

Nomerchuk Alexandr Yakovlevich – e-mail: aynomerchuk@sfedu.ru; phone: +79054306539; the department of automatic control systems; assistant.

Denisenko Maxim Evgenievich – e-mail: denisenko.maxim@gmail.com; phone: +79612681265; the department of automatic control systems; assistant.

УДК 681.12

А.Р. Гайдук, К.В. Бесклубова, А.С. Мельниченко

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ СТРУКТУРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ*

Проводится исследование влияния структурных возмущений, обусловленных неучитываемыми малыми постоянными времени, на устойчивость и другие свойства замкнутых систем управления. При этом полагается, что структурные возмущения возникают в объекте управления и приводят к повышению порядка характеристического полинома модели объекта. В рамках исследования рассматривается поведение корней характеристических полиномов систем различных порядков и с различным распределением желаемых полюсов на комплексной плоскости в зависимости от значения малых постоянных времени. Рассматриваются распределения следующих типов: кратные корни, минимальное время регулирования, не кратные корни. С целью исследования зависимости влияния структурных возмущений от желаемой степени устойчивости, рассматриваются системы с различным быстродействием. Приводятся примеры динамических систем с устройством управления, синтезированным по заданным показателям качества с применением принципа управления по выходу и воздействию. Полученные результаты представлены графиками изменения полюсов структурно возмущенной замкнутой системы.

Система управления; двумерное устройство управления; структурные возмущения; грубость системы.

A.R. Gaiduk, K.V. Besklubova, A.S. Melnichenko

RESEARCH OF DINAMICAL SYSTEMS STABILITY AT STRUCTURAL DISTURBANCES

In this paper we study the effect of structural perturbations caused by not accounted small time constants and its influence on the stability and other properties of closed control systems. It is considered that structural perturbations appeared in plant itself and cause order of plant's characteristic polynomial to increase. In the context of the paper there is considered behavior of the roots of the systems' characteristic polynomials of various orders and with different distributions of the desired poles in the complex plane depending on the value of small time constants. The distributions of the following types are treated: multiple roots, minimal regulation, and non-multiple roots. To research how structural perturbations influence depends on desired stability degree there are investigated systems with different settling time. Here are shown examples of dynamical systems with controller synthesized from specified quality indicators using the principle of output control and influence. The results are presented by graphs of structurally perturbed closed-loop system's pole variation.

Control system; two-dimensional control device; structural perturbations; systems robust.

Введение. В практике автоматического управления часто возникает задача обеспечения желаемого распределения корней характеристического полинома (полюсов) замкнутой системы посредством модального управления или устройства управления, синтезируемого по требуемым показателям качества. В обоих слу-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-08-00249).

чаях разработчики нередко прибегают к использованию стандартных передаточных функций, позволяющих получить замкнутую систему с назначенным типом распределения полюсов и качеством переходных процессов. При этом выбор кратных корней в качестве желаемого распределения полюсов замкнутой системы является довольно типичным [1, 2].

Как известно, параметры моделей объектов управления, как и других элементов системы, всегда определяются с погрешностями, что приводит к параметрическим возмущениям. Эти возмущения влияют на свойства системы и могут существенно их изменить. В связи с этим возникает проблема чувствительности системы к параметрическим возмущениям, т.е. проблема негрубости систем управления.

Как показано в статье [1], параметрические возмущения приводят к изменениям коэффициентов характеристического полинома, т.е. полюсов замкнутой системы. При этом в некоторых случаях даже незначительные изменения параметров объекта приводят к очень большим изменениям полюсов замкнутых систем, что в этих случаях свидетельствует о низкой грубости систем управления. Существенные изменения значений полюсов систем, в свою очередь, приводят к значительным изменениям их свойств, что не всегда учитывается при их синтезе. В частности, эта ситуация характерна для классического модального управления. В той же работе показано, что повышение порядка системы управления приводит к усилению эффекта негрубости ее спектра, что ограничивает применение модального управления для стабилизации колебательных объектов и систем высокого порядка.

