6. *Lutsan M.V., Nuzhnov E.V.* Razrabotka metodov trekhmernoy upakovki [Development of methods of three-dimensional packaging], *X Vserossiyskaya nauchnaya konferentsiya molodykh uchenykh aspirantov i studentov «Informatsionnye tekhnologii, sistemnyy analiz i upravlenie»* [X all-Russian scientific conference of young scientists, postgraduates and students "Information technologies, system analysis and management"]. Taganrog: Izd-vo TTI YuFU, 2012, Vol. 1, pp. 95-97.
7. *Bortfeldt A., Gehring H.* A hybrid genetic algorithm for the container loading problem, *European Journal of Operational Research*, 2001, Vol. 131, No. 1, pp. 143-161.
8. *Kureychik V.M., Rokotyanskiy A.A.* Geneticheskiy algoritm resheniya logisticheskoy zadachi [Genetic algorithm for solving logistics tasks], *Izvestiya YuFedU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2012, No. 11 (136), pp. 245-251.
9. *Seiji K., Shuntaro S. and Sadao D. A* Palletize-Planning System for Multiple Kinds of Loads using GA Search and Traditional Search, *Intelligent Robots and Systems 95. 'Human Robot Interaction and Cooperative Robots'*, 1995, Vol. 3, pp. 510-515.
10. *Nuzhnov E.V., Lutsan M.V.* Informatsionnaya sreda podderzhki avtomatizirovannogo gruzovogo terminala na osnove ispolzovaniya intellektualnykh agentov [Information environment support automated cargo terminal based on the use of intelligent agents], *Intellektualnye sistemy. Kollektivnaya monografiya* [Intelligent systems. Collective monograph]. Issue 6. Moscow: Fizmatlit, 2013, pp. 227-242.
11. *Lutsan M.V., Nuzhnov E.V.* Intellektualnaya informatsionnaya sistema podderzhki deyatelnosti gruzovogo terminala [Intellectual information system to support the activities of the cargo terminal], *Izvestiya Kabardino-Balkarskogo nauchnogo tsentra RAN* [Izvestiya Kabardino-Balkar Scientific Centre RAS], 2013, No. 4 (54), pp. 48-55.
12. *Lutsan M.V., Nuzhnov E.V.* Ispolzovanie intellektualnykh agentov na avtomatizirovannom gruzovom terminale [The use of intelligent agents on automated cargo terminal], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2012, No. 7 (132), pp. 174-180.
13. *Lutsan M.V., Nuzhnov E.V.* Evristiki intellektualnykh agentov avtomatizirovannogo gruzovogo terminala [Heuristics intelligent agents automated cargo terminal], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2012, No. 11 (136), pp. 232-237.

Статью рекомендовала к опубликованию д.т.н., профессор Л.С. Лисицина.

Луцан Максим Васильевич – Южный федеральный университет; e-mail: maxim.lutsan@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371651; кафедра систем автоматизированного проектирования; аспирант.

Нужнов Евгений Владимирович – e-mail: nev@tgn.sfedu.ru; кафедра систем автоматизированного проектирования; к.т.н.; доцент.

Lutsan Maxim Vasilyevich – Southern Federal University; e-mail: maxim.lutsan@gmail.com; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371651; the department of computer aided design; student.

Nuzhnov Eugene Vladimirovich – e-mail: nev@tgn.sfedu.ru; the department of computer aided design; cand. of eng. sci.; associate professor.

УДК 669.183.2:658.51.001.57

О.А. Мелихова

ПРИЛОЖЕНИЕ МАТЛОГИКИ К ПРОБЛЕМАМ МОДЕЛИРОВАНИЯ*

Рассматриваются логико-алгебраические аспекты моделирования сложных систем. Исследуются возможности применения математических понятий и методов к анализу некоторых проблем теории познания, рассматриваются возможности и границы использования известных понятий изоморфизма, гомоморфизма и их обобщений для задач классификации, рас-

* Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 13–01–00596).

