БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Пьявченко Т.А.* Алгоритмы первичной обработки информации // Известия ТРТУ. – 2005. – № 1(45). – С. 46-53.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.А. Зори.

Пьявченко Тамила Алексеевна – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: pta@tgn.sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371689; к.т.н.; доцент; профессор кафедры систем автоматического управления.

Ярцев Артём Викторович – e-mail: artem91light@mail.ru; 347939, г. Таганрог, ул. Чехова, 322-а, кв.75; тел.: 89518477069; кафедры систем автоматического управления; студент.

Pyavchenko Tamila Alekseevna – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education "Southern Federal University"; e-mail: pta@tgn.sfedu.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371689; cand. of eng. sc.; associate professor; professor the department of automatic control systems.

Yartsev Artyom Viktorovich – e-mail: artem91light@mail.ru; 322a, Chekhova street, Taganrog, 347939, Russia; phone: +79518477069; the department of automatic control systems; student.

УДК 621.81.25

Ф.И. Кузнецов

ЭКСТРАПОЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД КОМПЕНСАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ В МОДУЛЕ СБОРА И ПЕРВИЧНОЙ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ ИНФОРМАЦИИ АНАЛОГОВЫХ ДАТЧИКОВ

Описывается экстраполяционный метод компенсации динамических погрешностей в модулях сбора и первичной цифровой обработки информации аналоговых датчиков. Предложенный метод позволяет компенсировать динамическую погрешность, связанная с затратами времени на вычисления и динамическую погрешность цифровых полиномиальных фильтров (статья ограничивается рассмотрением только КИХ-фильтров). В качестве экстраполяции применяются формулы, построенные на основе полинома Лагранжа. В завершении статьи приводится неравенство, которое позволяет предъявить требования к цифровому фильтру (значение групповой задержки и коэффициент ослабления шума) при априорно известных параметрах входного сигнала (скорость изменения сигнала и значение шума) и при конкретной степени экстраполяции или же наоборот, определить порядок экстраполяции и шаг дискретизации при использовании определенного цифрового фильтра.

Динамическая погрешность; цифровой фильтр; экстраполяция; сбор информации датчика.

F.I. Kuznetsov

EXTRAPOLATION METHOD OF COMPENSATION OF DYNAMIC ERRORS IN A MODULE COLLECTION AND PRIMARY DIGITAL PROCESSING OF ANALOG SENSORS

In this article describes the extrapolation method of compensation of dynamic errors in digital modules of data collection and processing of analog sensors. Compensated errors such as dynamic error associated with the time it takes to computing and dynamic error of polynomial digital filters (article is limited to only FIR filters). As an extrapolation formula used that are based on Lagrange polynomials. The result of this paper is a synthesis inequalities that make a characteristic to design a digital filter, leaned on a priori known parameters of the input signal (the rate of change and the level of noise), with subsequent extrapolation to compensate for the dynamic errors.

Dynamic error; the digital filter; the extrapolation; data collection sensor.

В модулях сбора и первичной цифровой обработки информации аналоговых датчиков (СОИАД) физических величин ведется математическая обработка для выделения истинного сигнала путем отсечения нежелательных частотных составляющих, сглаживанием переменной, подавлением импульсных помех и т.д. При функционировании модуля в реальном масштабе времени, то любые задержки во времени (такие как затраты времени на вычисления, задержки фильтров и др.) приводят к появлению динамической погрешности. Суммарная динамическая погрешность может стать преобладающей [1]. В статье предлагается экстраполяционный метод компенсации двух динамических погрешностей: $\varepsilon_{\varphi\vartheta}$ – погрешность связанная с затратами времени на реализацию вычислительных процессов и $\varepsilon_{\varphi\tau}$ – динамической погрешности цифрового фильтра.

