

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кукса П.П. Обеспечение точности в нечетких системах. URL: http://paul.rutgers.edu/~phnksa/publications/fz_accuracy_iu-04.pdf.
2. Babuska R. Construction of fuzzy systems – interplay between precision and transparency. // Proc. of Europ. Sympos. on Intell. Techn., Aachen (Germany). – 2000. – P. 445-452.
3. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: Пер. с польского И.Д. Рудинского. – М.: Горячая линия–Телеком, 2006. – 452 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Я.Е. Ромм.

Синявская Екатерина Дмитриевна – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: kirstent@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371689; кафедра систем автоматического управления; аспирант.

Sinyavskaya Ekaterina Dmitrievna – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: kirstent@mail.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371689; the department of automatic control systems; postgraduate student.

УДК: 004.023, 681.518

Ю.А. Заргарян, О.В. Косенко, И.А. Васильев

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОТЫ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Рассмотрен метод поиска нечеткого Парето-оптимального решения с учетом результатов ранжирования критериев оптимизации, представляющий особый интерес в случае, когда объект оптимизации является сложным для формализации, а информация о нем представлена в виде статистических данных. Поиск решений предлагается осуществлять путем сопоставления значений различных критериев при одинаковых значениях параметров и построения множества критериальных векторов, при помощи которых определяется область Парето-оптимальных решений. В рамках данной статьи рассмотрены аспекты численного нахождения Парето-оптимального решения с акцентом на этап нечеткого вывода.

Многокритериальная оптимизация; нечеткая логика.

U.A. Zargarjan, O.V. Kosenko, I.A. Vasilyev

A NUMERICAL METHOD OF PARETO-OPTIMAL DECISION SEARCHING UNDER CONDITIONS OF THE BASIC DATA UNCERTAINTY

This article presents a method of fuzzy searching Pareto-optimal solutions with the ranking results of the optimization criteria of particular interest in the case, when the object of optimization is difficult to formalize, and information about it is presented in the form of statistics. Finding solutions proposed to by comparing the values of different criteria for the same parameter values and constructing a set of criteria vectors, which is determined by the area of Pareto-optimal solutions. In this article, consider aspects of numerical calculation of the Pareto-optimal solutions with an emphasis on stage fuzzy logic inference.

Multicriteria optimization; fuzzy logic.

Оценка эффективности функционирования современных предприятий, самых разных направленностей (технической, экономической, социальной и т.д.), систем производится на основании целого ряда критериев. При этом повышение сложно-

сти системы неизбежно ведет за собой увеличение количества параметров, оказывающих влияние на систему и критериев их оценки. Как показывает практика, данное обстоятельство обуславливают применение эмпирических методов при решении задач оптимизации, связанных со сложными системами. Значительно увеличить эффективность решения при наличии неполноты в описании исходных данных позволяет использование нечеткой логики.

Сложная функциональная зависимость между соответствием системы критерию и значениями параметров, а также наличие нескольких несопоставимых между собой критериев приводят к проблеме выбора значений для всех параметров (решения) таким образом, чтобы работа системы была эффективной с точки зрения всех имеющихся критериев. Известно [1], что для сложных систем такое решение существует лишь в очень редких случаях, поэтому решение вышеуказанной проблемы разбивается на выполнение двух задач, а именно:

- 1) определения многокритериальной эффективности работы системы;
- 2) нахождения входных значений параметров таким образом, чтобы максимизировать общую эффективность функционирования системы.

Существует множество различных подходов к решению данной задачи, одним из которых является метод нахождения нечеткого Парето-оптимального решения [2].

Введем определение значения термина «нечеткий критерий». В строгом смысле слова, критерий – это мерило для оценки истинности суждения или факта [3].

Как правило, этим признаком является равенство некоторой зависимой переменной определенному значению или принадлежность ее значения какому-то множеству. Так, в двумерном пространстве критерий нахождения точки с координатами (x, y) внутри окружности радиуса R с центром в начале координат выглядит следующим образом:

$$r \in [0; R), \text{ где } r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Под нечетким критерием будем понимать множество значений функции от входных параметров системы, на котором определено как минимум два нечетких подмножества: первое содержит значения переменной, при которых оцениваемая система способна нормально функционировать, второе – те значения, при которых функционирование наиболее эффективно (очевидно, что второе множество также является подмножеством первого).

