

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Андерсон Т.* – Статистический анализ временных рядов. – М.: Мир, 1980.
2. *Лукашов А.В.* Риск-менеджмент // Управление корпоративными финансами. – 2005. – № 5. – С. 58-64.
3. *Мильштейн Г.Н.* Численное интегрирование стохастических дифференциальных уравнений. – Уральский государственный университет, 1988.
4. *Sauer T.* Numerical Analysis. Addison-Wesley. – Boston, 2006.
5. *Sauer T.* Numerical Solution of Stochastic Differential Equations in Finance / Department of Mathematics George Mason University, 2009.
6. *Turner Wayne C., Doty S.*, 1942 – Energy management handbook / Library of Congress Cataloging-in-Publication Data. – 6th ed., 2007. – 924 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор А.И. Жорник.

Кузнецова Инна Юрьевна – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: kuznet.i.u@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: +79185954091; аспирантка.

Kuznetsova Inna Urevna – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: kuznet.i.u@gmail.com; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +79185954091; postgraduate student.

УДК 681.513

Н.К. Полуянович, Ю.П. Волощенко, И.И. Шушанов

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА
С ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
РЕЖИМА ПУСКА***

Рассматривается задача оптимизации системы управления тягового электропривода постоянного тока электроподвижного состава с импульсным управлением, определения области синхронной динамики при переменных скоростях движения и мощностях электроподвижного состава. Показан способ формирования импульсной последовательности из непрерывного сигнала рассогласования для исследования режима пуска тягового электропривода постоянного тока. Определены условия минимизации длительности переходных процессов и их апериодического характера. В работе приводятся результаты численных экспериментов, подтверждающих работоспособность предложенных алгоритмов. Тяговый электропривод электроподвижного состава; импульсное регулирование.

N.K. Poluyanovich, Yu.P. Voloshenko, I.I. Shushanov

**MATHEMATICAL MODEL OF THE TRACTION ELECTRIC DRIVE
WITH PULSE-WIDTH MANAGEMENT FOR RESEARCH OF THE MODE
OF START-UP**

The problem of optimization of a control system of the traction electric drive of a direct current of an electrorolling stock with pulse management, definitions of area of synchronous dynamics is considered at variable speeds of movement and capacities of an electrorolling stock. The

* Работа поддержана грантом РФФИ №12-08-13112 офи_м_РЖД «Разработка методов оптимизации энергопотребления электропоездов в динамических режимах на базе комплексной системы управления движением и энергоснабжением».

way of formation of pulse sequence from a continuous signal of a mismatch for research of a mode of start-up of the traction electric drive of a direct current is shown. Conditions minimization of duration of transitional processes and their aperiodic character are defined. Results of the numerical experiments confirming operability of offered algorithms are given in work.

Traction electric drive of an electrorolling stock; pulse regulation.

Введение. На долю электропривода (ЭП) приходится около 65 % потребления всей производимой электроэнергии [1]. Поэтому проблема снижения потерь электрической энергии на электротранспорте является одной из важнейших составляющих стратегии энергосбережения. Энергосбережение в системах ЭП обеспечивается главным образом за счёт внедрения систем импульсного управления и оптимизации алгоритмов их работы. В системах электрической тяги ЭПС используется значительная доля электропривода постоянного тока, несмотря на его вытеснение из других отраслей промышленности [1], они используют двигатели с последовательным возбуждением и системы управления с широтно-импульсным регулированием тока.

В данной работе рассматривается решение задачи повышения эффективности процесса электромеханического преобразования энергии в системах с широтно-импульсным управлением в динамике.

Математические модели ЭП постоянного тока с импульсным управлением. При проектировании ИСУ для ТЭП постоянного тока необходимо обеспечить максимально возможный КПД рекуперации. Задача оптимизации системы управления может быть сведена к поиску экстремума функционала качества вида

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F(X, P, t) dt. \quad (1)$$

В качестве критерия качества для импульсных САР могут быть использованы критерий максимального быстродействия [10], интегральный критерий квадрата минимума ошибки [11] или критерий максимального запаса устойчивости [12].