Результат вычислений модуля СОИАД привязан к моменту времени t_i оцифровки значения с датчика, но так как физическая величина изменяется во времени, то истинное значение на момент окончания вычислений находится в точке (t_i + $t_{выч}$), где $t_{выч} < t_{i+1} - t_i$ – затраты времени на вычисления, таким образом формируется первая динамическая погрешность $\varepsilon_{\varphi\vartheta}$. В статье рассматривается ситуация, когда время вычислений примерно равно промежутку времени между АЦ-преобразованиями $t_{выч} \approx t_{i+1} - t_i = \Delta T$.

Предельно допустимая динамическая погрешность вычислений $\varepsilon_{\varphi\vartheta}$ рассчитывается как [1]:

$$\varepsilon_{\varphi\vartheta} = \max_i \left|u(t_{i+1}) - u(t_i)\right| = \max_i \left|\Delta u(\xi_i)\right| \approx \Delta T \max_i \left|u'(\xi_i)\right|, \quad (1)$$

$$\xi_i \in \left[t_i, t_i + t_{выч}\right].$$

Чем больше скорость изменения переменной, тем больше значение динамической погрешности $\varepsilon_{\varphi\vartheta}$. Данная динамическая погрешность уменьшает точность модуля СОИАД ориентированного на функционирование в реальном масштабе времени в зависимости от скорости изменения переменной.

Динамическая погрешность также порождается некоторыми методами цифровой обработки, например, цифровым фильтром. Оценим величину динамической погрешности полиномиальных цифровых фильтров.

Общая формула комплексного коэффициента передачи полиномиальных цифровых фильтров определяется выражением

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N} b_n z^{-n} / \left(1 + \sum_{m=1}^{M} a_m z^{-m}\right),$$

где $z = e^{j\omega}$, a_m, b_n – коэффициенты цифрового фильтра выходных и входных отчетов фильтра соответственно.

Групповая задержка фильтра равна производной от его ФЧХ [3]:

$$\tau(\omega) = -\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} = -\frac{d}{d\omega}\left(\arctan\left(\frac{\operatorname{Im}\left[H(z)\right]}{\operatorname{Re}\left[H(z)\right]}\right)\right). \quad (2)$$

То есть фильтр задерживает во времени выходные гармоники сигнала относительно входных на время равное $\tau(\omega)$. В результате фильтрации для определенной гармоники сигнала получаем результат не в точке t_i, а в точке $t_{iф}$:

$$t_{iф}(\omega) = t_i - \tau(\omega).$$

Предельно допустимое значение динамической погрешности, порождаемой цифровым фильтром, определяется как максимальная разность амплитуд на входе и на выходе фильтра

$$\varepsilon_{\varphi\tau} = \max_i \left| u_{ф}(t_{iф}) - u(t_i) \right|. \tag{3}$$

В итоге сумма двух динамических погрешностей (1), (3) составит

$$\varepsilon_{\phi} = \varepsilon_{\phi\vartheta} + \varepsilon_{\phi\tau}. \tag{4}$$

Итак, фильтр задерживает входной сигнал на время групповой задержки $\tau(\omega)$ (2). Для компенсации этой задержки предлагается использовать экстраполяцию значения переменной [1,2] на фиксированное число шагов. В этой связи возникает требование к цифровому фильтру: групповая задержка $\tau(\omega)$ в полосе пропускания фильтра должна быть как можно меньше и постоянной (или ФЧХ фильтра в полосе пропускания должна быть линейной).

Вторым требованием к цифровому фильтру является необходимость минимального искажения амплитуды сигнала в полосе пропускания для сохранения формы входного сигнала.

В книге [3] упоминается, что существует доказательство невозможности построения физически реализуемого БИХ-фильтра с линейной ФЧХ, что приводит к непостоянству групповой задержки. В свою очередь непостоянство групповой задержки приводит к осложнению решения задачи компенсации динамической погрешности. В этой связи в статье рассматривается компенсация динамической погрешности КИХ-фильтров.

