

5. *Вольфовский Б.Н., Шибяев С.С., Роздобудько В.В.* Алгоритмы вычисления частоты в акустооптических измерителях параметров радиосигналов // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2008. – № 4. – С. 38-46.
6. *Вольфовский Б.Н., Шибяев С.С., Роздобудько В.В.* Алгоритмический способ уменьшения погрешностей в акустооптических измерителях // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. – 2011. – № 5. – С. 51-56.
7. *Роздобудько В.В., Пелипенко М.И.* Быстродействующий измеритель параметров СВЧ-радиосигналов // Специальная техника. – 2006. – № 1. – С. 28–36.
8. *Балакиев В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е.* Физические основы акустооптики. – М.: Радио и связь, 1985. – 280 с.
9. *Гудмен Дж.* Введение в Фурье-оптику: Пер. с англ. – М.: Мир, 1970. – 364 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.И. Марчук.

Шибяев Станислав Сергеевич – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: sshib75@mail.ru; 347922, г. Таганрог, ул. Шевченко, 2; тел.: 88634312482; лаборатория оптоэлектроники; с.н.с.; к.т.н.

Shibaev Stanislav Sergeyevich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: sshib75@mail.ru; 2, Shevchenko, Taganrog, 347922, Russia; phone: +78634312482; laboratory of optoelectronics; senior scientist; cand. of eng. sc.

УДК 621.82: 621.397

Л.К. Самойлов, И.И. Турулин, С.А. Киракосян, А.Д. Вартеков

ПОГРЕШНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ И КОНТРОЛЯ

Частота дискретизации системы управления и контроля выбирается в результате решения прямой или обратной задачи распределения погрешностей всей системы. При решении прямой задачи выделяются погрешности устройства дискретизации и погрешности устройства восстановления. Соответственно различают частоту дискретизации с точки зрения процедуры дискретизации и процедуры восстановления. Оптимальным вариантом следует считать ситуацию, когда частота дискретизации с точки зрения процедуры дискретизации будет равна частоте дискретизации с точки зрения процедуры восстановления. Такое решение может быть найдено в итерационном цикле с перераспределением погрешностей. В статье рассматриваются составляющие погрешности восстановления, что позволит организовать такой итерационный цикл. Погрешность устройства восстановления состоит из методической погрешности восстановления, погрешности цифрового восстановления (передискретизации), погрешности экстраполяции нулевого порядка на основе ЦАП и погрешности аналоговых фильтров нижних частот. На выбор частоты дискретизации также влияют инструментальные погрешности устройства восстановления. В системах управления добавляется погрешность за счет задержки информации в устройстве восстановления. В статье рассматриваются указанные погрешности трехступенчатого устройства восстановления. Показано, что значение рабочей частоты устройства цифрового восстановления не влияет на величину методической погрешности восстановления. Увеличение рабочей частоты устройства цифрового восстановления уменьшает задержку сигнала в экстраполяторе на основе ЦАП, что косвенно снижает погрешность за счет задержки информации. Даются оценки погрешностей устройств, позволяющие выбрать требуемую частоту дискретизации.

Частота дискретизации; восстановление сигналов; запаздывание сигналов; граничная частота; системы управления.

L.K. Samoilov, I.I. Turulin, S.A. Kirakosyan, A.D. Vartanov

THE ERRORS OF SIGNALS RESTORATION IN SYSTEMS MANAGEMENT AND CONTROL

Frequency of digitization of a control system and the control gets out as a result of the decision of a direct or return problem of distribution of errors of all system. At the decision of a direct problem errors of the device of digitization and an error of the device of restoration are allocated. Accordingly distinguish frequency of digitization from the point of view of procedure of digitization and restoration procedure. It is necessary to consider as an optimum variant a situation when frequency of digitization from the point of view of digitization procedure will be equal to frequency of digitization from the point of view of restoration procedure. Such decision can be found in an iterative cycle with redistribution of errors. In article making errors of restoration that will allow to organise such iterative cycle are considered. The error of the device of restoration consists of a methodical error of restoration, an error of digital restoration (redigitization), an error of extrapolation of a zero order on the basis of DAC and errors of analogue filters of the bottom frequencies. The choice of frequency of digitization is influenced also by tool errors of the device of restoration. In control systems the error at the expense of an information delay in the restoration device is added. In article the specified errors of the three-stage device of restoration are considered. It is shown, that value of working frequency of the device of digital restoration does not influence size of a methodical error of restoration. The increase in working frequency of the device of digital restoration reduces a signal delay in eksirapolyator on the basis of DAC, that indirectly reduces an error at the expense of an information delay. Estimations of errors of the devices, allowing to choose demanded frequency of digitization are given.