Для моделирования импульсных систем переменной структуры используются различные модели и методы их исследования [13, 14, 15]. В общем виде математическая модель ИСПЭ имеет вид:

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = F(t, \vec{X}), \quad \frac{d\vec{Y}}{dt} = G(t, \vec{X}, \vec{Y}), \quad (2)$$

где $\vec{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}'$ – вектор переменных состояния энергетической подсистемы ИСПЭ (знак «'» здесь и далее означает транспонирование); $\vec{Y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}'$ – вектор переменных состояния информационной подсистемы ИСПЭ; $\vec{F} = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}'$, $\vec{G} = \{g_1, g_2, \dots, g_m\}'$ – векторные функции; n и m – порядок подсистем; t – время.

Кусочно-непрерывные векторные функции \mathbf{F} и \mathbf{G} терпят разрывы первого рода на поверхностях

$$\xi_i(t, \vec{X}, \vec{Y}) = 0 \quad (3)$$

где ξ_i – функция коммутации ИСПЭ ($i=1, 2, \dots, k$), а также на поверхностях

$$\xi_i(t, \vec{X}, \vec{Y}) = \xi_i(t + T, \vec{X}, \vec{Y}), \quad (4)$$

где T – период синхронизации ШИМ ($i=1, 2, \dots, j; j \leq k$).

Функции коммутации ИСПЭ ξ_i ($i = 1, 2, \dots, j$) определяют состояние управляемых, а ξ_i ($i = j + 1, j + 2, \dots, k$) – неуправляемых ключевых элементов. Импульсные функции, соответствующие ключевым элементам, могут принимать значения 0 и 1. Значение импульсной функции K_i определяется соответствующей ей функцией коммутации ξ_i :

$$K_i = \frac{\text{sign}(\xi_i) + 1}{2}, \quad (5)$$

где $sign(\xi)$ принимает значения «1» и «-1» в соответствии со знаком ξ .

При этом $K_i = 1$ соответствует открытому состоянию ключевого элемента, а $K_i = 0$ – закрытому.

Основными требованиями к системам управления тягового электропривода постоянного тока являются: обеспечение синхронной динамики при различных скоростях движения и мощностях других транспортных средств, находящихся на том же участке контактной сети; минимизация длительности переходных процессов и их апериодический характер; минимизация статической ошибки регулирования; снижение потерь электрической энергии, рассеиваемой на тормозных и балластных сопротивлениях.

Математические модели ШИМ. Структура и динамика импульсных регуляторов определяются, прежде всего, родом модуляции, способом формирования импульсной последовательности из непрерывного сигнала рассогласования.

Ширина импульса модулированной последовательности на выходе регулятора тока изменяется в соответствии с текущим значением сигнала рассогласования; т.е. на k -м тактовом интервале она определяется как результат решения функционального уравнения:

$$F(\delta(t - (k - 1)T)) - f_0(t - (k - 1)T) = 0, \quad (k - 1)T \leq t \leq kT, \quad (6)$$

где $F(\delta(t))$ – некоторый функционал от сигнала рассогласования; T – период синхронизации ШИМ (такты интервал); $f_0(t)$ – опорная функция.

В системах, использующих ШИМ, может осуществляться модуляция переднего или заднего фронта импульсной последовательности или обоих фронтов одновременно в пределах тактового интервала (двусторонняя модуляция) [5]. Системы с модуляцией заднего фронта и пилообразной опорной функцией, определяемой как

$$f_G(t) = U_G \left(\frac{t+t_0}{T} - \left(\frac{t+t_0}{T} \right) \text{mod} 1 \right), \quad (7)$$

где U_G – амплитуда пилообразного напряжения; t – время; t_0 – начальное время, меньшее, чем T , и различное для независимо работающих регуляторов.

Функции коммутации с модуляцией заднего фронта и пилообразной опорной функцией

$$\xi(t, y(t)) = \varepsilon(t) - f_G(t), \quad (8)$$

где ε – сигнал с выхода корректирующего устройства (КУ).