Для линейности ФЧХ необходимо выполнение условия симметричности окна фильтра [4]. Например, комплексный коэффициент передачи скользящего среднего (прямоугольное окно) [3] равен

$$H(e^{j\omega}) = \frac{\sin(\omega\Delta TN/2)}{N\sin(\omega\Delta T/2)} \cdot e^{-j\omega\Delta T(N-1)/2},$$

где N – количество точек для усреднения, $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота.

Согласно уравнению (2) групповая задержка фильтра скользящего среднего будет равна

$$\tau(\omega) = -\frac{d}{d\omega}\left(\arctan\left(\tan\left(-\omega\Delta T(N-1)/2\right)\right)\right) = \Delta T(N-1)/2. \tag{5}$$

При окне фильтра в $N = 9$ отсчетов, групповая задержка составит $4\Delta T$, которую можно скомпенсировать путем экстраполяции переменной на 4 шага.

Недостатком такого фильтра является нелинейность АЧХ в полосе пропускания. Данное искажение вычисляется через модуль комплексного коэффициента передачи. В нашем случае определяется выражением

$$\left|H(\omega)\right| = \frac{1}{N}\frac{\sin(\omega\Delta TN/2)}{\sin(\omega\Delta T/2)}.$$

Приведенное максимально допустимое значение погрешности искажения по амплитуде определяется как

$$\varepsilon_{АЧХ} = \max_{\omega}\left(1 - \left|H(\omega)\right|\right). \tag{6}$$

Максимальная погрешность на выходе фильтра $\varepsilon_{ф}$ складывается из ослабленного шума и искаженного истинного сигнала

$$\varepsilon_{ф} = \frac{\varepsilon_{noise}}{\sqrt{N}} + \varepsilon_{АЧХ} = \frac{\varepsilon_{noise}}{\sqrt{N}} + \max_{\omega}\left(1 - \left|H(\omega)\right|\right) = \varepsilon_{noise}/R. \tag{7}$$

Меняя частоту дискретизации, на выходе фильтра мы будем иметь различные значения ослабления входного шума *R:*

$$R = \frac{\varepsilon_{noise}}{\varepsilon_{\phi}} = \varepsilon_{noise} / \left(\frac{\varepsilon_{noise}}{\sqrt{N}} + \max_{\omega} \left(1 - \left| H(\omega) \right| \right) \right). \tag{8}$$

Формула (8) представляет аналитическую оценку коэффициента ослабления помех на выходе фильтра относительно входа. Отметим, что чем выше частота дискретизации, тем меньше искажается измеряемая величина по амплитуде, но увеличивается полоса пропускания фильтра скользящего среднего и, следовательно, пропускается больше шумовой составляющей.

Для компенсации динамической погрешности (4) в работе предлагается использовать экстраполяцию значений переменной [1, 2]. При компенсации двух динамических погрешностей $\varepsilon_{\varphi\vartheta}$ и $\varepsilon_{\varphi\tau}$ необходимо экстраполировать переменную на $k = k_{\vartheta} + k_{\tau}$ шагов.

$$k_{\tau} = \left\{ \frac{\tau}{\Delta T} \right\}^{1/2}, \quad k_{\vartheta} = \frac{t_{выч}}{\Delta T} \approx \frac{t_{i+1} - t_i}{\Delta T} = 1, \tag{9}$$

где $\{\bullet\}^{1/2}$ – округление по 1/2.

Для экстраполяции значений переменной на k шагов могут использоваться формулы, построенные на основе полинома Лагранжа [2]. Общая формула многошаговой экстраполяции первого типа определяется выражением

$$u^*_{1r(i+k)} = \sum_{j=0}^{r} C_j u_{i+(j-r)k}\,; \quad C_j = (-1)^{r-j} \frac{(r+1)!}{j!(r+1-j)!},$$

где C_j – коэффициенты в формуле экстраполяции, r – порядок формулы экстраполяции, k – шаг экстраполяции.