Sampling frequency; signal restoration; signal delay; cutoff frequency; control systems.

В системах управления и контроля частота дискретизации сигналов выбирается в процессе решения прямой и обратной задач распределения погрешностей системы [1]. При этом выделяется погрешность на процедуру дискретизации и на процедуру восстановления информации. Соответственно различают частоту дискретизации (f_{δ}) с точки зрения процесса дискретизации (f_{δ}^n) и процесса восстановления информации (f_{δ}^e) [1]. Из этих двух частот выбирают или наибольшую или в итерационном процессе выравнивают эти частоты [2]. Устройства временной дискретизации сигналов характеризуются тремя параметрами, определяющими f_{δ} :

- ◆ погрешностью наложения спектров;
- ◆ инструментальной погрешностью устройств дискретизации;
- ◆ временем задержки информации.

Устройства восстановления сигналов также определяются тремя параметрами:

- ◆ методической погрешностью восстановления информации;
- ◆ инструментальной погрешностью устройств восстановления;
- ◆ временем задержки информации.

Современные устройства восстановления могут иметь три ступени восстановления (рис. 1):

- ◆ цифрового восстановления (ЦВ);
- ◆ экстраполяции нулевого порядка на основе ЦАП;
- ◆ аналоговой фильтрации с помощью ФНЧ.

Особенностью цифрового восстановления сигнала с частотой дискретизации f_{δ} является тот факт, что на выходе устройства или программы восстановления будет тоже цифровой сигнал. Но отсчеты этого сигнала будут идти с частотой восстановления (f_e), которая существенно (в десятки и сотни раз) выше f_{δ} . Значение частоты f_e должно быть кратно значению частоты f_{δ} . Увеличение частоты отсчетов значительно облегчает процедуру получения аналогового сигнала.

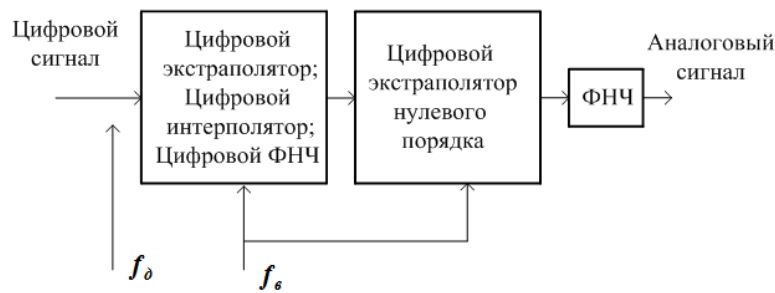


Рис. 1. Структурная схема трехступенчатого устройства восстановления

Произвольная непрерывная функция $U(t)$ после равномерной дискретизации по аргументу t представляет собой решетчатую функцию $\Psi_D(t)$, которая совпадает с исходной в точках дискретизации.

В устройстве восстановления при интерполяции по m отсчетам решетчатой функции $\Psi_D(t)$ восстанавливается исходный сигнал в промежутках между отсчетами. В точках отсчетов восстановленный сигнал совпадает с решетчатой функцией. Такое восстановление называется интерполяцией $(m - 1)$ -го порядка.

При экстраполяции по m отсчетам решетчатой функции $\Psi_D(t)$ восстанавливается исходный сигнал в промежутке между m -м и $m+1$ отсчетами. В точках отсчетов восстановленный сигнал совпадает с решетчатой функцией. Такое восстановление называется экстраполяцией $(m - 1)$ -го порядка.

