

УДК 62-50:681.5.01

А.Б. Филимонов, Н.Б. Филимонов**МЕТОД БОЛЬШОГО КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ***

К настоящему времени сложился ряд направлений исследований по проблеме синтеза робастных систем управления. Одно из них, активно развиваемое отечественными учеными, основано на применении механизма большого коэффициента усиления в прямой цепи синтезируемой системы, на который возлагаются две функции: во-первых, обеспечение свойства инвариантности передаточных свойств системы к возмущениям параметров объекта; во-вторых, формирование эталонной передаточной функции системы управления по каналу «уставка–выход». Привлекательность данного подхода для инженерных приложений обусловлена двумя обстоятельствами: во-первых, применимостью в крайних ситуациях - отсутствии какой либо априорной информации о параметрах объекта; во-вторых, простотой и универсализмом предлагаемых решений. Настоящая статья посвящена методологии синтеза робастных систем управления с большим коэффициентом усиления. Предлагается принципиально новая теоретическая схема использования механизма большого усиления в процессах управления. В ее основе лежит робастная коррекция объекта управления, как предварительного этапа решения задачи управления. В итоге синтезируемая система имеет двухконтурную структуру: внутренний контур обеспечивает робастную коррекцию объекта в соответствии с заданной эталонной моделью канала управления, а внешний отвечает за достижение цели управления. Анализируются условия работоспособности и динамические свойства изложенной схемы коррекции. Отмечается эффект взаимной компенсации совпадающих передаточных нулей и полюсов скорректированного объекта - он приводит к появлению неуправляемой части в структуре системы. Большой коэффициент усиления порождает быстро затухающие моды, которые практически не сказываются на процессах управления. В связи с этим в задачах синтеза САУ возможно применять редуцированную динамическую модель скорректированного канала управления, основанную на низкочастотном приближении динамических процессов. Предлагаемая схема робастной коррекции применима к широкому классу задач управления и, в частности, к нелинейным и нестационарным объектам. В этом случае сама коррекция приобретает дополнительный смысл – линеаризация и стационаризация каналов управления.

Параметрическая неопределенность; большой коэффициент усиления; схема робастной коррекции; синтез систем управления; эталонная динамика.

A.B. Filimonov, N.B. Filimonov**METHOD A BIG GAIN IN PROBLEMS OF ROBUST CONTROL**

To the present time a number of trends of researches by the problem of synthesis of robust control systems is taken place. One of them has been developing actively by native scientists is based on the application of mechanism of big gain in the straight path of synthesized systems. It has two functions: in the first place, the security of invariance property of transfer properties of system to disturbances of object parameters; secondly, the formation of standard transfer function of control system on the channel «assignment-output». Two circumstances are attractive for the given approach for the engineering applications: in the first place it is the adaptability in the extreme situations, in particular, in the conditions of absence of a priori information about parameters of object; secondly it is simple and universal for the proposed decisions. The present paper is devoted to methodology of synthesis of robust control systems with big gain factor. On principle the new theoretical scheme of use of mechanism of big gain in control processes is proposed. In its base is robust correction of control object as the preliminary step of the decision of control task. As a result the synthesized system has two-contour structure: the interior contour provides robust

* Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты: № 13-08-00161 и № 13-08-00948.

correction of object according to the given standard model of control channel, and the exterior contour corresponds to the achievement of control aim. The efficiency conditions and the dynamic properties of stated correction scheme are analyzed. The result of mutual compensation of coinciding transfer zeroes and poles of corrected object is noted: it leads to the appearance of non-controlled part in the structure of the system. The big amplification factor generates rapidly damping modes which practically not influence on control processes. In this connection it is possible to apply the reduced dynamic object of corrected control channel based on low-frequency approximation of dynamic object in the tasks of synthesis of control systems. The suggested scheme of robust correction is used to the wide class of control tasks and in particular to nonlinear and non-stationary objects. In this case the correction itself acquires the complemented sense that is linearization and stationarization of control channels.

Parametric uncertainty; high gain; the scheme of robust correction; synthesis of control systems; standard dynamics.

В современной теории автоматического управления одной из ключевых является проблема робастного управления динамическими объектами в условиях неопределенности. Здесь под робастностью (от английского слова robust – грубый, крепкий) понимается малая чувствительность системотехнических и алгоритмических решений к возмущениям исходных данных. Исследования по проблеме робастного управления проводятся в широком спектре направлений, различающихся исходными допущениями о типе и способе формализации неопределенностей. Далее речь идет об обеспечении свойства работоспособности системы автоматического управления (САУ) по отношению к *вариациям* параметров.