Суммарная погрешность χ^* вычисления экстраполированного значения складывается из: методической погрешности формулы экстраполяции μ^* (погрешность приближенных вычислений применяемым численным методом); инструментальной погрешности β^* (квантование входной переменной в АЦП и обработка данных в целочисленном формате); трансформированной погрешности ν^* (шумы в оцифрованных значениях). Предельно допустимое значение погрешности экстраполяции определяется выражением

$$\varepsilon^*_{\chi_{r(i+k)}} = \varepsilon^*_{\mu_{r(i+k)}} + \varepsilon^*_{\beta_{r(i+k)}} + \varepsilon^*_{\nu_{r(i+k)}}. \tag{10}$$

При экстраполяции по не отфильтрованным значениям предельно допустимая погрешность экстраполяции определяется как

$$\varepsilon^*_{\chi_{1r(i+k)}} = (k_{\vartheta}\Delta T)^{r+1}\, u^{[r+1]}(\xi_i) + \left(\varepsilon_{noise} + \frac{2}{2^{N_{АЦП}} - 1} \right) \cdot \sum_{j=0}^{r} \left| C_j \right|. \tag{11}$$

Если экстраполировать переменную по отфильтрованным значениям

$$u^*_{1r(i+k)\phi} = \sum_{j=0}^{r} C_j u_{(i+(j-r)k)\phi},$$

то учитывая (7) предельно допустимая суммарная погрешность экстраполяции по отфильтрованным значениям составит

$$\varepsilon^*_{\chi_{1r(i+k)\phi}} = (k\Delta T)^{r+1}\, u^{[r+1]}(\xi_i) + \left(\frac{\varepsilon_{noise}}{R} + \frac{2}{2^{N_{АЦП}} - 1} \right) \cdot \sum_{j=0}^{r} \left| C_j \right|. \tag{12}$$

Отметим, что шаг экстраполяции по не фильтрованным значениям равен 1 (k_{ϑ}=1), а при экстраполяции по фильтрованным – k= k_{τ} + 1.

Определим параметры, при которых погрешность метода (16) компенсации динамической погрешности ε_{φ} по фильтрованным значениям будет давать меньшие значения, чем по не фильтрованным (14):

$$\varepsilon^{*}_{\chi_{r(i+k)\phi}} < \varepsilon^{*}_{\chi_{r(i+k)}} . \qquad (13)$$

Подставляя в неравенство (13) выражения (11) и (12) и, перенеся переменную в одну сторону, получим следующее неравенство:

$$(k^{r+1}-1)(\Delta T)^{r+1}\, u^{[r+1]}(\xi_i) + \left(\frac{\varepsilon_{noise}}{R} - \varepsilon_{noise}\right)\cdot \sum_{j=0}^{r} \left|C_j\right| < 0 . \qquad (14)$$

Подставляя известные параметры, такие как максимальное значение белого шума ε_{noise}, шаг дискретизации ΔT, коэффициент ослабления шума R (8), шаг экстраполяции k (9) (определяется исходя из групповой задержки фильтра), степень экстраполяции r и производную входной переменной $u^{[r+1]}(\xi_i)$, можно определить дает ли метод компенсации динамической погрешности (цифрового фильтра и затрат времени на вычисления) по фильтрованным значениям (12) меньшую погрешность по сравнению с экстраполяцией на 1 шаг по не фильтрованным значениям (11).

Оценим на примере предельно допустимые погрешности компенсации динамических погрешностей (11) и (12) линейной экстраполяцией (r=1). Пусть разрядность АЦП составляет 16 бит $N_{АЦП}$ = 16 бит. Входной сигнал изменяется по закону

$$u(t) = A/2 \cdot \sin(2\cdot\pi\cdot f\cdot t - \pi/2) + A/2 ,$$

где $A = 2^{N_{АЦП}}$ – количество двоичных разрядов, f – частота входного сигнала, t – время.

Частота дискретизации f_d= f * 400, шаг дискретизации ΔT=1/ f_d =1/(f*400). Предельно допустимое относительное значение шумовой составляющей ε_{noise} = 0,15 % от максимального значения сигнала. В качестве фильтра возьмем усреднение скользящего среднего, который имеет следующие параметры: время задержки фильтра $\tau = 4\Delta T$, $R \approx 3$.