познавания и других проблем теории познания. Рассматриваются различные алгебраические преобразования при моделировании сложных систем. Разновидностью таких систем являются группы, полугруппы, кольца, поля. Дается сравнение понятий изоморфизма и гомоморфизма с точки зрения не только структуры, но и функционирования. Приводятся различные обобщения понятия гомоморфизма вначале как двух множеств и их сигнатур, а затем как объектов абстрактной алгебры. Используются понятия нечеткой математики при моделировании трудно формализуемых задач управления в системах принятия решений. Основными категориями предлагаемой в работе концепции являются понятия изоморфизма и гомоморфизма, неразрывно связанные с отождествлением различных объектов. В этих терминах описывается образование отдельных абстрактных понятий и построение целостных концептуальных схем – моделей. Предлагаемая концепция имеет определенные границы применимости. Все традиционные представления о моделировании предполагают, что идеальная модель должна быть изоморфным образом отображаемого ею фрагмента реальной действительности. Поскольку идеал трудно достижим, то приходится использовать гомоморфные модели. Процесс выделения и систематизации абстрактных понятий, отражающих атрибуты внешнего мира, можно интерпретировать как некоторое гомоморфное преобразование. Процесс формализации уже построенной концептуальной схемы в виде научной теории можно интерпретировать как изоморфное преобразование. Отмечается, что любой гомоморфизм означает объединение в классы эквивалентности совокупностей объектов, образуя абстрактные понятия. При моделировании в статье предлагается использовать идеи факторизации рассматриваемых систем объектов, введения на них различных метрик, топологий, частичного задания как самих изучаемых систем, так и определенных на них операций и предикатов.

Гомоморфное преобразование; конгруэнция; фактормножество; моделирование; нечеткие множества; степень нечеткого равенства

O.A. Melikhova

MATHEMATICAL LOGIC APPLICATION TO THE SIMULATION PROBLEMS

The logic-algebraic aspects of the complicated systems simulation are considered. The poss*ibilities of the mathematical notions and methods application to the analysis of some problems of the knowledge theory are investigated, the possibilities and the boundaries of the well-known notions of isomorphism, homomorphism and their extensions use for the problems of classification, recognition and for the different problems of the knowledge theory are examined. The different algebraic transformations under complicated systems simulation are considered. The variety of such systems are groups, semigroups, rings, fields. The comparison of the isomorphism and homomorphism notions with the point of view not only as for the structure, but as for the functioning is given. The different extensions of the homomorphism notion as the sets and their labels firstly and as the objects of abstract algebra then are reduces. The fuzzy mathematics notions under simulation of the hard formalized control problems in the decision making systems are used. The main classes of the suggested in the paper conception are the isomorphism and homomorphism notions nonseparably connected with the identifying of the different objects. In these terms the formation of the separate abstract notions and the construction of the integral conceptual schemes – models are describes. The conception offered in the paper have its applicability level. All the traditional ideas about the simulation are assumed that perfect model have to be the isomorphic pattern of represented its fragment of actual reality. As long as the ideal is difficulty reach than it is necessary to use the homomorphic models. The process of separation and classification the abstract concepts reflecting the attributes of external world can interpret as some homomorphic transformation. The process of formalization already constructed conceptual scheme in the form of scientific theory can interpret as isomorphic transformation. In the paper mentioned that any homomorphism means the union into equivalence classes of the objects union forming the abstract concepts. In the paper it is suggested to use the ideas of factorization of considered objects systems, introducing on them the different metrics, topologies, partial presetting both the same investigating systems, and the defined on them operations and predicates by simulation.*

Homomorphic transformation; congruence; factor set; simulation; fuzzy sets; degree of fuzzy equality

Введение. В современной науке одним из наиболее употребительных терминов является термин “модель”. При всем разнообразии способов употребления этого термина, во всех оттенках вкладываемого в него смысла прослеживаются общие этимологические источники (французское modele происходит от латинского modus). Различные научные дисциплины существенно отличаются друг от друга, например, естествознание и социология, геология и семиотика, математика и искусствоведение, общим является единое представление о научном методе моделирования. Возможность взаимного переноса представлений, понятий и суждений с одного уровня абстракции на другой дает право говорить о теоретическом научном знании как об онтологическом, что и является основой универсальности концепции модели. В качестве отношения “быть моделью” выберем некоторое отношение эквивалентности, обладающее свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности [1]. Так как модель подобна объекту, то и объект должен быть подобен модели – симметричность; модель модели в свою очередь является моделью исходного объекта – транзитивность; копия объекта моделирования должна служить его идеальной моделью – рефлексивность. Все это приводит к рефлексивному, симметричному и транзитивному понятию изоморфизма. Именно это понятие является простой и естественной экспликацией интуитивного представления о моделях в точных логико-алгебраических терминах.

Распространенность такой экспликации достаточно велика и часто выступает в роли условия адекватности моделирования, отражения или познания, что определяется уровнем абстракции рассматриваемой проблемы.

Возможен и другой подход к моделированию, когда модель в некоторых отношениях проще оригинала. Реализация такой модели дает более общее понятие гомоморфизма – рефлексивное и транзитивное, но несимметричное. Таким образом, изоморфизм есть некий идеал, предельный случай более общего понятия гомоморфизма [2].

Понятие тождества (эквивалентности, равенства) относительно. Никаких единых критериев о тождестве или различии предметов нет, решая этот вопрос необходимо использовать специальную абстракцию отождествления. Рассмотрение каких-либо двух систем как изоморфных и есть их отождествление. Отождествлением является и объединение каких-либо объектов моделями друг друга.