При использовании в ЦВ интерполирующих фильтров на входе устройства ЦВ стоит квантователь, который заполняет промежутки между двумя отсчетами с частотой f_d и нулевыми отсчетами с частотой f_e . В интерполирующем фильтре производится восстановление недостающих отсчетов.

Временная диаграмма работы первой и второй ступеней восстановления при использовании интерполяции в ЦВ приведена на рис. 2.

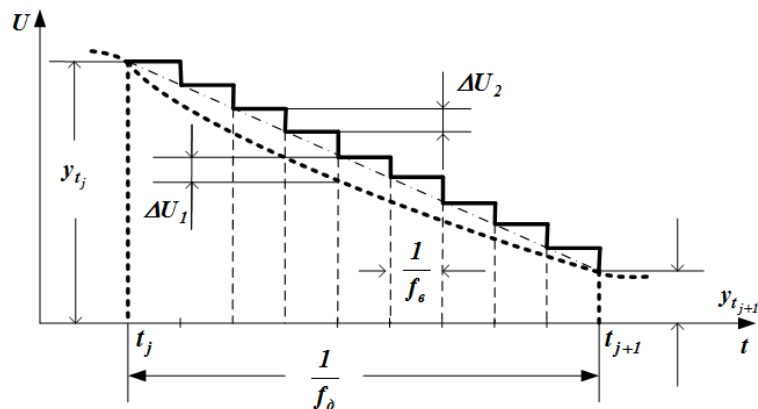


Рис. 2. Временная диаграмма восстановленного сигнала на выходе двухступенчатого устройства восстановления

Методическая погрешность устройства цифрового восстановления на основе экстраполяторов и интерполяторов с порядком восстановления $m \geq 1$.

(γ_{M1}) представляет собой погрешность непрерывного устройства восстановления. Величина этой погрешности зависит от способа восстановления (интерполяция, экстраполяция), от вида и степени (m) восстанавливающего полинома, а также от величины частоты дискретизации с точки зрения погрешности восстановления f_δ .

На практике чаще всего устройства восстановления проектируются с использованием полинома Лагранжа [3].

Пусть имеется непрерывная функция $U(t)$ и соответствующая ей решетчатая функция $\psi(t)$, заданная в $m+1$ точке $\psi(t_0), \psi(t_1), \dots, \psi(t_m)$.

В этих точках решетчатая функция $\psi(t)$ совпадает с непрерывной функцией $U(t)$.

Процесс получения непрерывной функции $U_{анп}(t)$ из решетчатой называется восстановлением или аппроксимацией.

Значения непрерывной функции в промежутках между отсчетами решетчатой функции можно аппроксимировать многочленом, который называется интерполяционной формулой Лагранжа:

$$U_{анп}(t) = \sum_{i=0}^m L_i(t) \cdot \psi(t_i). \quad (1)$$

В формуле

$$L_i(t) = \begin{cases} \prod_{j=0, j \neq i}^{j=m} \frac{t-t_j}{t_i-t_j} & \text{при } m \geq 1 \\ 1 & \text{при } m = 0 \end{cases}. \quad (2)$$

При $m \rightarrow \infty$ $U_{анп}(t) = U(t)$.

Если аппроксимация решетчатой функции происходит внутри участка $[t_0, t_m]$, то восстанавливающее устройство называется интерполятором.

Если решетчатая функция восстанавливается на шаг вперед на участке $[t_n, t_{m+1}]$, то восстанавливающее устройство называется экстраполятором.

Абсолютное значение максимальной величины методической погрешности восстановления определяется разностью

$$\Delta U(t) = U(t) - U_{анп}(t). \quad (3)$$

Максимальное значение приведенной методической погрешности восстановления равно

$$\gamma_M = \frac{1}{A_0} |\Delta U(t)|_{мак}, \quad (4)$$

где A_0 – максимальное значение непрерывной функции $U(t)$ или значение амплитудной спектральной плотности сигнала датчика при нулевой частоте.