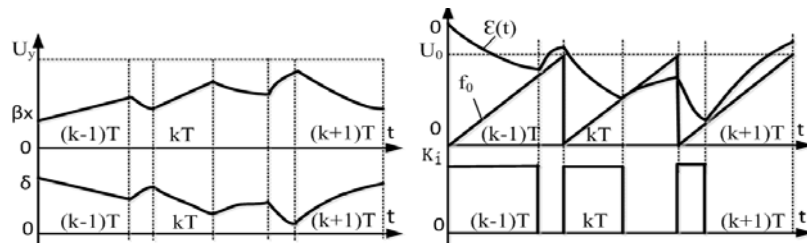


Рис. 1. Временные диаграммы работы ШИМ с модуляцией заднего фронта

Частота синхронизации ШИМ f ограничена снизу допустимым размахом пульсаций и условиями обеспечения непрерывности тока якоря двигателя, а сверху – быстродействием силового ключа и допустимыми потерями энергии в преобразователе.

Математическая модель силовой части ТЭП. Для исследования режима пуска предлагается математическая модель привода, показанная на рис. 2, где: ИП – импульсный преобразователь (изображение ключевых элементов условное); ДТ

– датчик тока; ИМ – импульсный модулятор, содержащий ГЛИН – пилообразного напряжения, U_y – опорное напряжение, такое, что произведение $\beta \cdot x_1$ и U_y дают уставку тока; δ – сигнал рассогласования на входе КУ); КУ – корректирующие устройства регулятора тока (РТ). На схеме не показаны элементы, осуществляющие перевод на режим ослабленного поля и обратно.

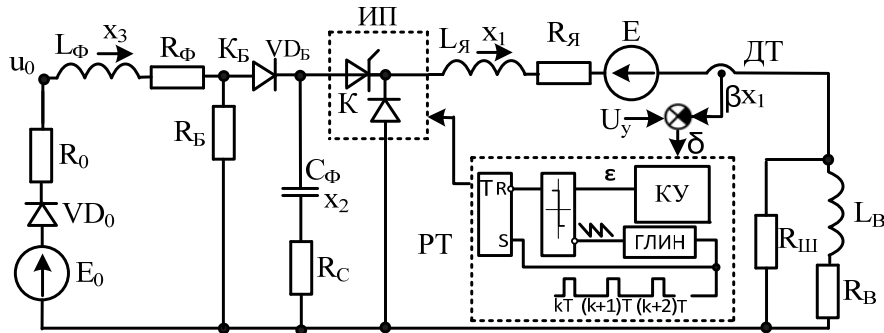


Рис. 2. Схема замещения силовой части ТЭП

В модели силовой части системы обозначены: E_0 – ЭДС контактной сети; R_0 – суммарное сопротивление подводящего кабеля и участка контактной сети; $L_я$ и $R_я$ – индуктивность и сопротивление цепи якоря; $L_в$ и $R_в$ – индуктивность и сопротивление обмотки возбуждения; $R_ш$ – сопротивление шунта обмотки возбуждения; $L_ф$ и $R_ф$ – индуктивность и сопротивление реактора фильтра; $C_ф$ и $R_с$ – ёмкость и сопротивление конденсатора фильтра; $R_б$ – сопротивление балластного резистора; E – ЭДС двигателя.

Математическая модель электропривода

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{-(R_я + K(R_{VT} + R_C) - (1 - K)R_{VD})x_1 + Kx_2 + KR_Cx_3 - E}{L_я}, \quad (9)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{x_3 - Kx_1}{C},$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{E_0 - x_2 - R_Фx_3 - R_C(x_3 - x_1)}{L_Ф},$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{\delta - x_4}{\tau}.$$

Вектор \vec{X} объединяет переменные состояния системы: x_1 – ток якоря; x_2 – напряжение на конденсаторе фильтра; x_3 – ток реактора фильтра; x_4 – напряжение на выходе интегратора ПИ-звена. Импульсная функция K , соответствующая ключевому элементу, определяется согласно формуле

$$K = \frac{\text{sign}(U_y - \beta x_1) + 1}{2}, \quad (10)$$

где U_y – напряжение уставки тока якоря; β – коэффициент преобразования датчика тока.

