УДК 519.816

Е.В. Заргарян

ЗАДАЧА РАЗЛИЧИМОСТИ КРИТЕРИЕВ В СИСТЕМЕ ПРОИЗВОДСТВО-ПОТРЕБЛЕНИЕ

Рассматривается задачи различимости частных критериев, которые применяются при решении задачи оценки эффективности работы системы. Задача решается исходя из анализа свойств множества частных критериев. Предложен алгоритм ранжирования критериев. Также предложенный подход в работе позволяет определить пути решения задач различимости критериев путем их ранжирования и требует развития, связанного с формализацией бальных оценок, знаний экспертов. Достоинство данного подхода состоит в определении эвристического пути различимости критериев при определении эффективности функционирования системы производство-потребление.

Эффективность; многокритериальность; ранжирование критериев; экспертные оценки; различимость критериев.

E.V. Zatgarian

SYSTEM ASPECTS OF OPTIMIZATION OF FUNCTIONING OF TERRITORIALLY DISTRIBUTED POWER SYSTEMS

We consider the problem of distinguish ability of individual criteria that are used in solving the problem of evaluating the performance of the system. The problem is solved on the basis of analysis of the properties of the set of individual criteria. Algorimt proposed ranking criteria. Also, the proposed approach in the work to determine ways to solve problems of legibility criteria by their ranking and requires development related to the formalization of the ball estimates expertise. The advantage of this approach is to define a heuristic way legibility criteria in determining the effectiveness of the system of production-consumption.

The system analysis; the designing; territorially distributed information-operating systems; interaction; external factors.

В системах производства и потребления электрической энергии, а также и в других производственных системах возможно при оценке эффективности применения не одного, а множества критериев $f_1, f_2, \dots, f_m$ в критериальной функции $F_t(x)$, заданной в аддитивном (интегральном) виде

$$F(x) = \sum_{i=1}^{n} b_i f_i(x), \tag{1}$$

где $f_i(x)$ – частные критерии, оценивающие конкретный показатель, b_i – весовые коэффициенты, задаваемые эвристическим путем.

При принятии решений оптимизация критерия $f_i(x)$ не позволяет решать задачу оптимизации функционирования системы в целом, поэтому необходимо рассматривать принятие некоторых управляющих решений при наличии многих критериев, которые можно задать в виде функционала

$$F = \sum_{i=1}^{n} b_i f_i + \sum_{1 \le i < j \le n}^{n} b_{ij} f_i f_j + \sum_{1 \le i < j < k \le n}^{n} b_{ijk} f_i f_j f_k + \dots + b_{12\dots n} f_1 f_2 \dots f_n, \tag{2}$$

где F – интегральный критерий, b_i – коэффициент учета критерия f_i в интегральном критерии F; b_{ij} – коэффициент учета критериев f_i и f_j в интегральном критерии F; $b_{ij\dots n}$ – коэффициент учета критериев $f_i, f_j, \dots, f_n$ в интегральном критерии F.

Этот самый простой подход из-за субъективных оценок весовых коэффициентов b_i, b_{ij}, …, $b_{ij\dots n}$ не эффективен, так как не даст достверных оценок.

Принятие решений при многих критериях следует осуществлять с применением экспертных оценок, добиваясь парето-оптимального решения [1], т.е. такой ситуации, при которой значение любого из критериев можно улучшить лишь за счет ухудшения значений остальных критериев. Выбор производит эксперт, принимающий решение из ряда альтернатив, согласно поставленной цели.

Частные критерии $f_i(x)$ представляют собой математические модели разного вида [2] и определяются, исходя из особенностей функционирования системы, а также решаемых задач. При определении многокритериальной эффективности функционирования сложной системы существуют разные подходы, причем часть из них основана на ранжировании экспертами локальных критериев $f_i(x)$. Рассмотрим особенности ранжирования критериев в условиях неполноты данных.