Негативное влияние на грубость системы оказывает и наличие в объекте управления разномасштабных по времени подсистем. Разномасштабность возникает, например, когда природа объекта управления предполагает совместное протекание тепловых («медленных») и электрических («быстрых») физических процессов. В этом случае постоянные времени объекта управления могут отличаться в несколько раз. С целью снижения порядка системы и получения более простого устройства управления, малые постоянные времени часто опускаются. Синтез системы управления проводится при пониженном порядке, без учета указанных постоянных времени, в результате получается устройство управления, которое теоретически обеспечивает системе устойчивость и требуемое качество процесса управления. Однако в реальной системе эти постоянные времени, во-первых, приводят к повышению порядка системы, т.е. являются структурными возмущениями, а во-вторых, они влияют на свойства системы и могут их существенно изменить.

Кроме того, разномасштабность по времени возникает, когда физически нереализуемые звенья заменяются реальными с очень малыми постоянными времени. Например, если используется ПИД-закон управления, который включает идеальное дифференцирующее звено с передаточной функцией Kp . При практической реализации такого закона управления оно заменяется реальным дифференцирующим звеном $Kp/(T_d p + 1)$, где T_d имеет очень малое значение. Так как при синтезе системы двучлен $(T_d p + 1)$ не учитывается, то реальная система будет иметь более высокий порядок, т.е. будет структурно возмущенной по отношению к расчетной системе. Это возмущение также может приводить к существенным изменениям свойств системы, вплоть до потери ею устойчивости.

Целью данной работы является исследование влияния неучитываемых малых постоянных времени (структурных возмущений) на устойчивость и другие свойства замкнутых систем управления. Для этого рассматривается поведение корней характеристических полиномов систем различных порядков и с различным распределением полюсов на комплексной плоскости в зависимости от значения малых постоянных времени.

Постановка задачи. Пусть имеется полный объект управления, который описывается уравнением вход–выход

$$A(p)y(p) = B(p)u(p), \quad (1)$$

где $u(p)$ и $y(p)$ – управление и управляемая переменная; $A(p)$ – характеристический полином объекта порядка $n_{об}$. Предположим, для объекта (1) получено управление по выходу и воздействию:

$$R(p)u(p) = Q(p)g(p) - L(p)y(p), \quad (2)$$

где $g(p)$ – задающее воздействие; $R(p)$, $Q(p)$, $L(p)$ – полиномы устройства управления. Это управление обеспечивает желаемое распределение $\Lambda^* = \{\lambda_1^*, \lambda_2^* \dots \lambda_m^*\}$ полюсов замкнутой системы (1), (2). Замкнутую систему управления можно описать передаточной функцией

$$W_{yg}(p) = \frac{B(p)Q(p)}{D(p)}, \quad (3)$$

где $D(p)$ – характеристический полином порядка n системы, равный

$$D(p) = A(p)R(p) + B(p)L(p) = p^n + \sum_{i=0}^{n-1} \delta_i p^i, \quad (4)$$

δ_i – его коэффициенты. Полюса λ_i , $i = \overline{1, n}$ невозмущенной системы (3) образуют множество, часть элементов которого принимает значения, равные желаемым величинам из Λ^* , а остальные являются «согласованными» корнями, равными корням гурвицевой части $B_\Omega(p)$ полинома $B(p)$: $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_m, \lambda_{m+1}^{B_\Omega}, \dots \lambda_n^{B_\Omega}\}$.