Сигнал с выхода корректирующего устройства

$$\varepsilon = a(k(\delta_{\text{П}} - x_1) + (1 - k)x_1), \quad (11)$$

где a – коэффициент передачи ПИ-регулятора по постоянному току; k – коэффициент передачи ПИ-регулятора по переменному току; $\delta_{\text{П}}$ – сигнал рассогласования с выхода датчика тока.

ЭДС двигателя постоянного тока

$$E = \frac{nx_1}{ax_1 + b}, \quad (12)$$

где n – число оборотов двигателей в минуту; a, b – коэффициенты аппроксимации ($a = 1; b = 600$).

Значения параметров элементов модели: $f = 400$ Гц; $E_0 = 3000$ В; $L_{\text{я}} = 1,2$ мГн; $R_{\text{я}} = 67,3$ мОм; $L_{\text{ф}} = 3,85$ мГн; $R_{\text{ф}} = 9,68$ Ом; $C = 1280$ мкФ; $\text{tg}\delta = 0,1$; $\beta = 0,01$; $U_{\gamma} = 3$ В; $n = 830$ об/мин

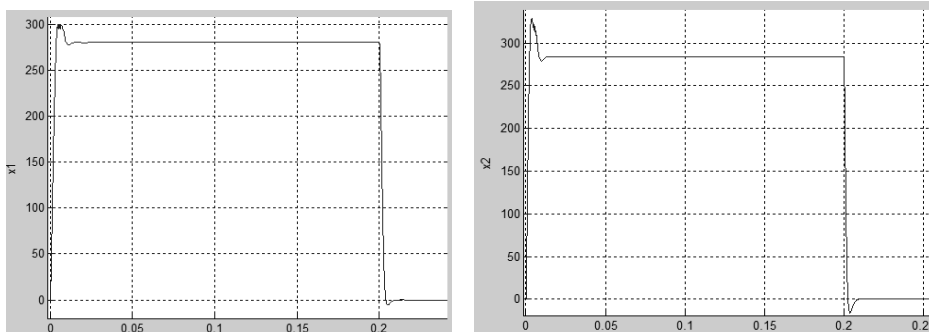


Рис. 3. а – зависимость тока якоря от времени; б – напряжение на конденсаторе фильтра