Комплексный анализ критериев, измеренных в разных шкалах, требует осуществления перехода к одному типу данных, числовому или качественному. Можно свести все критерии к количественному виду за счет сужения множества допустимых преобразований, но в этом случае в качественные критерии вносится новая, искажающая информация. Однако в этом случае появляется задача различимости критериев по степени важности, которая может быть решена на основе анализа свойств элементов из множества $f_i, f_j, \ldots, f_n$.

Проявление свойства нетранзитивности. Существует сложность при формализации в задаче ранжирования критериев, связанная с неразличимостью двух и более критериев по выбранному показателю важности. Неразличимость связана со свойством транзитивности рассмотренных выше нечетких отношений.

В нечетких отношениях строгого предпочтения, неразличимости должны быть нечетко транзитивны, что не относится к нечетким отношениям попарных сравнений. Однако при формализации задачи многокритериального принятия решений свойство нечеткой нетранзитивности может иметь место как в нечетком отношении строгого предпочтения, так и в нечетком отношении неразличимости.

Например, менеджер выбирает изделие согласно критериям f_i, f_j и f_k. Критерий f_i для данного изделия превосходит по оценке критерий f_j. Однако критерий f_j чаще применяется менеджером при выборе изделия, чем критерий f_k. Но критерий f_k по ряду признаков превосходит критерий f_i. В данном случае, если исходить из анализа $f_i\tilde{P}f_j$, $f_j\tilde{P}f_k$ и $f_k\tilde{P}f_i$, то менеджеру будет сложно сделать адекватный вывод относительно выбора изделия.

Менеджер будет ранжировать критерии по некоторому другому, наиболее важному признаку, например, связанному со стоимостью критерия, или находить агрегированный, явно не выраженный признак выбора изделия, учитывающий веса критериев f_i, f_j и f_k.

При ранжировании нетранзитивность в предпочтениях будет проявляться для критериев, к которым эксперт относится не предвзято. Если же будет проявляться какая-либо «заинтересованность» эксперта, то проявится свойство транзитивности в предпочтениях при ранжировании критериев.

Свойство нетранзитивности в нечетком отношении неразличимости может проявиться, если ранжирование критериев эксперт будет осуществлять одновременно по нескольким признакам. Например, у изделия системы производство-потребеление имеется два важных признака – цена и качество изделия. Пусть цена и качество изделия определена двойкой (x,y). Из нечеткого отношения $\tilde{P}$ следует

$$(x_1,y_1)\,\tilde{P}\,(x_2,y_2) \leftrightarrow x_1 \geq x_2 \,\&\, y_1 \geq y_2. \quad (3)$$

При этом возможно, что критерий «цена» f_1 неразличим с критерием «качество» f_2, критерий f_2 неразличим с критерием «объем заказа» f_3, хотя f_3 различим с критерием f_1.

Свойство нетранзитивности в нечетком отношении неразличимости может проявиться также при наличии порога различения при оценке критериев, определенного, например, погрешностью измерения критерия. При измерении критериев может существовать ситуация, что хотя критерий f_i лучше критерия f_j, критерий f_j лучше критерия f_k, но разница эта находится в пределах погрешности измерения, так что по оценкам выходит критерий f_i неразличим с критерием f_j и критерий f_j неразличим с критерием f_k. Из-за накопления погрешности может быть, что критерий f_i лучше критерия f_k.

Например, при измерении скорости изменения критериев, измеряемых в денежном эквиваленте, с погрешностью в полтора рубля неразличимыми являются значения 150 и 151, 151 и 152. Но 152 оказывается больше 150 с учетом погрешности. Закон логики – индукция, является неверным в данном примере, так как в качестве равенства применено отношение неразличимости, т.е. равенство с точностью до погрешности.

Проявление свойства антирефлексивности. Пусть при ранжировании рассматриваются пары критериев $<f_i,f_j>$, измеряемые на универсальном множестве X, и задающее отношение $\tilde{P}$, так, что $f_i\tilde{P}f_j$. Отношение $\tilde{P}$ по определению является антирефлексивным.