Определение нечеткого множества подразумевает возможность принятия системой состояний, являющихся промежуточными между удовлетворением и неудовлетворением критерию. Такие состояния характеризуются степенью принадлежности $0 < \mu < 1$. Большей величине μ соответствует «лучшее» значение критерия, а значит, более эффективное функционирование системы. Здесь и далее под критерием понимается именно нечеткий критерий. Исходя из вышеизложенного возможно дать определение Парето-оптимального решения в контексте многокритериальной оптимизации.

Решение считается Парето-оптимальным, «если значение любого из критериев можно улучшить лишь за счет ухудшения значений остальных критериев» [4].

Очевидно, что при невозможности полного удовлетворения всем критериям, решение следует выбирать именно исходя из соображений Парето-оптимальности, однако проблема в том, что само это понятие уже несет в себе мысль о существовании, по крайней мере, двух таких решений. На практике, если область определения критериев непрерывна, количество Парето-оптимальных решений оказывается гораздо большим.

Решение вопроса о предпочтительности одного произвольно выбранного критерия системы по сравнению с любым другим критерием, дает процедура ранжирования, в результате которой каждый из имеющихся критериев получает приоритет, а также определяются отношения нечеткого предпочтения между критериями [5].

Под ранжированием критериев c_1, c_2, \dots, c_m понимается представление их ранговой последовательности в соответствии с убыванием их предпочтительности. Рангом r критерия c является номер места, которое критерий занимает в ранговой последовательности. Применение попарного сравнения экспертами критериев с выставлением для каждой пары значения нечеткого предпочтения дает возможность получить график D двоек $\langle \langle \mu_D(c_i, c_j) \rangle \rangle; i, j = \overline{1, m}, i \neq j$ [2].

Это позволяет найти относительную многокритериальную эффективность для каждого из найденных решений и сделать выбор в пользу одного из них. Непосредственно же поиск решений осуществляется путем сопоставления значений различных критериев при одинаковых значениях параметров и построения множества критериальных векторов, при помощи которых определяется область Парето-оптимальных решений.

Важно отметить, что отношение между конкретным критерием и входными параметрами системы не всегда поддается формализации, поэтому предлагается использовать нечеткую базу правил для задания этого отношения. Создание базы правил подразумевает представление параметров системы и критериев в виде лингвистических переменных с введением соответствующих нечетких переменных для каждого из критериев и параметров.

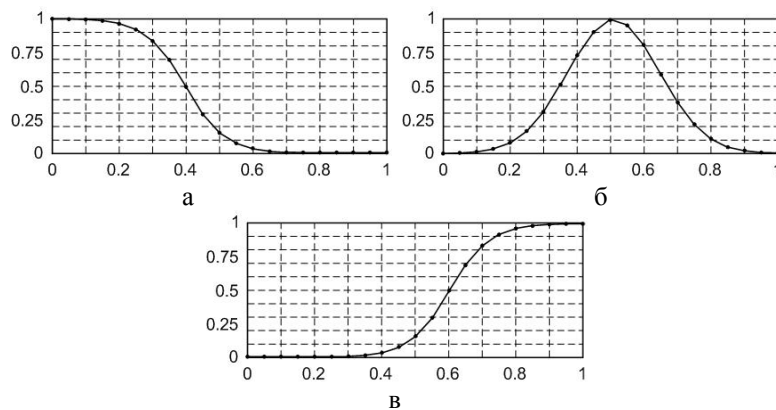


Рис. 1. Графики функций принадлежности нечетких множеств для лингвистической переменной "вероятность возникновения дефицита":
 $a - a_1 =$ "малая вероятность"; $б - a_2 =$ "средняя вероятность";
 $в - a_3 =$ "высокая вероятность"

В качестве примера задания лингвистических переменных рассмотрим вероятность возникновения дефицита товара на складе, служащем посредником между производителем данного товара и торговыми точками. В данном случае вероятность является одним из важнейших критериев для оценки эффективности функционирования склада. При этом для оценки ее величины на практике зачастую используются такие определения, как "малая вероятность", "средняя вероятность" и "высокая вероятность" возникновения дефицита товара. Очевидно, что подобная практическая оценка скорости относится ко всему диапазону вероятностей от 0, что означает невозможность возникновения дефицита, до 1, когда можно утверждать, что дефицит точно возникнет.