Таким образом, понятия изоморфизма, гомоморфизма модели и отождествления тесно связаны между собой. Изоморфизм буквально означает равенство (тождество) формы. Содержание этого понятия полностью соответствует этимологии. Классические примеры изоморфизма – это графические изображения: графы отношений, рисунки, географические карты и т.д.

Изоморфные и гомоморфные преобразования при моделировании сложных систем. При моделировании часто приходится иметь дело с алгебраическими системами, в которых введена только одна независимая операция (обычно умножение). Разновидностью таких систем являются группы. Группой называется произвольное множество G в котором введена одна независимая операция – ассоциативная, но не обязательно коммутативная, и для нее существует обратная операция. Если обратная операция не существует, то множество G называется полугруппой. Если введенная в группе независимая операция коммутативна, то группа называется коммутативной или абелевой [3].

Произвольное множество L называется кольцом, если в нем введены две независимые операции (обычно сложение и умножение), обе ассоциативные и коммутативные, связанные законом дистрибутивности и не выводящие за пределы множества L, а также для операции сложения существует обратная операция, не выводящая за пределы множества L.

Произвольное кольцо P называется полем, если в нем введена операция, обратная умножению и не выводящая за пределы множества P. Обычно эту операцию называют делением. Поле, состоящее из конечного числа элементов, называют конечным полем или полем Галуа [3]. Кольца и поля относятся к алгебраическим системам с двумя независимыми операциями. Все кольца, группы, поля – это алгебры.

Когда речь идет об абстрактных системах объектов, то свойства их извлекаются из формального описания объектов, изоморфизм при этом есть понятие абсолютное, то есть этим термином обозначается взаимно-однозначное соответствие между элементами двух абстрактных множеств, сохраняющее все свойства элементов этих систем и все отношения между ними. Так если речь идет об изоморфизме двух групп, то следует иметь в виду такое взаимно-однозначное соответствие между ними, когда элементу одной группы соответствует элемент другой группы и для любых двух пар соответствующих друг другу элементов a и b, a' и b' из этих групп соответствовать друг другу будут также обратные элементы a^{-1} и $(a')^{-1}$, b^{-1} и $(b')^{-1}$, а также произведения ab=c и a' b'= c'.

Пусть заданы два множества N={1,2,3,…} (целые положительные числа) и N_={-1,-2,-3,…} (целые отрицательные числа). Введем на этих множествах обычные арифметические операции сложения и умножения. Очевидно, относительно сложения эти множества изоморфны, а относительно умножения неизоморфны, так как произведение элементов множества N входит в множество N, а произведение элементов множества N_ в множество N_ не входит. Если же выполнять умножение абсолютных величин, то относительно этой операции множества N и N_ являются изоморфными. Отсюда следует необходимость рассмотрения изоморфизма как относительного соответствия между системами объектов, то есть, говоря об изоморфизме множеств N и N_ необходимо указать относительно каких операций (свойств) имеет место изоморфизм. Отсюда возникает понятие – степень сходства изоморфных систем.

Понятие изоморфизма может включать в себя не только тождество структуры, но и тождество функционирования [4, 5]. Поскольку структура – это функционирование не меняющейся во времени системы, то функционирование системы можно представить как частный случай структуры, добавив в описание каждого элемента системы еще один аргумент – время. Прежде чем перейти к более общим отношениям, чем изоморфизмы, к гомоморфизмам, отметим следующее. Изоморфизм – значит тождество, подобие, одинаковость строения. Такое подобие предполагает равночисленность, так как если исследуемые совокупности имеют разные мощности, то они будут иметь и разное строение. Гомоморфизм – это приблизительный изоморфизм. Гомоморфный образ содержит не большее число элементов, чем оригинал, но элементами его могут служить классы индивидов, являющихся элементами прообраза. Основная методологическая функция гомоморфного преобразования состоит в том, чтобы ”свернуть” всю доступную информацию об исследуемых объектах (явлениях, процессах) в более компактную, удобообозримую и удобообрабатываемую форму, но единых алгоритмов такого преобразования нет.

Гомоморфизмы можно интерпретировать как отношения порядка на классах однотипных алгебр, а изоморфизмы – как отношения эквивалентности на таких классах.

Гомоморфное преобразование исходной сложной системы тесно связано с алгебраической идеей факторизации исходного множества. Каждое отношение эквивалентности индуцирует на множестве, на котором оно определено, разбиение на классы эквивалентности. Поскольку каждый класс эквивалентности определяется любым из своих членов, множество классов эквивалентности есть, очевидно, множество различных типов эквивалентности данного множества. Его и называют фактормножеством исходного множества по данному отношению эквивалентности.