Пусть $f_i(x)$, $(x\in X)$ – числовое значение критерия, а $\delta(x)>0$ – погрешность его измерения, причем погрешности $\delta(x)$ различны для разных значений x. Отметим также возможность задания погрешности в виде нечеткого интервала, как субъективной оценки, выполненной экспертами.

Отношение $\tilde{P}$ будет представлено функцией F с погрешностью δ, если

$$[<f_i,f_j>\in \tilde{P}]\leftrightarrow[F(f_i) - \delta(f_i) > F(f_j)+\delta(f_j)]. \qquad (4)$$

Неравенство справа означает, что значение $F(f_i)$ больше значения $F(f_j)$ даже при учете погрешности, $<f_i,f_j>\in \tilde{I}_P \leftrightarrow|F(f_i)-F(f_j)|<\delta(f_i)+\delta(f_j)$, $\tilde{I}_P = \overline{\tilde{P} \cup \tilde{P}^{-1}}$.

Отношения $\tilde{P}$ и $\tilde{I}_P$ связаны с интервалами

$$\forall i \quad G(f_i)=(F(f_i)-\delta(f_i),\ F(f_i)+\delta(f_i)), \qquad (5)$$

задающих результаты измерений $(x\in X)$, а также с нечеткими интервалами $\tilde{M} =< \underline{m}_{f_i}, \overline{m}_{f_i}, \alpha_{f_i}, \beta_{f_i} >,\ i = \overline{1,m}$,

где $\underline{m}_{f_i}$ – нижнее модальное значение нечеткого интервала;

$\overline{m}_{f_i}$ – верхнее модальное значение нечеткого интервала;

α_{f_i} – левый коэффициент нечеткости;

β_{f_i} – правый коэффициент нечеткости.

Параметры нечеткого интервала для каждого критерия $f_i(x)$ задаются экспертами на базовом множестве значений X.

Для антирефлексивного нечеткого отношения $\tilde{P}$ выполняется свойство нечеткой упорядоченности по включению

$$\exists f_i, f_j \quad \tilde{P}(f_i) \tilde{\subseteq} \tilde{P}(f_j) \cup \tilde{P}(f_j) \tilde{\subseteq} \tilde{P}(f_i) \qquad (6)$$

Свойство (6) определяет, что все срезы $\tilde{P}(f_i)$ нечетко упорядочены. Четкие отношения, удовлетворяющие условию (6), называют [3] квазилинейными, а для нечетких отношений справедливо название нечеткой квазилинейности, а само отношение является нечетким квазилинейным отношением. Рассмотрим обоснование этого утверждения.

Если множество критериев содержит различных m элементов, то из условия (6) следует, что их можно упорядочить по нечеткому включению:

$$\tilde{P}(f_1)\tilde{\subset}\tilde{P}(f_2)\tilde{\subset}\tilde{P}(f_3)\tilde{\subset}...\tilde{\subset}\tilde{P}(f_m). \qquad (7)$$

Если $\tilde{I}_i\{f \mid \tilde{P}(f)\tilde{=}\tilde{P}(f_i)\},\ i=\overline{1,m}$, то множество $U=<\tilde{I}_1,\tilde{I}_2,...,\tilde{I}_m>$ будет нечетким разбиением множества критериев.

Если определить нечеткую разность множеств:

$$\tilde{J}_i=\tilde{P}(f_i)\tilde{\setminus}\tilde{P}(f_{i-1}),\ i=\overline{2,m}, \qquad (8)$$

то множества $\tilde{J}_i$ нечетко непусты, так как (7) нечеткое строгое включение. Множество $Y=<\tilde{J}_2,\tilde{J}_3,...,\tilde{J}_m>$ также будет нечетким разбиением множества критериев.

Согласно условию (7) разбиения U и Y – упорядоченные множества.

