьевич – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: rpru@tsure.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371626; кафедра радиоприемных устройств и телевидения; д.т.н.; профессор.

Бровченко Сергей Петрович – e-mail: rpru2@tsure.ru; кафедра радиоприемных устройств и телевидения; к.т.н.; с.н.с.; доцент.

Тарасенко Андрей Васильевич – e-mail: andtarasenk@yandex.ru; кафедра радиоприемных устройств и телевидения; аспирант.

Galoustov Gennady Grigor'evich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University"; e-mail: rpru@tsure.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371626; the department of radio receivers and television; dr. of eng. sc.; professor.

Brovtchenko Sergey Petrovich – e-mail: rpru2@tsure.ru; the department of radio receivers and television; cand. of eng. sc.; senior research; associate professor.

Tarasenko Andrey Vasil'evich – e-mail: andtarasenk@yandex.ru; the department of radio receivers and television; postgraduate student.

УДК 004.93'12, 004.93'14

В.П. Федосов, А.В. Емельяненко

УСТОЙЧИВОСТЬ К ОШИБКАМ В ОЦЕНКЕ ВЕСОВЫХ ВЕКТОРОВ АДАПТИВНОГО ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО АЛГОРИТМА РАДИОСВЯЗИ НА АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ В РЕЛЕЕВСКОМ КАНАЛЕ

Рассмотрена эффективность использования адаптивного алгоритма для широкополосных беспроводных систем связи в условиях релеевского канала. Объектом исследования является система передачи информации с многомерными сигналами (OFDM и MIMO-OFDM), применяемая для организации широкополосной связи в условиях многолучевых (многопутных) каналов. Предметом исследования является проблема повышения пропускной способности и снижения вероятности битовой ошибки систем передачи на основе сигналов высокой размерности в условиях радиоканалов с частотно-временным рассеянием. Проведен анализ влияния погрешности оценки коэффициентов весовых векторов в адаптивном пространственно-временном алгоритме радиосвязи на антенных решетках с пространственным кодированием. Анализ показывает, что в таком алгоритме при неточной установке оптимальных весовых векторов, диаграмма направленности блоков ориентирует максимум неточно в направлении прихода полезного сигнала по пути с наибольшей мощностью. При изменении аргументов весовых коэффициентов вероятность появления ошибки принятых символов повышается. Так, при отношении сигнал/шум 16 дБ вероятность битовой ошибки увеличивается приблизительно в 5 раз. А при изменении модуля весовых коэффициентов вероятность появления ошибки возрастает несколько слабее. Это можно объяснить тем, что в канале радиосвязи используется фазовая антенная решетка, поэтому система менее устойчива к разбросу весовых коэффициентов по аргументу, а не по модулю.

Радиосвязь; релеевский канал; обработка пространственно-временных сигналов; адаптация; устойчивость к ошибкам весовых коэффициентов.

V.P. Fedosov, A.V. Emelyanenko

STABILITY TO ERRORS IN THE ESTIMATION OF WEIGHT VECTORS OF ADAPTIVE EXISTENTIAL ALGORITHM OF THE RADIO COMMUNICATION ON ANTENNA LATTICES IN THE RELEI'S CHANNEL

Efficiency of use of adaptive algorithm for broadband wireless communication systems in conditions the Rayleigh channel is considered. Object of research is the system of an information transfer with multidimensional signals (OFDM and MIMO-OFDM), applied to the organization of broadband communication in the conditions of multibeam (multipath) channels. An object of research is the problem of increase of throughput and decrease in probability of a bit error of systems of transfer on the basis of signals of high dimension in the conditions of radio channels with time-and-frequency dispersion. The analysis of influence of an error of an estimation of factors of