

Раздел III. Моделирование сложных систем

УДК 621.391.037.372(075)

В.А. Лесников, Т.В. Наумович, А.В. Частиков

ОЦЕНИВАНИЕ СТРУКТУРНОЙ СЛОЖНОСТИ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ*

Цифровой фильтр с конкретной передаточной функцией может быть реализован по различным структурным схемам. В работе рассмотрена задача корректного сравнения различных структур цифровых фильтров по сложности. Авторами предложена методика, позволяющая сравнивать структуры еще до разработки функциональных и принципиальных схем. Для корректного сравнения этих структур предлагается ввести понятие «эквивалентная каноническая структура». Предлагаемая методика сравнения структур будет применена в разрабатываемом алгоритме структурного синтеза цифровых фильтров с ограниченной точностью представления коэффициентов.

Рекурсивные цифровые фильтры; структурный синтез; каноническая форма; оценка сложности; топологическая матрица; передаточная функция.

V.A. Lesnikov, T.V. Naumovich, A.V. Chastikov

ESTIMATION OF STRUCTURAL COMPLEXITY OF IIR DIGITAL FILTERS

The digital filter with concrete transfer function can be realized according to various block diagrams. The paper considers the problem of correct comparison of different digital filters' structures as to their complexity. There is introduced a technique allowing to compare structures until their functional and principal circuitry development. For correct comparison of these structures, it is offered to introduce concept «equivalent canonical structure». The introduced technique of structure comparison will be used in development of structural synthesis algorithm for digital filters with limited accuracy of coefficients reproduction.

Recursive digital filters; structural synthesis; canonical form; complexity assessment; topological matrix; transfer function.

Известно, что цифровые фильтры (ЦФ) могут быть реализованы при помощи разных вариантов структурных схем. Эти структуры отличаются друг от друга уровнем шумов округления результатов арифметических операций, чувствительностью к точности представления коэффициентов, уровнем паразитных колебаний предельных циклов и т.п. В цикле работ авторов [1–6] предлагается подход, позволяющий генерировать все возможные структуры ЦФ с заданным числом узлов, произвести нумерацию любых структур, объяснить природу низкой чувствительности некоторых структур. Этот подход используется авторами для разработки эффективного алгоритма структурного синтеза ЦФ. Однако при синтезе возникает проблема корректного сравнения различных структур по сложности. В данной работе предлагается методика, позволяющая сравнивать структуры еще до разработки функциональных и принципиальных схем.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 10-07-00528-а).

В работе авторов [1] предложена универсальная методика генерации и описания всех возможных структурных схем ЦФ, основанная на использовании топологических матриц $\mathbf{T}(z^{-1})$ коэффициентов передачи между узлами структурной схемы ЦФ. Для вычислимых структур ЦФ топологическая матрица сводится к такому виду (будем называть его каноническим), что все отличные от нуля и от z^{-1} коэффициенты передачи C_{ij} находятся ниже главной диагонали, а элементы z^{-1} – выше, причем в строках и столбцах топологической матрицы не более одного элемента z^{-1} .

Наиболее сложным элементом структуры является блок умножения. Поэтому имеет смысл критерий для сравнения структур строить на основе учета общей сложности всех блоков умножения. Такой критерий дает, конечно, приближенную оценку сложности, так как не учитываются операции сложения, подсистема организации межразрядных переносов и т. п. Кроме того, система коэффициентов получаемых структур избыточна, и некоторые коэффициенты могут быть произвольно выбранными. Однако для предварительного анализа такой подход представляется вполне допустимым.

Но само по себе количество блоков умножения, необходимое для реализации предложенных структур, мало информативно, так как структуры с одинаковым числом узлов, обладая одинаковым числом блоков умножения, обладают различными шумовыми свойствами, различной чувствительностью. Поэтому количество блоков умножения в анализируемой структуре целесообразно нормировать на количество блоков умножения в некоторой эталонной структуре, обеспечивающей такую же точность реализации характеристик. Критерием обеспечения одинаковой точности будем считать одинаковое положение нулей и полюсов в z -плоскости. В работе авторов [4–6] показано, что квантование коэффициентов приводит к дискретизации z -плоскости, т.е. нули и полюсы не могут принимать произвольные значения, а могут находиться в конечном множестве позиций на z -плоскости. В [2, 4] показано, что нули и полюсы цифровых фильтров с квантованными коэффициентами являются элементами множества алгебраических чисел (алгебраические числа это множество, на котором определяются корни полиномов с рациональными коэффициентами), степень которых не превосходит значение порядка фильтра. Было введено понятие связанных структур, т.е. структур, в которых коэффициенты не являются взаимно независимыми, а связаны некоторыми уравнениями. Было показано, что если структура не является связанной, то положение нулей и полюсов на дискретизированной z -плоскости не зависит от структуры, а зависит только от степени алгебраических чисел и длины мантииссы квантованных коэффициентов передаточной функции, представленной в виде отношения полиномов относительно комплексной переменной z . Поэтому в качестве эталонной структуры можно использовать каноническую структуру ЦФ с нулями и полюсами, равными нулям и полюсам анализируемой структуры.