Объединяя левые и правые части выражения (8) по индексу j=1, 2, …, I, получим

$$\bigcup_{j=1}^{i}J_j=<\tilde{P}(f_i)\tilde{\setminus}\tilde{P}(f_{i-1})>\cup<\tilde{P}(f_{i-1})\tilde{\setminus}\tilde{P}(f_{i-2})>\cup...\cup<\tilde{P}(f_1)\tilde{\setminus}\tilde{P}(f_0)>. \qquad (9)$$

На основании включения (8) компоненты $\tilde{P}(f_{i-1}),\tilde{P}(f_{i-2}),...,\tilde{P}(f_2)$ в выражении взаимно нечетко равны нулю и в результате получим

$$\bigcup_{j=1}^{i}J_j=<\tilde{P}(f_i)\tilde{\setminus}\tilde{P}(f_0)>. \qquad (10)$$

Если принять, что $\tilde{P}(f_0)$ – пустое множество, то

$$\tilde{P}(f_i)=\bigcup_{j=1}^{i}J_j,\ f_i\in\tilde{I}_i,\ i=\overline{1,m\text{-}1}. \qquad (11)$$

Равенства (11) позволяют выразить нечеткое отношение строгого предпочтения через упорядоченные разбиения U и Y. Поэтому нечеткое антирефлексивное отношение $\tilde{P}$ является квазилинейным. Если нечеткое отношение $\tilde{P}$ обладает свойством нечеткой антирефлексивности, то оно представимо нечетким отношением «больше» на множестве интервалов задания критериев.

Проявление свойства эквивалентности. Неразличимость двух и более критериев из заданного множества $f_1, f_2, \dots, f_m$ по выбранному показателю при существовании квазилинейного отношения строгого предпочтения P проявляется в свойстве эквивалентности. Известно [3], что интервальной эквивалентностью называют отношение неразличимости I_p.

Для интервальных эквивалентностей их структура формально определена в терминах матриц смежности. Если множество критериев $f_1, f_2, \dots, f_m$ состоит из m упорядоченных критериев, то матрица смежности $M_i=\|m_{ij}\|_1^N$ состоит из нулевых или единичных элементов m_{ij}, причем $m_{ij}=1\leftrightarrow(f_i,f_j)\in I_p$.

Отметим, что в задачах принятия групповых решений критерий f_i, рассматривается как предпочтительность или качество решений i-го, i = 1,2,…,m лица, принимающего решение. Критерии делят на количественные и качественные.

Количественное определение критерия применимо, если возможно его численное сравнение [3]. Например, цена изделия является количественным критерием для производства и потребления. Если критерий «цена» изделия выражается функцией $f(a)$, то функция $kf(a)$ (где k – положительное постоянное число) определит тот же критерий в другом, k-кратно измененном масштабе (например, цены в разных валютных единицах). В то же время другое преобразование функции f, не умножение на положительную константу, приводит к изменению данного критерия.

С каждым критерием связывают множество допустимых преобразований Φ, и говорят, что критерий имеет измерения в шкале типа Φ. Например, допустимым преобразованием критерия «цена» является умножение на положительную константу, что позволяет выполнять сравнение – во сколько раз $f(a)$ больше $f(b)$. Функцию $\varphi(x)\in\Phi$ называют допустимым преобразованием критерия $f(x)$, ($x\in X$), если функция $\varphi(f(x))$ задает тот же признак.

В шкале Φ производят измерения критерия и шкалу называют шкалой отношений, если оценки критерия определены вместе с множеством всех допустимых преобразований Φ. Существуют еще шкалы интервалов, на которых определен масштаб и начало отсчета. Например, запас полуфабриката на предприятии следует измерять в интервальной шкале, так как необходимо фиксировать не только существующий, но и минимально допустимый запас.

Если, как было отмечено выше, критериальная функция представлена в виде линейной свертки $F=\sum_{i=1}^{m} b_i f_i$, где b_i – экспертная оценка важности критерия f_i, то качественные критерии нельзя применять при решении задач многокритериальной оптимизации [3].