Особый интерес среди отношений эквивалентности представляют так называемые конгруэнции, то есть такие отношения эквивалентности π, что для любой определенной на рассматриваемом множестве n-местной операции ω и любых двух наборов из n элементов $a_1,\ldots,a_n$ и $a_1',\ldots,a_n'$ из того, что $a_i \, \pi \, a_i'$ для всех $i=1,\ldots,n$ следует $\omega(a_1,a_2,\ldots,a_n) \; \pi \; \omega(a_1',a_2',\ldots,a_n')$. Иначе говоря, конгруэнция – это отношение эквивалентности, "подстановочное" для любой определенной на данном множестве операции. Такие отношения эквивалентности позволяют ввести на фактормножестве по данной конгруэнции все те операции, которые были определены на исходном множестве.

Пусть A есть универсальная алгебра (то есть множество с некоторой системой операций), а φ – конгруэнция на этой алгебре. Тогда для любой n-местной операции ω на фактормножестве (множество классов эквивалентности) $[A]=A/\varphi$ можно определить n-местную операцию $\omega([a_1],\ldots,[a_n]) = [\,\omega(a_1,\ldots,a_n)]$ для любых наборов $a_1,\ldots,a_n \in A$. Причем, определение это не зависит от выбора конкретных элементов a_i из каждого класса $[a_i]$.

Разбиение на классы эквивалентности, индуцируемое конгруэнцией, сохраняет структуру множества, факторизуемого данной конгруэнцией, сохраняет одноименные операции, отношения и свойства, определенные на исходном множестве. Таким образом, индуцируемое конгруэнцией разбиение определяет как фактормножество исходного множества, так и его факторалгебру: фактормножество группы есть группа [5], фактормножество кольца есть кольцо, называемые соответственно факторгруппой и факторкольцом. Такая факторизация играет большую роль при исследовании самых различных алгебраических систем; эта роль определяется тем фундаментальным обстоятельством, что любое отображение универсальной алгебры на любую факторалгебру по отношению конгруэнции, при котором каждый элемент исходной алгебры переходит в класс эквивалентности, которому он принадлежит, оказывается обязательно гомоморфизмом.

Множество операций и предикатов, определенных на некоторой алгебраической системе, называют ее сигнатурой. Алгебраическую систему с пустым множеством предикатов называют алгеброй или универсальной алгеброй (универсальной – значит с произвольными операциями), а систему с пустым множеством операций называют моделью или реляционной системой.

Обобщения понятия гомоморфизма. При введении понятий изоморфизма и гомоморфизма рассматриваются два множества A и B и их сигнатуры, то есть множества определенных на A и B предикатов: $\{F_A\}$, $\{F_B\}$. В случае изоморфизма рассматриваемых множеств имеет место взаимно-однозначное соответствие как между A и B, так и между $\{F_A\}$ и $\{F_B\}$; гомоморфизм же есть однозначное соответствие между A и B при сохранении взаимной однозначности соответствия между $\{F_A\}$ и $\{F_B\}$. Кроме того, элементы наборов $\{F_A\}$ и $\{F_B\}$ имеют один и тот же ранг (число аргументов). Иными словами, во всех рассмотренных выше случаях имели место однотипные алгебры.

Отказ от взаимной однозначности изоморфного отображения приводит к понятию гомоморфизма; отказ от взаимной однозначности соответствия между сигнатурами, при совпадении рангов предикатов-прообразов и предикатов-образов, означает переход к более общему понятию отображения – к метаморфизму.

Иногда одни и те же (в содержательно-концептуальном смысле) операции могут быть описаны с привлечением различных языковых средств: в терминах гомоморфизма или метаморфизма.

Независимо от гипотетической взаимной зависимости или независимости упомянутых понятий они, рассматриваемые как гносеологические (а не только как логические) категории, появляются в ходе анализа методологических проблем совершенно независимо друг от друга.

Алгебраическая система считается определенной, если она определена с точностью до изоморфизма. Изоморфные системы, рассматриваемые как объекты абстрактной алгебры, неразличимы, их можно воспринимать как интерпретации одной и той же абстрактной системы.

Всегда имеется возможность свести вопрос об изучении некоторого класса абстрактных алгебраических систем к изучению какого-либо более простого класса. Простота эта может состоять, например, в наглядности представлений интуитивных образов, в разработанности и простоте используемого формального аппарата.

Для произвольной универсальной алгебраической системы имеет место следующее утверждение, известное под названием *теоремы о гомоморфизмах* [5]: для любого гомоморфизма универсальной алгебраической системы А в универсальную алгебраическую систему В можно указать такое отношение конгруэнтности ρ на систему А, что система В изоморфна факторалгебре: $A/\rho=[A]$.