Положим, что в системе управления могут возникать структурные возмущения, которые приводят к изменению ее порядка. Для определенности будем рассматривать структурно возмущенный объект управления, характеристический полином которого имеет вид

$$\tilde{A}(p) = (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)A(p), \quad (5)$$

где T_1 и $T_2 = \tau T_1$ – малые постоянные времени; $T_1 > T_2$, τ – некоторая константа. Тогда характеристический полином возмущенной системы примет значение

$$\tilde{D}(p) = (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)A(p)R(p) + B(p)L(p). \quad (6)$$

При этом степень $\tilde{\eta}$ возмущенного полинома $\tilde{D}(p)$ больше степени n невозмущенного, причем $\tilde{\eta} = n + 2$, а корни полинома $\tilde{D}(p)$ примут значения из множества $\tilde{\Lambda} = \{\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2 \dots \tilde{\lambda}_n, \tilde{\lambda}_{n+1}^B, \tilde{\lambda}_{n+2}^B\}$, где $\tilde{\lambda}_{n+1}^B, \tilde{\lambda}_{n+2}^B$ – корни, появившиеся в результате структурного возмущения.

Поставим задачу исследования поведения полюсов замкнутой системы (3) в зависимости от интенсивности структурного возмущения, т.е. от значений постоянных времени T_1 и T_2 , при различных распределениях корней полинома $D(p)$ (4) замкнутой системы.

Решение задачи. Для проведения исследования примем следующие значения полиномов модели (1) объекта управления: $A(p) = p^2 + 3p + 2$, $B(p) = p + 3$. Тогда порядок n замкнутой системы с одним из полюсов, равным корню полинома $B(p)$,

равен четырем. Коэффициенты полиномов устройства управления могут принимать различные значения в зависимости от значения желаемого характеристического полинома замкнутой невозмущенной системы $D^*(p) = p^3 + \delta_2 p^2 + \delta_1 p + \delta_0$. Приведем общий вид полиномов из выражения (2):

$$R(p) = p^2 + \rho_1 p + \rho_0, \quad L(p) = l_2 p^2 + l_1 p + l_0, \quad Q(p) = \delta_0. \quad (6)$$

Ниже рассматриваются несколько вариантов распределения желаемых полюсов замкнутой системы на комплексной плоскости: кратные корни, минимальное время регулирования, не кратные корни. Полученные в каждом случае замкнутые системы подвергаются структурным возмущениям. В процессе исследования константа τ полагается равной 0,15, а величина малой постоянной времени T_1 рассматривается в качестве изменяемого параметра структурного возмущения.

1. Кратные корни (распределение по Ньютону). Принимая желаемое время регулирования в замкнутой системе $t_{\text{пер}}^* = 1 \text{ с}$, найдем, что полюса замкнутой невозмущенной системы имеют значения: $\Lambda^* = \{-6,31; -6,31; -6,31\}$. При этом полиномы устройства управления описываются выражениями

$$R(p) = p^2 + 3p, \quad L(p) = 15,930p^2 + 117,448p + 251,240, \quad Q(p) = 25,240,$$

а структурно возмущенный характеристический полином замкнутой системы (5) имеет вид

$$\tilde{D}(p) = (T_1 p + 1)(0,15T_1 p + 1)(p^2 + 3p + 2)(p^2 + 3p) + (p + 3)(15,930p^2 + 117,448p + 251,240).$$

Значения корней этого полинома, найденные с помощью MATLAB, приведены в табл. 1. Данные таблицы показывают, что при увеличении T_1 величина одного из кратных полюсов возрастает по модулю, а другие образуют пару комплексно-сопряженных корней, модуль реальной части которых достаточно быстро убывает, что приводит к уменьшению степени устойчивости. Процессы в системе становятся колебательными, вследствие появления комплексно-сопряженных корней. При $T_1 > 0,14$ система, практически, теряет устойчивость.