Если в устройстве цифрового восстановления используется полином Лагранжа, то максимальное значение приведенной методической погрешности для случая экстраполяции определяется как [3]:

$$(\gamma_{M1})_{экс} = \frac{1}{A_0} |M_{мак}^{m+1}| \cdot T_\delta^{m+1}, \quad (5)$$

где T_δ – интервал дискретизации; A_0 – максимальное значение непрерывной функции $U(t)$; $|M_{\max}^{m+1}|$ – абсолютное значение максимальной величины $m+1$ производной восстанавливаемого сигнала датчика; m – порядок восстанавливающего полинома.

Обратим внимание, что значение частоты сигналов цифрового восстановления первой ступени f_e не влияет на величину методической погрешности устройства восстановления. Значение этой частоты влияет на величину методической погрешности цифроаналогового устройства восстановления на основе экстраполяторов нулевого порядка, который должен присутствовать на второй ступени восстановления.

Для случая применения интерполяции в устройстве восстановления может быть предложен удобный и наглядный способ вычисления максимальной приведенной погрешности [4]:

$$(\gamma_{M1}^{\max})_{\text{итм}} = K(m) \frac{1}{A_0} |M_{\max}^{m+1}| \cdot T_\delta^{m+1}, \quad (6)$$

где $K(m)$ – поправочный коэффициент.

Проведенные исследования [4] показали, что наилучшее приближение с допустимой погрешностью не более 1 % при $m < 6$ дает аппроксимация $K(m)$ в виде

$$K(m) = 10^{(-483,94914E-3) - (498,07533E-3)m + (84,64261E-3)m^2 - (6,17667E-3)m^3}. \quad (7)$$

Если необходимо использовать порядки интерполяции выше пятого, то можно воспользоваться зависимостью, которая дает аппроксимацию $K(m)$ с максимальной погрешностью 2 % при $5 < m < 16$:

$$K(m) = 10^{(-581,01970E-3) - (378,02360E-3)m + (46,33452E-3)m^2 - (2,97881E-3)m^3 + (72,92118E-6)m^4}. \quad (8)$$

Полученные выражения для интерполяционных полиномов позволяют находить аналитически значения погрешностей и частоты дискретизации для двух ступеней восстановления практически используемого ряда порядков полиномов.

Методическая погрешность интерполирующего фильтра ($\gamma_{M1}^{\text{итм}}$) при условии, что частота среза фильтра (ω_{cp}) больше $\frac{1}{2T_\delta}$, будет определяться неравномерностью амплитудно-частотной характеристики фильтра в полосе пропускания.

Величина среднеквадратической приведенной инструментальной погрешности первой ступени определяется погрешностью округления при вычислении восстановленных значений.

Приведенная инструментальная погрешность ЦАП определяется его разрядностью и равна половине младшего разряда.

Время задержки в рассматриваемом цифровом устройстве восстановления (t_M) определяется временем задержки выбранного алгоритма восстановления ($t_M^{\text{алг}}$) и временем задержки при вычислениях ($t_M^{\text{выч}}$):

$$t_M = t_M^{\text{алг}} + t_M^{\text{выч}}. \quad (9)$$

Если в цифровом устройстве выбран экстраполяционный алгоритм восстановления, то $t_M^{\text{алг}} = 0$. При выборе интерполяционного алгоритма время задержки равно

$$t_M^{алз} = (m-1)T_\delta. \quad (10)$$

Время задержки при вычислениях зависит от числа команд при реализации программы восстановления и от скорости работы вычислительного устройства.

Время задержки второй ступени определяется параметрами ЦАП ($t_{ЦАП}$).

Третья ступень восстановления в виде ФНЧ (рис.1) предназначена для выделения постоянной составляющей переменного ступенчатого напряжения на выходе ЦАП и уменьшения уровня пульсаций выходного напряжения с частотой f_ϵ (рис. 3).