При принятии решений применяют описание предпочтений на основе бинарных отношений, которые описывают попарные связи разного характера между объектами заданного множества. Известно [1], что бинарным отношением p на множестве A называется подмножество множества $A^2=A\times A$, содержащее упорядоченные пары (a, b), где $a,b\in A$. Принадлежность $(a,b)\in p$ записывают в виде apb. Рассмотрим расширение моделей бинарных отношений на нечетких множествах.

Известно [4], что задание отношения нечеткого строгого порядка, которое нечетко антирефлексивно, нечетко антисимметрично и нечетко транзитивно. Если $\tilde{\delta}=(A,\tilde{F})$ – отношение нечеткого строгого порядка на множестве критериев $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$, а степень строгого порядка $\mu_F(a_i,a_j)\geq 0{,}5$, то критерии связаны отношением нечеткого строгого порядка, причем элемент a_i предшествует элементу a_j.

Степень совершенно строгого порядка отношения $\tilde{\delta}=(A,\tilde{F})$ определяется как $\pi_2(\tilde{\delta})=\pi_1(\tilde{\delta})\cap\alpha(\tilde{\delta})_{con}$, где $\pi_1(\tilde{\delta})$ – степень строгого порядка, $\alpha(\tilde{\delta})_{con}$ – степень связности [4].

В работе [4] доказана теорема 1.5, которая применима к множеству критериев $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$. Теорема гласит, что если на множестве A задано отношение нечеткого совершенного строгого порядка $\tilde{\delta}=(A,\tilde{F})$, то существует нечеткая линейная последовательность $\tilde{P}=(A)$, нечетко сопряженная с отношением $\tilde{\delta}$. Данная теорема позволяет осуществить ранжирование критериев из множества A, представив его нечетко линейно упорядоченным по предшествованию, как множество $\tilde{P}=(A)$.

Пусть экспертами, исходя из заданных степеней предпочтительности $\mu_{f_i}(x)$, $i=\overline{1,n}$, определены значения $\mu_F(a_i,a_j)\geq 0{,}5$ для каждой пары (a_i,a_j), $i,j=\overline{1,n}$. Алгоритм ранжирования критериев, для которых существует отношение нечеткого совершенного строгого порядка $\tilde{\delta}=(A,\tilde{F})$, следующий.

Шаг 1. Выбираем нечетко наименьший критерий из множества $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$, удовлетворяющий условию

$$\alpha(a_i)=\bigcap_{\substack{a_j\in A\\ a_j\neq a_i}}\mu_F(a_i,a_j)\geq 0\,. \tag{12}$$

Шаг 2. Случайным образом выбираем некоторый критерий $a_k \in A$. Если для критерия a_k выполняется условие (12), в котором считается, что $a_k = a_i$, то критерий a_k – нечетко наименьший. Данный критерий заносим в базу данных, где хранятся пары;

$$a^{(n)}\tilde{\delta}a^{(n-1)}, a^{(n-1)}\tilde{\delta}a^{(n-2)},..., a^{(3)}\tilde{\delta}a^{(2)}, a^{(2)}\tilde{\delta}a^{(1)}, \tag{13}$$

где индекс вверху обозначает место критерия a по рангу. Затем выполняется переход к шагу 4. При невыполнении условия переходим к шагу 3.

Шаг 3. Если для критерия a_k условие (12) не выполняется, то в множестве A ищется другой критерий a_p, для которого будет выполняться условие $\mu_F(a_p,a_k) \geq 0,5$. Критерий a_p нечетко предшествует критерию a_k. Критерий a_p исключается из анализируемого множества критериев A.

Шаг 4. Проверка условия окончания анализа всех критериев из множества A.

На рис. 1 приведена общая блок-схема алгоритма ранжирования критериев из множества $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$ [3].