Для рассматриваемого примера нечеткие множества, соответствующие нечетким переменным: a_1 = "малая вероятность", a_2 = "средняя вероятность", a_3 = "высокая вероятность", удобно задать графически с помощью кусочно-линейных функций принадлежности.

Пример задания одного из вариантов данных нечетких множеств изображен на рис. 1.

С учетом всего вышесказанного, последовательность шагов по поиску нечеткого Парето-оптимального решения будет определяться как показано на рис. 2.

Важно заметить, что приведенная последовательность представляет скорее численный, нежели аналитический метод поиска Парето-оптимального решения.

Как сказано в [6] первый, второй и третий шаги последовательности стандартны и выполняются всегда при построении нечетких моделей систем или разработке нечетких контроллеров.

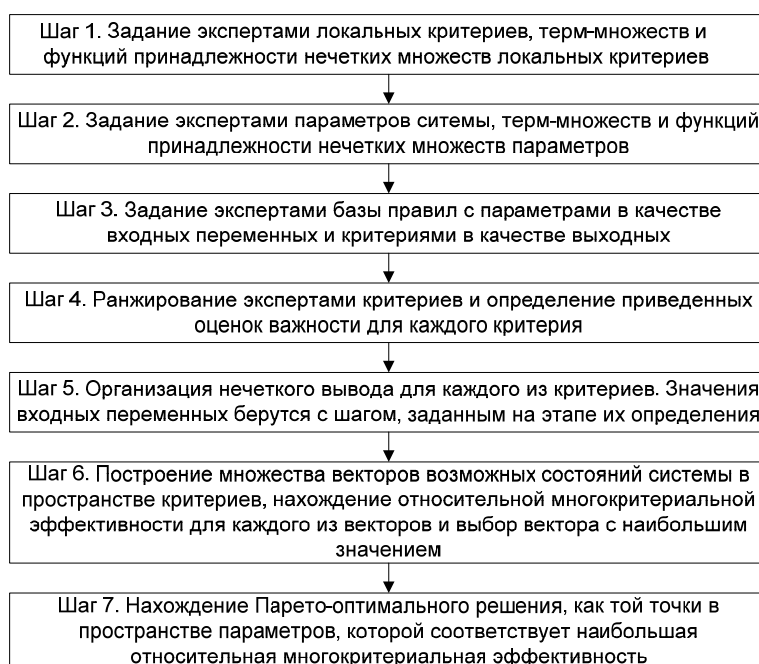


Рис. 2. Последовательность шагов поиска Парето-оптимального решения

Функции принадлежности нечетких множеств критериев и параметров удобно задавать в виде кусочно-линейной функции, с постоянным шагом аппроксимации в пределах одной лингвистической переменной. Данный подход позволяет оценить погрешность аппроксимации и, при необходимости, изменить шаг уже на этапе задания функции, а не при организации нечеткого вывода.

Результатом выполнения первых трех пунктов является наличие трех множеств:

- 1) множества критериев, как лингвистических переменных

$$C = \left\{ \left\langle c_i, T_i^c, X_i^c, G_i^c, M_i^c \right\rangle \right\}_{i = \overline{1, n}}, n - \text{количество критериев.}$$

Здесь c_i – наименование i -го критерия, T_i – базовое терм-множество критерия, X_i – универсум нечетких переменных i -го критерия, G_i и M_i – синтаксическая и семантическая процедуры для формирования новых нечетких переменных i -го критерия;

2) множества параметров системы, как лингвистических переменных

$$P = \left\{ \left\langle p_j, T_j^p, X_j^p, G_j^p, M_j^p, s_j \right\rangle \right\} j = \overline{1, m}, m - \text{количество параметров.}$$