Для примера на рис. 1 приведена каноническая лестничная структура типа IА второго порядка [7].

Передаточная функция этого ЦФ имеет вид

$$H(z) = \frac{a_0 z^2 + a_1 z + a_2}{z^2 - b_1 z - b_2}. \quad (1)$$

Коэффициенты передаточной функции связаны с коэффициентами ЦФ следующим образом:

$$\begin{cases} a_0 = A_0 + A_1 + A_2, \\ a_1 = A_1 B_2 A_2 + A_0 B_1 A_2 + A_0 B_1 A_1 + A_0 B_2 A_2, \\ a_2 = A_0 B_1 A_1 B_2 A_2, \\ b_1 = -B_2 A_2 - B_1 A_2 - B_1 A_1, \\ b_2 = -B_1 A_1 B_2 A_2. \end{cases} \quad (2)$$

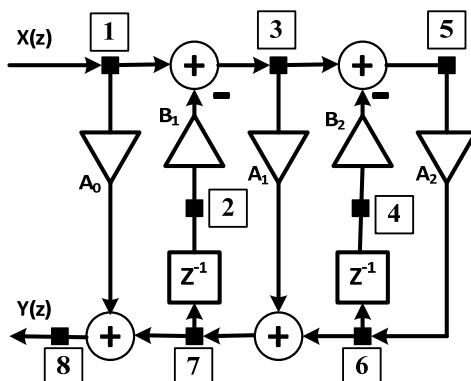


Рис. 1. ЦФ с лестничной структурой типа IA

Универсальная методика установления соотношений между коэффициентами передаточной функции и коэффициентами ЦФ с произвольной структурой описана в [3].

Коэффициенты канонической структуры ЦФ (рис. 2) равны коэффициентам передаточной функции (2).

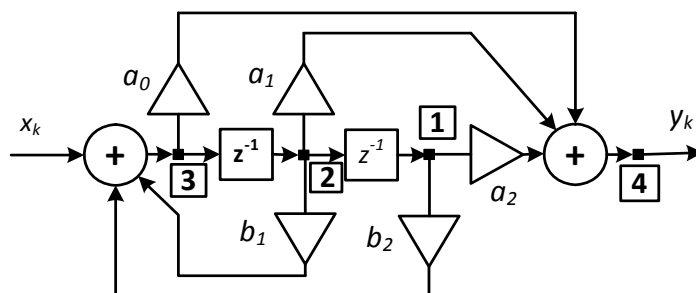


Рис. 2. Каноническая форма рекурсивного ЦФ второго порядка

Однако для сравнительного анализа эта схема мало подходит, так как коэффициенты сравниваемых структур имеют различную разрядность. Для обеспечения одинаковой точности представления коэффициентов при условии, что коэффициенты c_{ij} имеют одинаковую разрядность q , коэффициенты a_0, a_1, a_2, b_1 и b_2 должны иметь разрядность мантиссы, равную соответственно $q, 3q, 5q, 2q$ и $4q$. Если двоичная точка чисел, представляющих коэффициенты, фиксирована в старших разрядах, то коэффициенты канонической формы ЦФ можно представить в виде

$$\begin{cases} a_0 = a_{00}, \\ a_1 = a_{10} + a_{11}2^{-q} + a_{12}2^{-2q}, \\ a_2 = a_{20} + a_{21}2^{-q} + a_{22}2^{-2q} + a_{23}2^{3q} + a_{24}2^{-4q}, \\ b_1 = b_{10} + b_{11}2^{-q}, \\ b_2 = b_{20} + b_{21}2^{-q} + b_{22}2^{-2q} + b_{23}2^{-3q}, \end{cases} \quad (3)$$

где a_{ij}, b_{ij} – составные части коэффициентов a_i и b_i , имеющие q -разрядную мантиссу. Соответствующая эквивалентная структурная схема канонической формы ЦФ представлена на рис. 3.