Таблица 1

T_1	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\tilde{\lambda}_5^B$	$\tilde{\lambda}_6^B$
0	-6,310	-6,310	-6,310	-3	-	-
10^{-10}	-6,315	-6,308+0,004i	-6,308-0,004i	-3	$-6,667 \cdot 10^{10}$	$-9,999 \cdot 10^9$
10^{-5}	-6,541	-6,195+0,179i	-6,195-0,179i	-3	$-6,667 \cdot 10^5$	$-9,999 \cdot 10^4$
0,001	-7,680	-5,734+0,673i	-5,734-0,673i	-3	-6669,473	-981,045
0,01	-11,846	-5,087+1,062i	-5,087-1,062i	-3	-669,434	-78,212
0,05	-5,776+14,143i	-4,419+1,259i	-4,419-1,259i	-3	-135,942	-5,776-14,143i
0,1	-1,178+11,376i	-4,104+1,299i	-4,104-1,299i	-3	-69,103	-1,178-1,376i
0,14	0,037+9,939i	-3,951+1,309i	-3,951-1,307i	-3	-49,934	0,037-9,939i

Чтобы выяснить, какова зависимость допустимой величины структурных возмущений от желаемой степени устойчивости, проведем моделирование рассматриваемой системы с устройством управления (2), синтезированным при условии, что требуемое время регулирования: $t_{\text{пер}}^* = 2 \text{ с}$. Характеристический полином структурно возмущенной системы в этом случае описывается следующим выражением:

$$\tilde{D}(p) = (T_1 p + 1)(0,15T_1 p + 1)(p^2 + 3p + 2)(p^2 + 3p) + (p + 3)(6,465p^2 + 27,862p + 31,405).$$

В табл. 2 приведены значения полюсов замкнутой системы при различных значениях T_1 . Как и в предыдущем случае, с увеличением T_1 в замкнутой системе появляется сначала одна, а затем две пары комплексно-сопряженных корней, мо-

доль вещественной части которых постепенно уменьшается. Однако в данном случае, при большем значении $t_{\text{пер}}^*$, замкнутая система становится неустойчивой при большем значении T_1 , чем при $t_{\text{пер}}^* = 1 \text{ с}$.

Таблица 2

T_1	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\tilde{\lambda}_5^B$	$\tilde{\lambda}_6^B$
0	-3,155	-3,155	-3,155	-3	-	-
10^{-10}	-3,159	-3,153 + 0,003i	-3,153 - 0,003i	-3	$-6,667 \cdot 10^{10}$	$-9,999 \cdot 10^9$
10^{-5}	-3,224	-3,121 + 0,055i	-3,121 - 0,055i	-3	$-6,667 \cdot 10^5$	$-9,999 \cdot 10^4$
0,001	-3,538	-2,983 + 0,214i	-2,983 - 0,214i	-3	-6667,807	-981,045
0,01	-4,349	-2,777 + 0,355i	-2,777 - 0,355i	-3	-667,801	-78,212
0,05	-8,401 + 4,786i	-2,544 + 0,435i	-2,544 - 0,435i	-3	-134,443	-8,401 - 4,786i
0,1	-3,534 + 6,186i	-2,426 + 0,451i	-2,426 - 0,451i	-3	-67,747	-3,534 - 6,186i
0,2	-1,183 + 5,123i	-2,304 + 0,450i	-2,304 - 0,450i	-3	-34,360	-1,183 - 5,123i
0,4	-0,098 + 3,870i	-2,186 + 0,433i	-2,186 - 0,433i	-3	-17,601	-0,098 - 3,870i
0,45	0,011 + 3,673i	-2,165 + 0,428i	-2,165 - 0,428i	-3	-15,729	0,011 - 3,673i

По значениям возмущенных полюсов $\tilde{\lambda}_i, i = \overline{1, n}$ полинома (6) из табл. 1 построены графики (рис. 1), по которым можно наблюдать смещение значений вещественных частей полюсов от номинальных значений к границе устойчивости при увеличении постоянной времени.