При этом происходит уменьшение методической погрешности второй ступени восстановления.

$$\Delta U_3 = 0,5\Delta U_2. \quad (11)$$

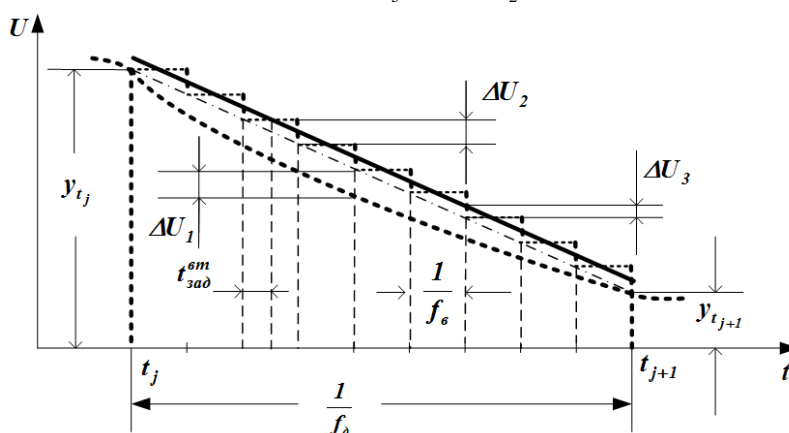


Рис. 3. Временная диаграмма сигнала на выходе трехступенчатого устройства восстановления

Уровень пульсаций и методическая погрешность второй ступени уменьшаются пропорционально величине коэффициента передачи АЧХ фильтра третьей ступени ($K_{фнч}(\omega_\epsilon)$) на частоте $\omega_\epsilon = 2\pi f_\epsilon$.

Тогда можно записать, что максимальное приведенное значение методической погрешности трехступенчатого устройства восстановления при использовании экстраполяции в первой ступени (γ_M)_{экс} будет равно

$$(\gamma_M)_{экс} = \frac{1}{A_0} \{ |M_{макс}^{m+1}| \cdot T_\delta^{m+1} + 0,5[1 + K_{фнч}(\omega_\epsilon)] |M_{макс}^1| \cdot T_\epsilon \}. \quad (12)$$

Методическая погрешность восстановления при использовании интерполяции в первой ступени (γ_M)_{инт} будет равна

$$(\gamma_M)_{инт} = \frac{1}{A_0} \{ K(m) \cdot |M_{макс}^{m+1}| \cdot T_\delta^{m+1} + 0,5[1 + K_{фнч}(\omega_\epsilon)] |M_{макс}^1| \cdot T_\epsilon \}. \quad (13)$$

Методическая погрешность восстановления при использовании интерполирующего ФНЧ в первой ступени (γ_M)_{фнч} будет равна

$$(\gamma_M)_{фнч} = \gamma_{M1}^{инт} + \frac{1}{A_0} \{ 0,5[1 + K_{фнч}(\omega_\epsilon)] (|M_{макс}^1| \cdot T_\epsilon) \}. \quad (14)$$

Как видно из рис. 3, постоянная составляющая ступенчатого напряжения на выходе ЦАП (жирная непрерывная линия) повторяет напряжение на выходе первой ступени, но с задержкой, равной половине такта цифрового восстановления [5]:

$$t_{\text{зад}}^{\text{эм}} = \frac{1}{2f_{\text{с}}} \quad (15)$$

В этом случае, если рассматривать восстановленный сигнал с задержкой $t_{\text{зад}}^{\text{эм}}$, то методическая погрешность восстановления может быть представлена как:

$$\begin{aligned} (\gamma_M)_{\text{экс}} &= \frac{1}{A_0} \{ |M_{\text{макс}}^{m+1}| \cdot T_{\text{д}}^{m+1} + 0,5[K_{\text{фнч}}(\omega_{\text{с}})] |M_{\text{макс}}^1| \cdot T_{\text{с}} \}; \\ (\gamma_M)_{\text{инт}} &= \frac{1}{A_0} \{ K(m) \cdot |M_{\text{макс}}^{m+1}| \cdot T_{\text{д}}^{m+1} + 0,5[K_{\text{фнч}}(\omega_{\text{с}})] |M_{\text{макс}}^1| \cdot T_{\text{с}} \}; \\ (\gamma_M)_{\text{фнч}} &= \gamma_{M1}^{\text{инт}} + \frac{1}{A_0} \{ 0,5[K_{\text{фнч}}(\omega_{\text{с}})] (|M_{\text{макс}}^1| \cdot T_{\text{с}}) \}. \end{aligned} \quad (16)$$