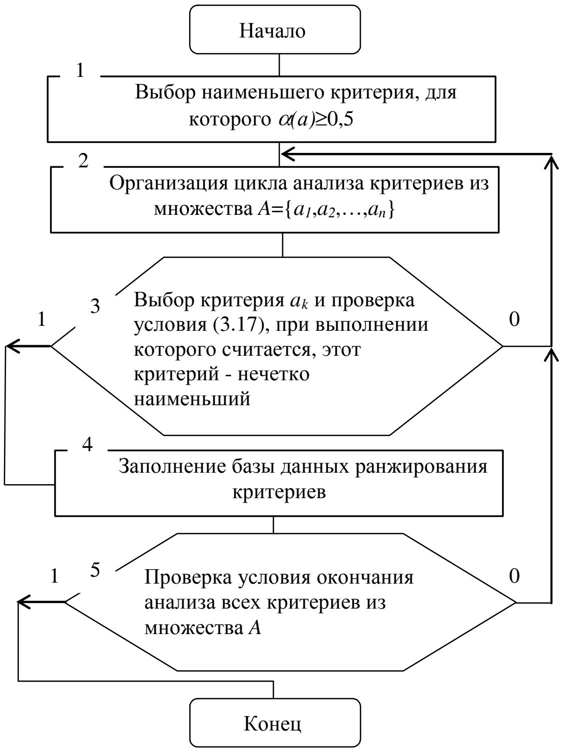

Рис. 1. Общая блок-схема алгоритма ранжирования критериев из множества $A=\{a_1,a_2,\ldots,a_n\}$

Субъективные мнения специалистов относительно важности критериев можно определить балльными оценками. Пример балльная оценка – фактор риска, связан с невыполнением плана поставки некоторого продукта. Для продукта, в зависимости от значения потерь из-за невыполнения плана поставки, добросовестности поставщика, надежности средств коммуникаций на вербальном уровне, экспертами оценивается степень риска, например: «небольшой риск», «риск в допустимых пределах», «большой риск», «очень большой риск».

Данный подход определяет пути решения задач различимости критериев путем их ранжирования и требует развития, связанного с формализацией бальных оценок, знаний экспертов. Достоинство данного подхода состоит в определении эвристического пути различимости критериев при определении эффективности функционирования системы производство-потребление.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1982. – 256 с.
2. *Финаев В.И.* Моделирование при проектировании информационно-управляющих систем. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. – 117 с.
3. *Финаев В.И., Заргарян Ю.А.* Формализация предпочтений экспертов при групповом принятии решений // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 2 (127). – С. 160-165.
4. *Мелихов А.И., Берштейн Л.С., Коровин С.Я.* Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.,1990. – 272 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.Е. Золотовский.

Заргарян Елена Валерьевна – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: e.zargaryan@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; Тел.: +78634371689; кафедра систем автоматического управления; к.т.н.; доцент.

Zargaryan Elena Valerevna – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University e-mail: e.zargaryan@gmail.com; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371689; the department of automatic control systems; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 519.681

О.В. Косенко, И.В. Пушнина

МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ НЕСИММЕТРИЧНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ

Одна из наиболее распространенных задач математического программирования – транспортная задача. Вместе с тем на практике нередко возникают задачи транспортного типа, формализация которых не приводит к классической трипланарной или триаксиальной схеме. Важным классом таких задач являются трехиндексные несимметричные транспортные задачи. Так как несимметричные транспортные задачи являются частными случаями более общих симметричных транспортных задач, то принципиальных трудностей в их решении обычно не возникает. Однако применение общей схемы метода потенциалов к несимметричным задачам не всегда себя оправдывает, так как в ряде случаев учет специфики задачи позволяет получить более простой алгоритм решения.

Модель; транспортная задача; линейное программирование.

O.V. Kosenko, I.V. Pushnina

MANAGEMENT MODEL ON THE BASIS OF THE SOLUTION OF ASYMMETRICAL TRANSPORT TASKS

One of the most common mathematical programming problems - transportation problem. In solving linear programming problems, especially formulated objectives (criteria) of the control. However, in practice, quite often there are problems such as transport, the formalization of which does not lead to classical triplanarnoy or triaxial scheme. An important class of such problems is the three-index-are unbalanced transportation problems. Since unbalanced transportation prob-