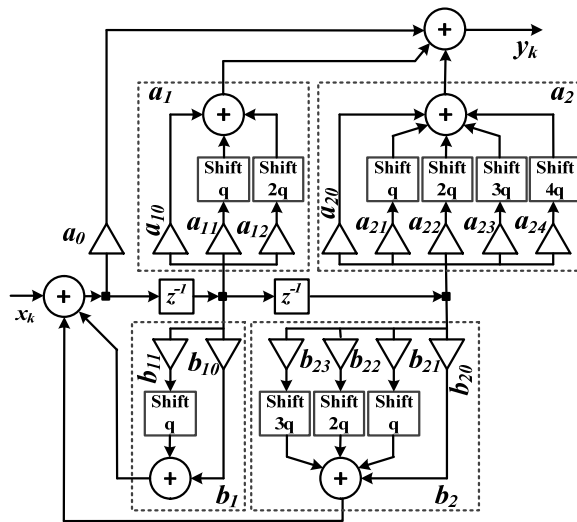


Рис. 3. Каноническая форма, эквивалентная структуре, изображенной на рис. 1

На этой схеме блоки **Shift nq** – блоки сдвига кода соответственно на nq разрядов в сторону младших разрядов по правилам соответствующей арифметики, действие которых равносильно умножению на 2^{-nq} .

Для сравнительного анализа структур введем **коэффициент структурной сложности**, который определим, как

$$K_{str\ mpy} = N_{mpy} / N_{mpy\ can}, \quad (4)$$

где N_{mpy} и $N_{mpy\ can}$ – соответственно количество блоков умножения в анализируемой и эквивалентной канонической структурах соответственно. В нашем случае $N_{mpy} = 5$, $N_{mpy\ can} = 15$ и $K_{str\ mpy} = 1/3$.

Эту методику можно применять и для связанных структур, так как множество алгебраических чисел, которые могут быть нулями и полюсами связанных структур, является подмножеством алгебраических чисел соответствующей канонической формы.

Предлагаемая методика сравнения структур используется в разрабатываемом алгоритме структурного синтеза ЦФ с ограниченной точностью представления коэффициентов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Lesnikov V., Naumovich T.* Generation and enumeration of structures of IIR digital filters. – GSPx-2005, (Pervasive Signal Processing Conference), Santa Clara, Ca, USA, October 24–27, 2005 (paper number: 1837).
2. *Lesnikov V., Naumovich T.* Number-theoretic and algebraic aspects of structural synthesis of digital filters. – GSPx-2004, (The Embedded Signal Processing Conference), Santa Clara, Ca, USA, September 27–30, 2004 (paper number: 1374).
3. *Lesnikov V., Naumovich T.* Explanation of effect of low sensitivity of digital filters with some structures. – GSPx-2004, (The Embedded Signal Processing Conference), Santa Clara, Ca, USA, September 27–30, 2004 (paper number: 1270).
4. *Лесников В.А., Наумович Т.В.* Теоретико-числовые и алгебро-топологические аспекты структурного синтеза цифровых фильтров. Сборник трудов X-й международной научно-технической конференции "Радиолокация, навигация и связь". Т. 1. – Воронеж, 2004. – С. 209-217.
5. *Lesnikov V., Naumovich T., Chastikov A., Armishev S.A.* New paradigm in design of IIR digital filters // Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'09), 2009. – P. 115-118. – URL: http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=5742083.
6. *Lesnikov V., Naumovich T., Chastikov A., Armishev S.* Implementation of a new paradigm in design of IIR digital filters // Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'10), 2010. – P. 115-118. – URL: http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=5742051.
7. *Mitra S., Sherwood R.* Digital ladder networks // IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, 1973. – Vol. AU21, № 1. – P. 30-36. – URL: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/articleDetails.jsp?reload=true&arnumber=1162423>.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.И. Пономарев.

Лесников Владислав Алексеевич – Вятский государственный университет; e-mail: leslex.vlad@gmail.com; 610000, г. Киров, ул. Московская, 36; тел.: +79127124032; кафедра радиоэлектронных средств; к.т.н.; доцент.

Наумович Татьяна Викторовна – e-mail: ntv_new@mail.ru; тел.: +79127163435; кафедра радиоэлектронных средств; старший преподаватель.

Частиков Александр Вениаминович – e-mail: alchast@mail.ru; тел.: +79229050423; кафедра радиоэлектронных средств; д.т.н.; профессор.

Lesnikov Vladislav Alexeevich – Vyatka State University; e-mail: ntv_new@mail.ru; 36, Moscow street, Kirov, 610000; Russia; phone: +79127124032; the department of radio electronic aids; cand. of eng. sc.; associate professor.

Naumovich Tatiana Victorovna – e-mail: ntv_new@mail.ru; phone: +79127163435; the department of radioelectronic aids; lecturer.

Chastikov Alexander Veniaminovich – e-mail: alchast@mail.ru; phone: +7 922 905 0423; the department of radioelectronic aids; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 621.396

М.К. Чобану, Д.В. Макаров

**СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ТЕНЗОРНОЙ
АППРОКСИМАЦИИ***

Рассматривается задача сжатия изображений, представляемых в форме многомерных сигналов. Для ее решения предлагается использовать метод тензорной аппроксимации, разработанный для сжатия данных большой размерности и позволяющий ускорить вычис-

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 12-07-00762-а.