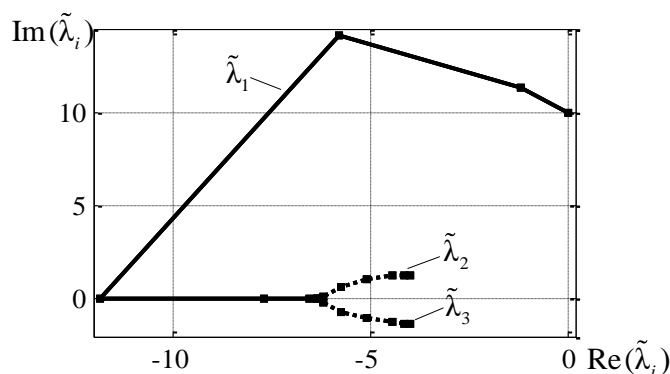


Рис. 1. Распределение корней 1-го типа при структурных возмущениях

2. Минимальное время регулирования. В этом случае полюса характеристического полинома замкнутой системы (3) при отсутствии структурных возмущений, кроме нуля $B(p)$, включают пару комплексно-сопряженных корней и один вещественный корень. При $t_{\text{пер}}^* = 1 \text{ с}$ желаемое распределение полюсов $\Lambda^* = \{-2,955 + 4,317i; -2,955 - 4,317i; -2,988\}$. Полиномы устройства управления в этом случае имеют вид

$$R(p) = p^2 + 3p, \quad L(p) = 5,897p^2 + 43,017p + 81,747, \quad Q(p) = 81,747,$$

а характеристический полином структурно возмущенной системы (5) описывается выражением

$$\tilde{D}(p) = (T_1 p + 1)(0,15T_1 p + 1)(p^2 + 3p + 2)(p^2 + 3p) + (p + 3)(5,897p^2 + 43,017p + 81,747).$$

В табл. 3 и 4 приведены полюсы $\tilde{\lambda}_i$ структурно возмущенных систем при длительностях переходных процессов $t_{\text{пер}}^* = 1\text{ c}$ и $t_{\text{пер}}^* = 2\text{ c}$ соответственно. Как видно, и в данном случае вещественные части полюсов также убывают по модулю с увеличением T_1 , причем вещественные части пары комплексных корней изменяются быстрее, чем вещественный корень.

Таблица 3

T_1	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\tilde{\lambda}_5^B$	$\tilde{\lambda}_6^B$
0	-2,988	-2,955 + 4,317i	-2,955 - 4,317i	-3	—	—
10^{-10}	-2,988	-2,955 + 4,317i	-2,955 - 4,317i	-3	$-6,667 \cdot 10^{10}$	$-9,999 \cdot 10^9$
10^{-5}	-2,988	-2,955 + 4,317i	-2,955 - 4,317i	-3	$-6,667 \cdot 10^5$	$-9,999 \cdot 10^4$
0,001	-2,989	-2,960 + 4,334i	-2,960 - 4,334i	-3	-6667,706	-993,053
0,01	-2,989	-3,000 + 4,503i	-3,000 - 4,503i	-3	-667,697	-92,971
0,05	-3,048	-2,795 + 5,658i	-2,795 - 5,658i	-3	-134,325	-13,372
0,1	-3,126	-1,226 + 6,189i	-1,226 - 6,189i	-3	-67,612	-6,477
0,18	-3,347	0,031 + 5,492i	0,031 - 5,492i	-3	-37,913	-4,393

На рис. 2 показаны графики смещения корней $\tilde{\lambda}_i, i = \overline{1, 3}$ (табл. 4) характеристического полинома

$$\tilde{D}(p) = (T_1 p + 1)(0,15T_1 p + 1)(p^2 + 3p + 2)(p^2 + 3p) + (p + 3)(1,449p^2 + 9,254p + 10,218)$$

при $t_{\text{пер}}^* = 2\text{ c}$ и рассматриваемом структурном возмущении.