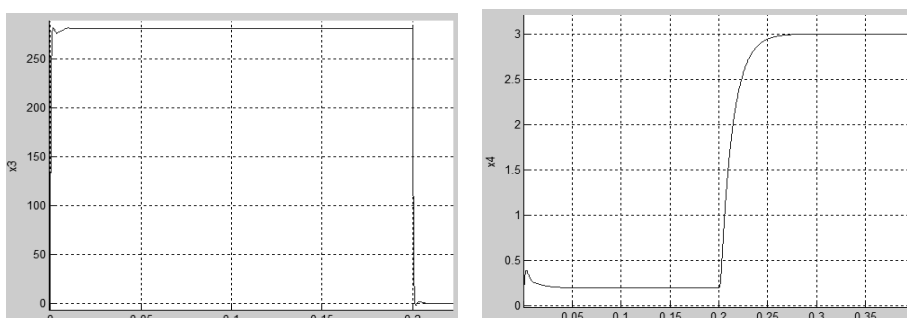


Рис. 4. а – ток реактора фильтра; б – напряжение на выходе интегратора ПИ-звена

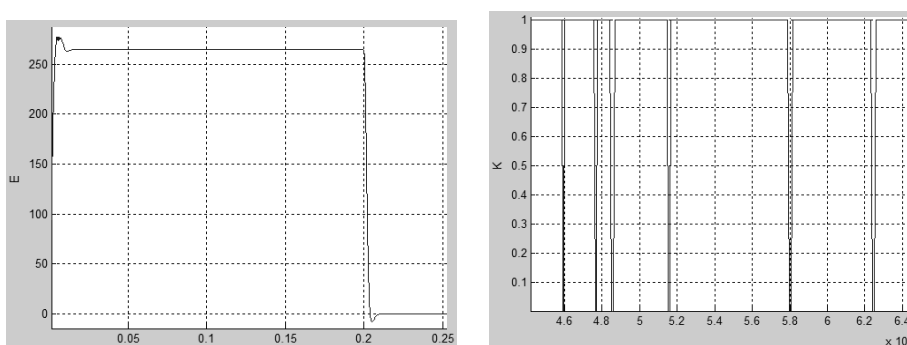


Рис. 5. а – ЭДС Двигателя от времени; б – импульсная функция K от времени

В системе тягового электропривода постоянного тока стационарные процессы в принципе невозможны. При пуске и торможении в течение каждого периода регулирования T (при частоте $f = 400$ Гц) число оборотов вала двигателя n соответ-

ственно увеличивается или уменьшается на величину $\Delta n \approx 1$ об/мин (эта величина зависит от скорости движения, алгоритма управления движением, массы транспортного средства, уклона пути, условиями сцепления колёс с рельсами и т.д.) [6]. При монотонном изменении параметра n в системе имеют место квазистационарные процессы, динамика которых отличается от динамики стационарных несущественно, если закончены переходные процессы, вызванные: – началом движения или торможения; – дискретным переходом на режим ослабления поля или наоборот; – изменением количества транспортных средств на участке контактной сети или относительного соотношения мощностей φ (и как следствие переходом на другой режим торможения).

Заключение.

1. Математическая модель позволяет анализировать пуск электропривода с импульсным управлением на участке контактной сети.

2. Постоянную времени фильтра, для однофазных систем, необходимо выбирать в три-четыре раза больше, чем период синхронизации системы регулирования T :

◆ при меньшем значении $\tau_{\text{ф}}$ фильтра не подавляет частоту $f=1/T$;

◆ при большем значении возрастает длительность переходных процессов.

3. Варьирование постоянной времени ПИ-регулятора в пределах (10..30) T сравнительно слабо влияет на динамику системы.

4. Для нормального функционирования импульсных ТЭП постоянного тока необходимо, чтобы при всех допустимых значениях коэффициента заполнения импульсов u как при пуске, так и при торможении система оставалась в области синхронной динамики независимо от наличия на участке контактной сети других объектов и режимов их функционирования.

При пуске момент двигателя с последовательным возбуждением значительно превышает момент двигателя с независимым возбуждением и двигателя с параллельным возбуждением.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бахвалов Ю.А., Зарифьян А.А., Кашиников В.Н., Колтахчян П.Г., Плахов Е.М., Янов В.П. Моделирование электромеханической системы электровоза с асинхронным тяговым приводом. – М.: Транспорт 2001.
2. Щуров Н.И. Методы повышения эффективности использования энергии в подсистеме электрического транспорта // Вестник Красноярского гос.техн. ун-та. Транспорт. – 2002. – Вып. 29. – С. 101-105.
3. Тугарев А.С. Моделирование взаимодействия электроприводов постоянного тока через контактную сеть // Труды Всероссийской конференции «Новые технологии в научных исследованиях, проектировании, управлении, производстве». – Воронеж: Воронежский ГТУ, 2004. – С. 31-32.
4. Щуров Н.И. Методы и средства повышения эффективности использования энергии в системе городского электрического транспорта: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. 05.09.03. – Новосибирск, 2003. – 34 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н. А.А. Лаврентьев.

Полуянович Николай Константинович – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: nik1-58@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский 44; тел.: 89508519304; кафедра электротехники и мехатроники.

Волощенко Юрий Петрович – e-mail: nik1-58@mail.ru; тел.: 89508519304; кафедра электротехники и мехатроники.

Шушанов Иван Иорданович – e-mail: nik1-58@mail.ru; тел.: 89508519304; кафедра электротехники и мехатроники

Poluyanovich Nikolaj Konstantinovich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: w_m88@mail.ru; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +79508519304; the department of electrical engineering and mechatronics.

Voloshenko Yuriy Petrovich – e-mail: w_m88@mail.ru; phone: +79508519304; the department of electrical engineering and mechatronics.

Shushanov Ivan Iordanovich – e-mail: w_m88@mail.ru; phone: +79508519304; the department of electrical engineering and mechatronics.