Теорема о гомоморфизмах выражает принцип адекватности научных моделей. Эта теорема не является достаточным условием адекватности теоретического моделирования, но признаком необходимым, невыполнение которого свидетельствует о неадекватности моделирования, безусловно, является. Эту теорему иногда называют *основной* и формулируют в виде: точность любого описания – это точность соглашения о неразличении отождествляемого.

Использование нечеткой математики при моделировании сложных систем. Методы нечеткой логики, теории нечетких множеств и отношений в настоящее время широко применяются при построении интеллектуальных систем принятия решений в различных областях человеческой деятельности, где необходимо принимать решение или оценивать ситуацию в условиях неточной информации или при наличии нечетких целей и ограничений [5]. Аппарат нечеткой математики позволяет формализовать, выразить и преобразовывать количественно нечеткие (качественные) понятия, которыми манипулирует оператор или эксперт при описании своих представлений о реальной системе, своих пожеланий, рекомендаций, своих целей. Как утверждает Л. Заде, заложивший основы теории нечетких множеств: ”Чем глубже мы анализируем реальную задачу, тем неопределеннее становится ее решение”. Кроме того, предпосылкой создания теории нечетких множеств является то, что человеческий разум, в отличие от машинного, способен оперировать при оценке ситуаций нечеткими категориями. Поэтому при разработке систем искусственного интеллекта, при создании автоматизированных систем принятия решений и управления в сложных системах использование нечеткого подхода дает ряд преимуществ, а иногда является единственно возможным [6].

Имеется целый ряд особенностей нечетких моделей, наиболее существенными из них являются следующие [2]:

- нечеткие модели являются более гибкими по сравнению с традиционными четкими, поскольку в большей степени позволяют учитывать опыт специалиста в определенной области;
- нечеткие модели управления и принятия решений для сложных систем являются более адекватными моделируемой реальности, поскольку позволяют получать решение, по точности соотносимое с исходными данными;

- нечеткие модели в ряде случаев требуют меньше времени для получения результата, чем "точные" модели;
- нечеткие модели, в силу особенностей построения и простоты используемых нечетких операций, допускают быструю обработку данных на относительно несложных специализированных устройствах;
- нечеткие модели создаются в случаях, когда построение четких моделей невозможно.

Нечеткий подход к моделированию сложных систем имеет три отличительные черты:

- в нем используются так называемые "лингвистические" переменные, вместо числовых переменных или в дополнение к ним;
- простые отношения между переменными описываются с помощью нечетких высказываний;
- сложные отношения описываются нечеткими алгоритмами.

Понятие нечеткого алгоритма является чрезвычайно важным для моделирования нечетких систем. Содержательно, нечеткий алгоритм можно определить, как упорядоченную последовательность нечетких инструкций или операторов, приводящих к нечеткому решению поставленной задачи. Нечетким оператором считается такой, который содержит, по крайней мере, одну нечеткую или лингвистическую переменную, нечеткую функцию или нечеткое отношение. Возникает проблема разработки методов выполнения нечетких операторов, вычисления результата нечеткого алгоритма при ограниченном времени выполнения процедур лингвистической аппроксимации [7].

Нечеткие алгоритмы в настоящее время нашли наибольшее применение в системах принятия решений. Они явились первым шагом к созданию интерфейса между экспертами и современными вычислительными системами.

Теоретической основой использования нечетких подходов при проектировании сложных систем явился хорошо разработанный к настоящему времени аппарат нечеткой математики, включающий не только определения и свойства операций с нечеткими множествами и их элементами, но и нечеткую арифметику, нечеткую и лингвистическую логику, теорию возможностей.

Основными операциями теории нечетких множеств и нечеткой логики, используемыми в алгоритмах принятия решений, базирующихся на идеях искусственного интеллекта, являются нечеткая метаимпликация и нечеткая импликация. Эти операции применяются при организации вывода в экспертных системах, где преимущественно используется композиционное правило вывода, формализуемое операцией нечеткой метаимпликации, которая вычисляется путем композиции матриц отношений. Операция нечеткой импликации применяется как при построении экспертных систем, так и в информационно-советующих системах и, в частности, системах ситуационного управления, основанных на анализе нечетких ситуаций, когда нечеткую текущую ситуацию приходится сравнивать с эталонными. Кроме того, при распознавании нечеткого отображения или нечеткого изоморфизма (с целью организации поиска в базе знаний или при отыскании необходимой конфигурации на графе отношений) также основной операцией является нечеткая импликация.