Элементы кортежей имеют значение, аналогичное элементам критерия; s_i – размер интервала шага для i -го параметра, который в дальнейшем используется при нечетком выводе;

3) множества правил нечетких продукций, где каждая из продукций имеет следующий вид:

$$(k): A \Rightarrow B, S, F,$$

где (k) – имя нечеткой продукции, A – условие ядра (антецедент), B – заключение ядра (консеквент), S – метод или способ определения количественного значения степени истинности заключения B на основе известного значения степени истинности условия A , F – коэффициент определенности.

Процедура ранжирования добавляет к имеющимся множествам еще одно – нечетких отношений предпочтения:

$$D = \left\{ \left\langle p_i, p_j, \mu_D(p_i, p_j) \right\rangle \right\}; i, i = \overline{1, m}, i \neq j.$$

Подлежащее множеству различных подходов, ранжирование, тем не менее, не представляет особого интереса с точки зрения численной реализации, поэтому не требует дальнейшего описания в контексте данной статьи.

Результат выполнения вышеописанных операций дает возможность осуществить процедуру нечеткого вывода для каждого из критериев. Для этого в пространстве параметров должно быть выбрано конечное количество точек так, чтобы информация о значениях критериев в этих точках позволяла оценить картину состояния критериев на всем пространстве параметров.

Для каждой из выбранных точек проводится процедура нахождения нечеткого вывода по алгоритму Мамдани, Цукамото, Ларсена или Сугено, включающая этапы фаззификации, агрегирования, активизации, аккумуляции и дефаззификации [6]. Совершение данной операции для каждого из критериев дает возможность построить поверхности нечеткого вывода для каждого критерия, а также получить поверхность возможных состояний системы в пространстве критериев.

Необходимо отметить, что преимущество от использования кусочно-линейных функций принадлежности становится особенно очевидным на этапах аккумуляции и дефаззификации. В формировании конечной функции принадлежности лингвистической переменной при аккумуляции принимают участие точки с наибольшей величиной μ для каждого значения лингвистической переменной, взятого с заданным шагом (рис. 3). Кроме того, при дефаззификации – например, по методу центра масс, нахождение центра всей фигуры можно заменить нахождением центра комплексной фигуры, состоящей из трапеций, для которых известны координаты всех вершин.

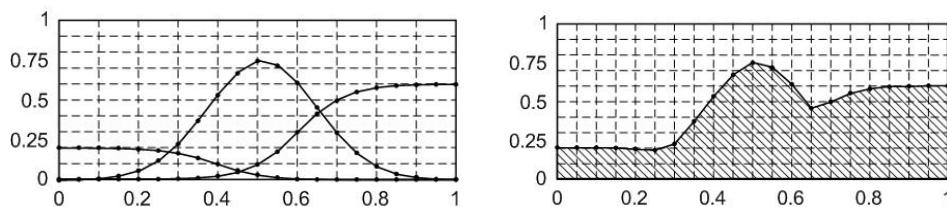


Рис. 3. Пример аккумуляции заключения для выходной лингвистической переменной «вероятность возникновения дефицита»

После получения поверхности возможных состояний системы в пространстве критериев, на ней для ряда систематически взятых точек производится оценка многокритериальной эффективности с учетом оценок важности критериев. Оценка выполняется в простейшем случае согласно формуле линейной свертки

$$F = \sum_{i=1}^m b^{(i)} f_{max}^{(i)},$$

где $b^{(i)}$ – экспертная приведенная оценка важности критерия f_i [2].

Очевидно, что из всех анализируемых точек следует выбрать одну, с максимальным значением F и принять ее в качестве решения. При помощи четырех ближайших к ней точек на поверхности возможных состояний, для которых была выполнена процедура нечеткого вывода, следует произвести обратное отображение выбранного решения в пространство параметров, чтобы получить результат, доступный для реализации на практике.

Вышеизложенное можно проиллюстрировать решением следующей логистической задачи.