Согласно уравнению (11), предельно допустимая относительно приведенная динамическая погрешность $\varepsilon^{*}_{\chi_{1r(i+k)}}$ в данном примере будет равна

$$\varepsilon^{*}_{\chi_{1r(i+k)}} = 0,003\,\% + \left(0,15\,\% + 0,003\,\%\right)\cdot 3 = 0,462\,\% .$$

Предельно допустимая относительная погрешность реализации вычислений по (12) составит

$$\varepsilon^{*}_{\chi_{1r(i+k)\phi}} = 25\cdot 0,003\,\% + \left(\frac{0,15\,\%}{3} + 0,003\,\%\right)\cdot 3 = 0,234\,\% \cdot$$

В рассмотренном примере максимальная погрешность компенсации динамической погрешности (12) по фильтрованным значениям дает в 2 раза меньшую погрешность, чем по не фильтрованным (11).

Следовательно, для компенсации динамических погрешностей можно применять предложенный метод экстраполяции. Параметры цифрового фильтра и/или параметры экстраполяции возможно получить из неравенства (14). При проектировании модуля СОИАД с минимальной динамической погрешностью необходимо априорно знать параметры входного сигнала (скорость изменения сигнала и уровень шума).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Пьявченко О.Н., Кузнецов Ф.И.* Применение формул экстраполяции значений переменных для компенсации динамической погрешности. Цифровая обработка сигналов и ее применение. – Вып. XII - 1. – М., 2010. – С. 285-288.
2. *Пьявченко О.Н.* Проектирование локальных микрокомпьютерных систем. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. – 238 с.
3. *Оппенгеймер А., Шафер Р.* Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2006. – 856 с.
4. *Хемминг Р.В.* Цифровые фильтры: Пер. с англ./ Под ред. А.М. Трахтмана. – М.: Сов. радио, 1980. – 224 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.Е. Панич.

Кузнецов Филипп Игоревич – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: kafmps@ttpark.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Петровская, 81; тел.: 88634328025; кафедра микропроцессорных систем; аспирант.

Kuznetsov Filipp Igorevich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: kafmps@ttpark.ru; 81, Petrovskay street, Taganrog, 347900, Russia; phone: +78634328025; the department of microprocessor systems; postgraduate training.

УДК 629.78.05.001.2

Ю.А. Геложе, П.П. Клименко, А.В. Максимов

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ УГЛОМ КРЕНА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ ТРЕБУЕМЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ В КРИТИЧЕСКОЙ СИТУАЦИИ

Работа посвящена экспериментальному исследованию процессов управления в нелинейной автоматической системе управления во время больших возмущений. В работе построено и исследовано две модели систем автоматического управления углом крена ЛА. Первая модель представляет собой гипотетическую систему, в которой управление осуществляется независимо от “перескоков” характеристики позиционного датчика. Вторая модель реализует систему, работающую по разработанному принципу (закону) управления.

Автопилот; управление; крен; нелинейная автоматическая система управления; релейное управление; интегратор; приведение ЛА в устойчивое состояние.

Yu.A. Gelozhe, P.P. Klimenko, A.V. Maksimov

EXPERIMENTAL RESEARCHING ALGORITHMS CONTROL ANGLE LIST BEING PROVIDED REQUIREMENT DINAMICS CHARACTERES OF SYSTEM IN CRITICAL SITUATION

The principles of processes control in automatic nonlinear systems are based. Is devoted to the experimental investigation of management processes in nonlinear automatic control system during large disturbances. We construct and investigate two models of automatic control systems of aircraft bank angle. The first model is a hypothetical system in which control is carried out independently of the "jumps" features position sensor. The second model implements a system that works on the principle developed by (the law) management.

Autopilot; control; roll; automatic nonlinear system; relay control; to bring the aircraft to a stable state.