В теории нечетких множеств существует несколько формулировок, которые обобщают булевский оператор импликации. Наиболее часто используются определения Гогена, Гейнеса, Лукасевича, Решера и Заде, их свойства и преимущества тщательно сравнивались многими исследователями [8]. Выбор правила импликации зависит от области приложений. При построении, например, экспертных консультативных (советующих) систем для организации управления особенно важно, что операционная модель базы знаний должна быть работоспособной в нечеткой среде принятия решений. Для этого в правила решения вводят нечеткие семантические категории. В контексте таких баз знаний представляется особенно удобным определение Лукасевича:

$$\mu_{X,Y}\langle x,y\rangle = \min\langle 1, 1-\mu_X\langle x\rangle + \mu_Y\langle y\rangle\rangle.$$

Применение определения импликации по Лукасевичу приводит к композиционному правилу modus ponens по Заде, обобщающему классическое правило modus ponens.

В работах Мамдани приводится сравнение следующих четырех типов импликации:

1. $\mu\langle x,y\rangle = \min\langle \mu\langle x\rangle, \mu\langle y\rangle\rangle = \mu\langle x\rangle \,\&\, \mu\langle y\rangle, x \in X, y \in Y;$
2. $\mu\langle x,y\rangle = \min\langle \mu_A\langle x\rangle, \mu_B\langle y\rangle\rangle \vee \min\langle\langle 1-\mu_A\langle x\rangle\rangle, 1\rangle;$
3. $\mu\langle x,y\rangle = \min\langle 1, \langle 1-\mu_A\langle x\rangle + \mu_B\langle y\rangle\rangle\rangle;$
4. $\mu\langle x,y\rangle = \max\langle\langle 1-\mu_A\langle x\rangle\rangle, \mu_B\langle y\rangle\rangle.$

Импликация 1 имеет тот недостаток, что невозможно использовать связку **или** вместо **и** для интерпретации связки **иначе** для получения протокола применения правил:

правило 1, **иначе п**равило 2, **иначе**…

Арифметические связки в импликации 3 приводят к получению новых значений функций принадлежности и требуют некоторой аппроксимации. Импликация 4 является наиболее доступной по природе, так как, если посылка A дает следствие B, то посылка A`, близкая к A, дает следствие B`, близкое к B.

Рассмотренная нечеткая импликация применяется также при записи нечетких алгоритмов принятия решений на основе построения функций нечеткой логики [8].

Наряду с операциями нечеткой метаимпликации и нечеткой импликации при построении нечетких алгоритмов используются операции объединения, пересечения, дополнения и операция нечеткого равенства.

В зависимости от способов введения операций объединения и пересечения нечетких множеств существует три основных теории нечетких множеств: нечеткая логика с максиминными операциями, нечеткая логика с ограниченными операциями и вероятностная нечеткая логика. В каждой из этих нечетких логик задаются некоторые логические операции.

В задачах принятия решений на основе сравнения текущей ситуации с эталонной (ситуационный подход), в задачах нечеткой классификации и нечеткого распознавания приходится определять степень нечеткого равенства (сходства, близости, эквивалентности) двух нечетких множеств A и B, определенных на одном базовом множестве X.

Нечеткая эквивалентность (равенство) нечетких множеств определяется при помощи операции нечеткой импликации $A \to B$ следующим образом:

$$C_Z(A,B) = (A \to B)\,\&\,(B \to A) = A \leftrightarrow B = \mathop{\&}_{x\in X}\langle \mu_A\langle x\rangle \leftrightarrow \mu_B\langle x\rangle\rangle,$$

где импликацию $A \to B$ раскрывают по формуле Заде $A \to B = \neg A \vee B.$

Процедура определения степени C нечеткого равенства нечетких множеств A и B является базовой. В задачах распознавания, классификации, поиска по совпадению или на основе сходства операцию импликации предпочтительнее раскрывать не по формуле Заде, а по формуле Лукасевича. Это следует из того, что для чисел, близких к 0,5, степень нечеткого равенства С при раскрытии импликации по Заде принимает значения, также близкие к 0,5, а по Лукасевичу – близкие к 1, что с точки зрения совпадения (сходства) более правильно. Импликация по Заде больше подходит к исчислению высказываний именно при моделировании нечетких рассуждений, когда при неопределенных исходных посылках результат тоже получается неопределенным.

Формула для определения степени нечеткого равенства двух значений $x, y \in [0,1]$ при раскрытии импликации по Лукасевичу определяется следующим образом:

$$C_L\langle x, y\rangle = \min\langle x \to y, y \to x\rangle =$$
$$= \min\langle \min\langle 1, 1 - x + y\rangle, \min\langle 1, 1 - y + x\rangle\rangle =$$
$$= \min\langle 1, 1 - x + y, 1 - y + x\rangle = 1 - |x - y|.$$

Наряду с приведенными формулами для оценки степени близости или нечеткого равенства на практике применяется хэмингово расстояние (линейное):

$$R(A, B) = \tfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\mu_A\langle x_i\rangle - \mu_B\langle x_i\rangle\right|,$$

откуда $C_H(A, B) = 1 - R(A, B)$.