Пусть имеется склад с одним видом товара. После поступления товара от производителя, происходит его распространение по соответствующим торговым точкам (при наличии заказов). Товар приходит от производителя и, при наличии заказов, распространяется по торговым точкам.

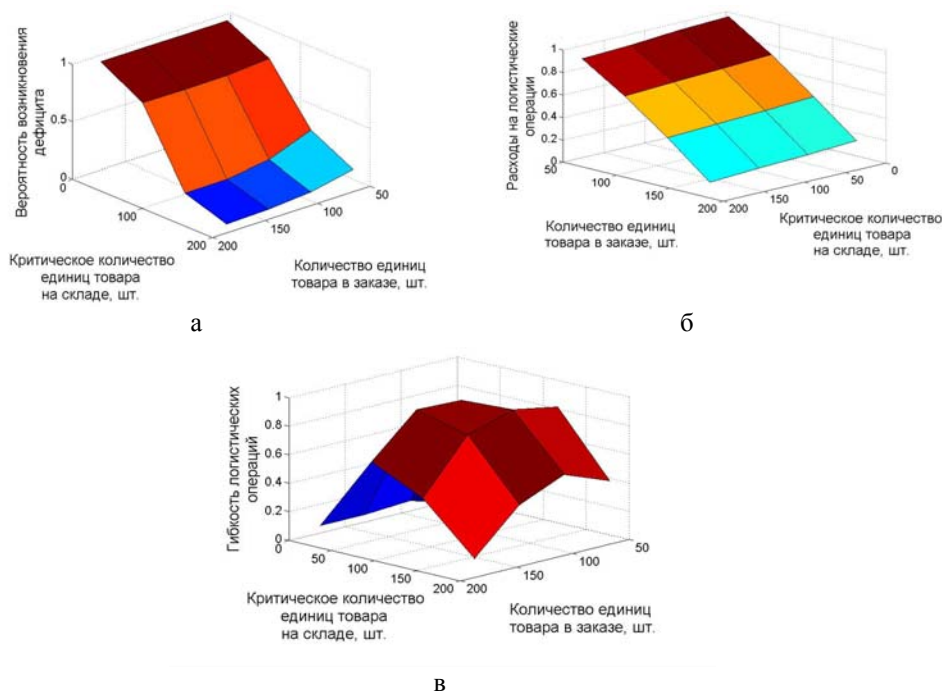


Рис. 4. Поверхности нечеткого вывода для каждого из имеющихся критериев: а – вероятность возникновения дефицита; б – затраты на логистические операции; в – гибкость логистических операций

Количество заказов априори неизвестно, но статистически данные показывают, что математическое ожидание составляет 40 единиц товара в день, функция распределения – нормальная, с дисперсией 36. Товар доставляется от производителя в среднем около двух дней с момента заказа. Закон распределения вероятно-

сти заказа за определенное количество дней также нормальный, с дисперсией 2,25. Срок годности товара – 7 дней. Параметры – минимальное количество товаров на складе, при котором делается заказ и количество заказываемых товаров. Критерии – вероятность появления дефицита, гибкость логистических операций и затраты на осуществление логистических операций.

После задания экспертами границ для критериев и параметров, введения нечетких переменных для каждой лингвистической переменной и создания базы правил, становится возможным осуществить нечеткий вывод для каждого из критериев (рис. 4). Необходимо отметить, что приведенные графики были получены с попыткой отразить реальную картину, но без претензии на то, что они на самом деле делают это. Видно, что, с целью повышения наглядности полученного решения, для каждого из критериев дефаззификация была проведена всего по шестнадцати точкам – на самом деле, следует брать больший шаг для каждого из параметров.