Инструментальная погрешность третьей ступени характеризуется величиной среднеквадратической приведенной инструментальной погрешности фильтра (γ_{Φ}). Инструментальная погрешность фильтра имеет две составляющие:

$\gamma_{\text{КУ}}$ – среднеквадратическая приведенная погрешность, определяемая нестабильностью коэффициента передачи фильтра как четырехполосника;

$\gamma_{\text{ДР}}$ – среднеквадратическая приведенная погрешность за счет дрейфа и смещения нуля.

Эти погрешности независимы друг от друга, что позволяет при оценке погрешности фильтра использовать геометрическое суммирование отдельных погрешностей:

$$(\gamma_{\Phi})^2 = (\gamma_{\text{КУ}})^2 + (\gamma_{\text{ДР}})^2 \quad (14)$$

Время задержки информации в трехступенчатом устройстве восстановления определяется временем задержки в каждой ступени. Кроме того, как видно из рис. 3, при использовании третьей ступени в виде ФНЧ появляется дополнительная задержка второй ступени. Величина этой задержки равна половине такта цифрового восстановления [5]:

$$t_{\text{зад}}^{\text{эм}} = \frac{1}{2f_{\text{с}}} \quad (15)$$

Тогда время задержки сигнала в трехступенчатом устройстве восстановления будет равно

$$t_M = t_M^{\text{алз}} + t_M^{\text{выч}} + t_{\text{ЦАП}} + t_{\text{зад}}^{\text{эм}} + t_{\text{ФНЧ}}, \quad (16)$$

где $t_{\text{ФНЧ}}$ – время задержки сигнала в ФНЧ третьей ступени.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Самойлов Л.К.* Итерационные алгоритмы выбора частоты дискретизации аналоговых сигналов в цифровых системах управления и контроля // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 2 (127). – С. 43-53.
2. *Самойлов Л.К., Жуков А.В.* Выбор частоты дискретизации реальных сигналов // Приборы. Контроль. Управление. – 2009. – № 1. – С. 29-31.
3. *Баранов Л.А.* Квантование по уровню и временная дискретизация в цифровых системах управления. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 304 с.

4. *Самойлов Л.К., Чернов А.М.* Аналитическое представление восстанавливающего оператора при интерполяции по Лагранжу // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 2 (91). – С. 233-236.
5. *Maheshwari R., Bharadia M., Gupta M.* Multirate DSP and its technique to reduce the cost of the analog signal conditioning filters // International Journal of Computer Applications. – 2010. – № 10. – P. 27-34.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Я.Е. Ромм.

Самойлов Леонтий Константинович – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: samoilov@fep.tti.sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: +78634311193; кафедра информационных измерительных технологий и систем; профессор.

Турулин Игорь Ильич – e-mail: iiturulin@sfedu.ru; кафедра информационных измерительных технологий и систем; профессор.

Киракосян Степан Айрапетович – e-mail: asni@fep.tti.sfedu.ru; кафедра информационных измерительных технологий и систем; студент.

Вартенков Андрей Дмитриевич – e-mail: asni@fep.tti.sfedu.ru; кафедра информационных измерительных технологий и систем; аспирант.

Samoilov Leonty Konstantinovich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: samoilov@fep.tti.sfedu.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634311193; the department of information measuring technologies and systems; professor.

Turulin Igor Il'ich – e-mail: iiturulin@sfedu.ru; the department of information measuring technologies and systems; professor.

Kirakosyan Stepan Ajrapetovich – e-mail: asni@fep.tti.sfedu.ru; the department of information measuring technologies and systems; student.

Vartenkov Andrey Dmitrievich – e-mail: asni@fep.tti.sfedu.ru; the department of information measuring technologies and systems; postgraduate student.