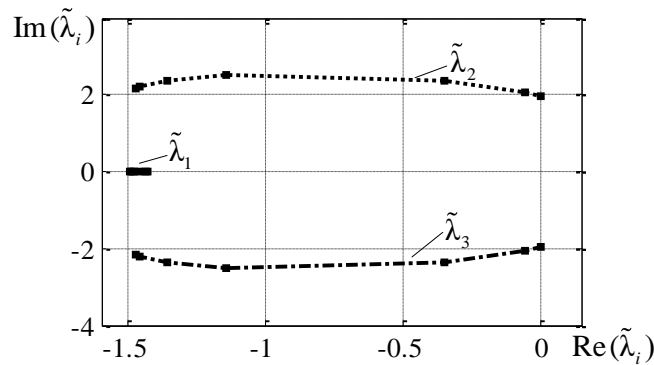


Рис. 2. Распределение корней 2-го типа при структурном возмущении

Таблица 4

T_1	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\tilde{\lambda}_5^B$	$\tilde{\lambda}_6^B$
0	-1,494	-1,477 + 2,158i	-1,477 - 2,158i	-3	—	—
10^{-10}	-1,494	-1,477 + 2,158i	-1,477 - 2,158i	-3	$-6,667 \cdot 10^{10}$	$-9,999 \cdot 10^9$
10^{-5}	-1,494	-1,477 + 2,158i	-1,477 - 2,158i	-3	$-6,667 \cdot 10^5$	$-9,999 \cdot 10^4$
0,001	-1,494	-1,476 + 2,162i	-1,476 - 2,162i	-3	-6666,922	-998,299
0,01	-1,492	-1,460 + 2,197i	-1,460 - 2,197i	-3	-666,921	-98,333
0,05	-1,487	-1,359 + 2,356i	-1,359 - 2,356i	-3	-133,581	-18,547
0,1	-1,481	-1,147 + 2,518i	-1,147 - 2,518i	-3	-66,907	-8,985
0,3	-1,457	-0,346 + 2,389i	-0,346 - 2,389i	-3	-22,432	-3,974
0,5	-1,437	-0,056 + 2,070i	-0,056 - 2,070i	-3	-13,511	-3,274
0,58	-1,430	0,005 + 1,967i	0,005 - 1,967i	-3	-11,659	-3,139

3. Некратные корни. В этом случае полюса замкнутой системы (3) при отсутствии структурных возмущений, кроме корня, равного корню полинома $B(p)$, включают некрратные вещественные корни. Принятое распределение полюсов $\Lambda^* = \{-10,8; -7,56; -4,32\}$. При $t_{\text{пер}}^* = 1 \text{ с}$ полиномы устройства управления принимают вид

$$R(p) = p^2 + 3p, \quad L(p) = 19,680p^2 + 158,963p + 352,719, \quad Q(p) = 352,719,$$

а структурно возмущенный характеристический полином замкнутой системы (5) определяется выражением

$$\tilde{D}(p) = (T_1 p + 1)(0,15T_1 p + 1)(p^2 + 3p + 2)(p^2 + 3p) + (p + 3)(19,680p^2 + 158,963p + 352,719).$$

Под влиянием структурного возмущения, рассматриваемого типа, полюса замкнутой системы, как видно по данным табл. 5, из чисто вещественных превращаются в комплексно-сопряженные.

Таблица 5

T_1	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\tilde{\lambda}_5^B$	$\tilde{\lambda}_6^B$
0	-10,800	-7,560	-4,320	-3	—	—
10^{-10}	-10,800	-7,560	-4,320	-3	$-6,667 \cdot 10^{10}$	$-9,999 \cdot 10^9$
10^{-5}	-10,806	-7,558	-4,320	-3	$-6,667 \cdot 10^5$	$-9,998 \cdot 10^4$
0,001	-11,337	-7,357	-4,328	-3	-6670,133	-976,511
0,01	-17,531	-6,366	-4,411	-3	-670,075	-71,283
0,05	$-5,177 + 16,582i$	$-4,735 + 0,645i$	$-4,735 - 0,645i$	-3	-136,510	$-5,177 - 16,582i$
0,1	$-0,629 + 12,893i$	$-4,404 + 0,937i$	$-4,404 - 0,937i$	-3	-69,599	$-0,629 - 12,893i$
0,12	$0,073 + 11,941i$	$-4,316 + 0,989i$	$-4,316 - 0,989i$	-3	-58,401	$0,073 - 11,941i$