Может применяться для оценки степени близости нечетких множеств А и В евклидово расстояние (квадратичное):

$$R_E(A, B) = \tfrac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\mu_A\langle x_i\rangle - \mu_B\langle x_i\rangle\right)^2},$$

откуда $C_E(A, B) = 1 - R_E(A, B)$.

Для сравнения нечетких множеств можно также использовать обобщенное на непрерывно-значную логику понятие логической эквивалентности. Для булевых переменных эквивалентность выражается следующей логической функцией:

$$(a \leftrightarrow b) = (\bar{a} \,\&\, \bar{b}) \vee (a \,\&\, b) = (\bar{a} \vee b) \,\&\, (\bar{b} \vee a).$$

В непрерывно-значной логике это соотношение выразится в следующем виде:

$$C(a_i, b_i) = \max(\min\langle a_i, b_i\rangle, \min\langle (1 - a_i), (1 - b_i)\rangle) =$$
$$= \min(\max(1 - a_i, b_i), \max(a_i, 1 - b_i)),$$

что совпадает с формулой раскрытия импликации по формуле Заде.

При создании моделей систем искусственного интеллекта применяются такие составные нечеткие операции, как нечеткий вывод (композиционное правило вывода на основе максиминной композиции), операция определения степени нечеткого равенства нечетких множеств (степень эквивалентности), а также простые теоретико-множественные и логические операции теории нечетких множеств (дополнение, дизъюнкция, конъюнкция, импликация и другие).

Заключение. Рассмотренная в работе концепция, согласно которой процесс и результаты познания могут быть описаны в терминах гомоморфизмов, имеет определенные границы применимости.

Во-первых, эта концепция оставляет в стороне индуктивный и диалектический аспекты теории познания, сосредоточиваясь исключительно на рассмотрении формально-дедуктивных проблем.

Во-вторых, поскольку любой фрагмент реальной действительности можно представлять без каких бы то ни было принципиальных ограничений в качестве частичной алгебраической системы, т.е., множества объектов, то для таких частичных систем легко ввести понятие гомоморфизма, причем, для обобщенного, таким образом, гомоморфизма аналог теоремы о гомоморфизмах также будет справедлив.

При моделировании иногда бывает удобнее вместо одной большой частичной системы рассматривать теоретико-множественное объединение нескольких малых, на каждой из которых могут быть определены свои наборы предикатов. Тогда гомоморфизмом такого объединения систем следует называть его отображение на объединение областей значений каждого из данных гомоморфизмов.

Все традиционные представления о моделировании исходят из того, что идеальная модель должна быть изоморфным образом отображаемого ею фрагмента реальной действительности. Поскольку идеал часто трудно достижим (если достижим вообще), то приходится довольствоваться моделями гомоморфными.

Физика – это наука о природе, а физические теории по сути изображения этой самой природы. Классические теории – ее изоморфные образы, статистические теории – ее гомоморфные образы.

Основными категориями предлагаемой в работе элементарно-гносеологической концепции являются понятия изоморфизма и гомоморфизма, неразрывно связанные с важнейшей операцией постулируемого отождествления различных объектов. В этих терминах описывается образование отдельных абстрактных понятий и построение целостных концептуальных схем – моделей.

Процесс выделения и систематизации абстрактных понятий, отражающих атрибуты внешнего мира, можно интерпретировать как некоторое гомоморфное преобразование, а процесс формализации уже построенной таким образом концептуальной схемы в виде научной теории – как изоморфное преобразование. Любой гомоморфизм означает не что иное, как объединение в классы эквивалентности совокупностей объектов, образуя абстрактные понятия. В этом состоит теоретико-познавательная сущность теорем о гомоморфизмах, сводящаяся к тому что единственным объективным источником описания реальности служит сама реальность.

Понятие гомоморфизма, являющееся основным инструментом для получения различных экспликаций фундаментального гносеологического понятия модели, для точного описания различных процедур, объединяемых общим термином “моделирование”, допускает ряд естественных обобщений, представляющих интерес ввиду разнообразия и гибкости их логико-методологических интерпретаций. При моделировании возможно использование идеи факторизации рассматриваемых систем объектов, введения на них различных метрик, топологий, частичного задания как самих изучаемых систем, так и определенных на них операций и предикатов.