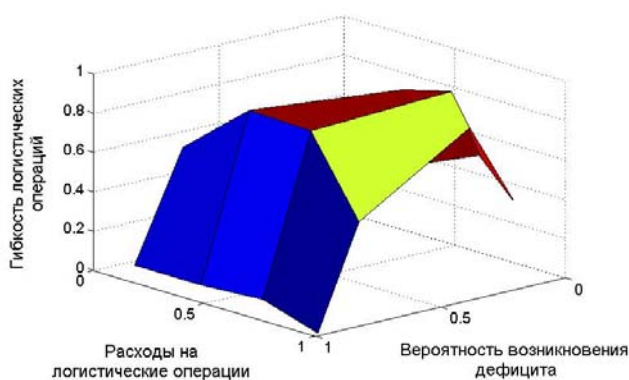


Рис. 5. Поверхность возможных состояний системы в пространстве критериев

Вышеизложенное дает повод заключить, что алгоритм поиска Парето-оптимального решения подлежит реализации на ЭВМ. Более того, использование данного метода многокритериальной оптимизации в совокупности со средствами нечеткой логики позволяет найти положение максимальной эффективности функционирования системы, предоставляя при этом наглядное обоснование актуальности выбранного решения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ehrgott M.* Multicriteria Optimization (second edition). – Berlin, Germany: Springer Berlin – Heidelberg, 2005. – 323 p.
2. *Заргарян Ю.А.* Метод оценки Парето-оптимального решения с учетом полезности // Вестник РГУПС. – 2012. – № 2 (46). – С. 75-79.
3. Энциклопедический словарь Брокгауза и Ефрона: В 86 томах (82 т. и 4 доп.). – СПб., 1890–1907.
4. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Физматлит, 2007. – 256 с.
5. *Заргарян Ю.А.* Ранжирование критериев для Парето-оптимальных решений многокритериальных задач // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 2 (127). – С. 153-160.
6. *Штовба С.Д.* Проектирование нечетких систем средствами MATLAB. – М: Горячая линия–Телеком, 2007. – 288 с.
7. *Финаев В.И.* Модели принятия решений: Учебное пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. – 118 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Я.Е. Ромм.

Заргарян Юрий Артурович – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: jury.zargaryan@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371689; кафедра систем автоматического управления; ассистент.

Косенко Олеся Валентиновна – e-mail: o_kosenko@mail.ru; кафедра систем автоматического управления; ассистент.

Васильев Илья Алексеевич – e-mail: vasilya92@gmail.com; систем автоматического управления; студент.

Zargarjan Jury Arturovich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: jury.zargaryan@gmail.com; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371689; the department of automatic control systems; assistant.

Kosenko Olesia Valentinovna – e-mail: o_kosenko@mail.ru; the department of automatic control systems; assistant.

Vasilyev Ilya Alekseyevich – e-mail: vasilya93@gmail.com; the department of automatic control system; student.

УДК 519.816

В.А.А. Каид

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Рассматриваются особенности разработки и применения информационного обеспечения при формализации знаний экспертов в условиях неопределенности. Приведен обзор построения функций принадлежности нечетких переменных, на основе прямых и косвенных методов. Для выполнения исследований в работе, была разработана программа в среде matlab, позволяющая строить функции принадлежности нечетких множеств с применением трех методов, прямого группового метода, метода статистических данных и метода парных сравнений. Приведено математическое описание данных перечисленных методов построения функции принадлежности и примеры их применения.

Нечеткое множество; лингвистическая переменная; функция принадлежности; прямой групповой метод; метод статистических данных; метод парных сравнений.

W.A.A. Qaid

METHODS CONSTRUCTION MEMBERSHIP FUNCTION OF FUZZY SETS

In a scientific article features of the development and application of information management in the formalization of expert knowledge in the face of uncertainty. The review of the construction of the membership functions of odd-cal variables, in direct and indirect methods. To perform research in the work program has been developed in an environment matlab, allow to build one's membership functions of fuzzy sets with the three methods, direct the group method, the method of statistical data and the method of paired comparisons. The mathematical description of these methods listed building membership functions and examples of their application.

Fuzzy sets; linguistic variable; membership function; direct group methods; method of statistical data; method of pair comparisons.

В теории нечетких множеств функция принадлежности играет значительную роль, так как это основная характеристика нечеткого объекта, а все действия с нечеткими объектами производятся через операции с их функциями принадлежности. Определение функции принадлежности – это важная стадия, позволяющая затем оперировать с нечеткими объектами.