При увеличении малой постоянной времени T_1 вещественные части корней, как и в ранее рассмотренных примерах, убывают по модулю. При некотором значении T_1 они становятся положительными, что говорит о потере устойчивости замкнутой системой. В табл. 6 приведены значения возмущенных полюсов $\tilde{\lambda}_i$ при $t_{\text{пер}}^* = 2 \text{ с}$. В этом случае характеристический полином возмущенной системы имеет вид:

$$\tilde{D}(p) = (T_1 p + 1)(0,15T_1 p + 1)(p^2 + 3p + 2)(p^2 + 3p) + (p + 3)(8,340p^2 + 38,241p + 44,090).$$

Таблица 6

T_1	$\tilde{\lambda}_1$	$\tilde{\lambda}_2$	$\tilde{\lambda}_3$	$\tilde{\lambda}_4$	$\tilde{\lambda}_5^B$	$\tilde{\lambda}_6^B$
0	-5,400	-3,780	-2,160	-3	—	—
10^{-10}	-5,400	-3,780	-2,160	-3	$-6,667 \cdot 10^{10}$	$-9,999 \cdot 10^9$
10^{-5}	-5,401	-3,779	-2,160	-3	$-6,667 \cdot 10^5$	$-9,999 \cdot 10^4$
0,001	-5,495	-3,750	-2,160	-3	-6668,137	-990,123
0,01	-6,399	-3,556	-2,162	-3	-668,128	-89,422
0,05	$-8,127 + 7,8347i$	-3,155	-2,170	-3	-134,754	$-8,127 - 7,8347i$
0,1	$-3,267 + 7,5747i$	-2,909	-2,182	-3	-68,041	$-3,267 - 7,5747i$
0,3	$-0,213 + 5,031i$	-2,381	-2,308	-3	-23,441	$-0,213 - 5,031i$
0,36	$0,012 + 4,636i$	$-2,312 + 0,114i$	$-2,312 - 0,114i$	-3	-19,697	$0,012 - 4,636i$

По данным табл. 6 построены графики на комплексной плоскости, показывающие, как и ранее, характер изменения полюсов возмущенной системы.

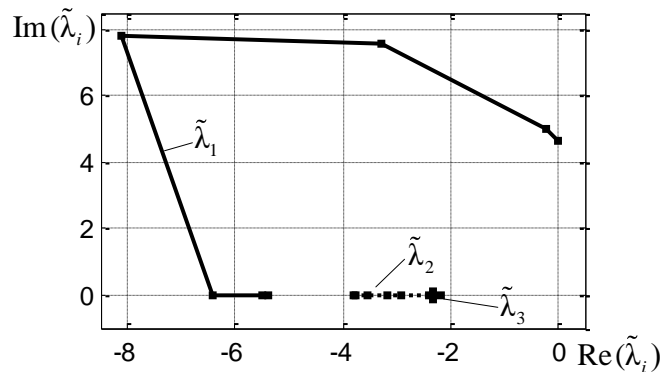


Рис. 3. Распределение корней 3-го типа при структурных возмущениях

Анализируя приведенные выше результаты, можно отметить, что наибольшей чувствительностью к влиянию структурных возмущений обладают замкнутые системы с кратным спектром. В то же время в системах с распределением типа «минимальное время регулирования» и некрратным спектром наибольшему влиянию подвержены пары комплексно-сопряженных корней, изменение которых способствует увеличению колебательности переходных процессов динамических систем.

Отметим также, что при более высоком быстродействии системы оказываются более чувствительными к возникающим структурным возмущениям. Об этом говорят малые значения постоянной времени T_1 , при которых система становится неустойчивой, по сравнению со значениями этой переменной при меньшем быстродействии замкнутой системы. Кроме того, структурные возмущения увеличивают порядок замкнутой системы, что, согласно [2], также способствует повышению ее чувствительности к указанным возмущениям.