Использование понятий нечеткой математики приводит к нечетким морфизмам (отображениям) при моделировании систем искусственного интеллекта.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Мелихова О.А., Мелихова З.А.* Дискретная математика: Учеб. пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2006. – 172 с.
2. *Мелихова О.А.* Методы построения интеллектуальных систем на основе нечеткой логики: Научное издание / Под ред. З.А. Мелиховой. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2007. – 92 с.
3. *Мелихова О.А., Мелихова З.А.* Использование аппарата нечеткой математики при моделировании систем поддержки принятия решений // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 7 (132). – С. 113-118.
4. *Курейчик В.М.* Особенности построения систем поддержки принятия решений // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 7 (132). – С. 92-98.
5. *Гастев Ю.А.* Гомоморфизмы и модели. – М.: Наука, 1975. – 150 с.
6. *Курейчик В.М.* Алгоритмы одномерной упаковки элементов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 7 (144). – С. 8-11.
7. *Кажаров А.А., Курейчик В.М.* Использование шаблонных решений в муравьиных алгоритмах // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 7 (144). – С. 17-22.
8. *Заде Л.А.* Размытые множества и их применение в распознавании образов и кластер-анализе. В сб.: Классификация и кластер / Под ред. Ю.И. Журавлева. – М.: Мир, 1980. – С. 21-32.

REFERENCES

1. *Melikhova O.A., Melikhova Z.A.* Diskretnaya matematika: Ucheb. Posobie [Discrete mathematics: textbook]. Taganrog: Izd-vo TRTU, 2006, 172 p.
2. *Melikhova O.A.* Metody postroeniya intellektualnykh sistem na osnove nechetkoy logiki: Nauchnoe izdanie [Methods for constructing intelligent systems based on fuzzy logic: a Scientific edition]. Taganrog: Izd-vo TRTU, 2007, 92 p.
3. *Melikhova O.A., Melikhova Z.A.* Ispolzovanie apparata nechetkoy matematiki pri modelirovanii sistem podderzhki prinyatiya resheniy [The use of fuzzy mathematics for modeling systems of support of decision making], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2012, No, 7 (132), pp. 113-118.
4. *Kureychik V.M.* Osobennosti postroeniya sistem podderzhki prinyatiya resheniy [Features of construction of systems of support of decision making], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2012, No. 7 (132), pp. 92-98.
5. *Gastev Yu.A.* Gomomorfizmy i modeli [Homomorphisms and model]. Moscow: Nauka, 1975, 150 p.
6. *Kureychik V.M.* Algoritmy odnomernoy upakovki elementov [Algorithms of one-dimensional packing items], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2013, No. 7 (144), pp. 8-11.
7. *Kazharov A.A., Kureychik V.M.* Ispolzovanie shablonnykh resheniy v muravinykh algoritmakh [The use of standard solutions in ant algorithms], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2013, No. 7 (144), pp. 17-22.
8. *Zade L.A.* Razmytye mnozhestva i ikh primenenie v raspoznavanii obrazov i klaster-analize [Fuzzy sets and their applications in image recognition and cluster analysis]. *V sb.: Klassifikatsiya i klaster* [In the collection: Classification and clustering]. Moscow: Mir, 1980, pp. 21-32

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Я.Е. Ромм.

Мелихова Оксана Аскольдовна – Южный федеральный университет; e-mail: ao@tsure.ru; 347928, г. Таганрог, ул. Энгельса, 1; тел.: 88634371651; кафедра систем автоматизированного проектирования; доцент.

Melikhova Oksana Askoldovna – Southern Federal University; e-mail: ao@tsure.ru; 1, Engelse street Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371651; the department of computer aided design; associate professor.

УДК 621.376.57

П.П. Кравченко, Л.В. Пирская

ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, ИСКЛЮЧАЮЩИЙ ОПЕРАЦИЮ МНОГОРАЗРЯДНОГО УМНОЖЕНИЯ

Рассматривается итерационный метод решения систем линейных алгебраических уравнений, исключающий операцию многоразрядного умножения при проектировании специализированных вычислительных средств. Разработан метод организации итерационного процесса для решения систем алгебраических уравнений с использованием дельта-преобразований первого порядка с переменным квантом. Метод базируется наоптимальных теоретических оценках, характеризующих длительность идеализированных итерационных циклов и вес изменяемых квантов отработки начального максимального значения невязки. Для реализации реальных итерационных процессов разработаны квазиоптимальные условия, определяющие две или четыре итерации в каждом цикле. Кроме того, значения квантов должны быть представлены в виде $2^{-s}, s \in N$ *, что позволяет на каждой итерации представить умножение коэффициента матрицы на квант в виде операции сдвига на S двоичных разрядов. Введение данного способа представления кванта позволяет реализовать выполне-*