Заключение. Результаты проведенных исследований подчеркивают необходимость учета структурных возмущений, которые могут возникать как при реализации регуляторов, так и в процессе синтеза систем автоматического управления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. О проблеме неробастности спектра в задачах модального управления // Мехатроника, автоматизация и управление. – 2011. – № 10. – С. 8-13.
2. Гютиков В.В., Тарарыкин С.В. Робастное модальное управление технологическими объектами. – Иваново: Изд-во ИГЭУ, 2006. – 256 с.
3. Гайдук А.Р. Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (Полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2011. – 360 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Р.А. Нейдорф.

Гайдук Анатолий Романович – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: gaiduk_2003@mail.ru; 347904, г. Таганрог, ул. Слесарная, 26, кв. 2; тел.: 88634626287; кафедра систем автоматического управления; профессор.

Бесклубова Ксения Валериевна – e-mail: besklubova@rambler.ru; 347904, г. Таганрог, ул. Яблочкина, 8/1, кв. 33; тел.: 88634387349; кафедра систем автоматического управления; ассистент.

Мельниченко Александра Сергеевна – e-mail: melnichenkolexx@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: +79045070970; кафедра систем автоматического управления; студентка.

Gaiduk Anatoly Romanovich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education «Southern Federal University»; e-mail: gaiduk_2003@mail.ru; 26, app. 2, Slesarnaya street, Taganrog, 347904, Russia; phone: +78634626287; the department of automatic control systems; professor.

Besklubova Ksenia Valeryevna – e-mail: besklubova@rambler.ru; 8/1, app. 33, Yablochkina street, Taganrog, 347904, Russia; phone: +78634387349; the department of automatic control systems; assistant.

Melnichenko Alexandra Sergeevna – e-mail: melnichenkolexx@gmail.com; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634387349; the department of automatic control systems; student.

УДК 681.58:621.865.8

И.О. Шаповалов, Е.Ю. Косенко

РАСПРЕДЕЛЕННОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГРУППОЙ РОБОТОВ НА ОСНОВЕ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ ФОРМЫ УРАВНЕНИЙ*

В настоящее время во многих странах активно разрабатываются системы группового управления автономными мобильными роботами. Связано это с осознанием преимуществ, присущих этим системам. Управление группой роботов, перемещающей по плоскости крупногабаритные объекты, является сложной задачей, решаемой с помощью распределенной системы группового управления роботами. Разработана и приведена используемая при управлении квазилинейная динамическая модель подвижного объекта. Синтезированы законы управления движением группы объектов на основе функции Ляпунова, виртуальных агентов и концепции "ведущий–ведомые" с учетом ограничений, накладываемых на движение объектов и тяговые усилия роботов. Функция Ляпунова представляет собой комбинацию квазиполей притяжения и отталкивания. Предложенная схема распределенного управления позволяет группе роботов перемещать группу объектов по заданной траектории, сохраняя строй. При этом объекты не сталкиваются друг с другом. Сходимость процессов управления в синтезированной распределенной системе доказана аналитически. Кроме того, работоспособность предложенной системы группового управления роботами подтверждается результатами моделирования.

Группа объектов; распределенная система; управление движением; квазиполя; функция Ляпунова; квазилинейная форма.

I.O. Shapovalov, E.Yu. Kosenko

DISTRIBUTED MOTION CONTROL SYSTEM FOR GROUP OF LARGE-SIZE OBJECTS

Currently, many countries actively develop autonomous mobile group robot control systems. This is due to the realization of such system advantages. Group robot control to move large objects through the plane is a challenging problem solved with the help of the distributed group robot control system. Used by the control system, the quasi-linear dynamic model of the mobile object was developed and presented here. The object group motion control laws were developed on the basis of the Lyapunov function, virtual agents and the "leader–follower" conception with respect to the restrictions imposed on the object motions and the driving forces of robots. Lyapunov function is a combination the quasi attraction and repulsion fields. The proposed distributed con-

* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 13-08-00249-а.