Для синтеза робастных автоматических систем используются различные методы (см., например, [1, 2]): оптимизация в пространствах Харди (методы H_2 - и H_∞ -синтеза), линейно-квадратичная оптимизация, синтез на основе критериев устойчивости Харитонова, методы линейных матричных неравенств, методы μ -синтеза, методы функций Ляпунова, методы интервального анализа и др.

Одним из классических и весьма популярных методов синтеза робастных САУ является *метод больших коэффициентов усиления* (см., например, [3–9]), который в отечественной литературе получил современное развитие в работах А.С. Вострикова [10, п. 10.3] и П.Д. Крутько [11, п. 2.4]). В работе авторов [12] обсуждались ретроспектива и теоретические аспекты данного метода. В настоящей статье развивается концепция включения большого усиления в структуру САУ как средства *робастной коррекции* объекта управления [13].

Схема робастной коррекции с большим коэффициентом усиления. Рассмотрим класс конечномерных линейных стационарных объектов управления с одномерными входом $u \in \mathbf{R}$ и выходом $y \in \mathbf{R}$.

Динамические процессы в объекте описываются дифференциальным уравнением n -го порядка:

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=0}^{n-1} a_i^0 y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j^0 u^{(j)}(t),$$

где a_i^0, b_j^0 – вещественные константы, причем $m < n$ и

$$b_m^0 \equiv \beta_0 > 0.$$

Введем многочлены

$$A_0(s) = s^n + \sum_{i=0}^{n-1} a_i^0 s^i, \quad B_0(s) = \sum_{j=0}^m b_j^0 s^j.$$

Условимся для любого многочлена $F(s)$ через $\text{lcoef } F(s)$ обозначать его старший коэффициент так, что,

коэф $A_0(s)=1$ и коэф $B_0(s)=\beta_0$.

Передаточная функция (ПФ) объекта

$$W_0(s) = \frac{B_0(s)}{A_0(s)}, \quad (1)$$

Здесь и далее s – комплексная частота.

Корректирующие звенья (КЗ) вводятся в САУ с целью изменения ее динамических и статических свойств. Схемы коррекции с большим коэффициентом усиления позволяют формировать динамическое поведение управляемого объекта в соответствии с заданной эталонной моделью в условиях параметрической неопределенности в динамике объекта.

Обратимся к *схеме коррекции* (СК) объекта управления, представленной на рис. 1. Здесь v – вход системы коррекции. Схема включает два элемента: усилительное звено с коэффициентом усиления K в прямой цепи и корректирующую обратную связь, содержащую КЗ.

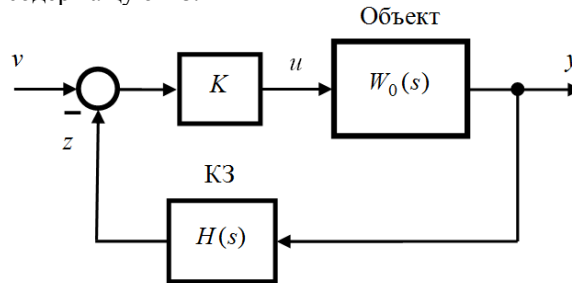


Рис. 1. Схема коррекции (СК) объекта управления

Исследуем динамические свойства рассматриваемой СК при больших значениях коэффициента усиления: $K \gg 1$.

Полагаем, что измеряется выход объекта и его производные до d -й включительно, т.е. измерительную базу составляют переменные

$$y_k = y^{(k-1)}, \quad k=1:d+1.$$

Пусть передаточная функция КЗ является многочленом

$$H(s) = \sum_{k=0}^d h_k s^k, \quad (2)$$

где h_k – вещественные константы, причем $h_d \equiv \beta_H > 0$.

Отметим физическую реализуемость КЗ, действие которого, согласно схеме на рис. 1 и формуле (2), описывается уравнением

$$z(t) = \sum_{k=0}^d h_k y_{k+1}(t).$$

Передаточная функция *скорректированного объекта* (СО) равна

$$V(K, s) = \frac{KW_0(s)}{1 + KW_0(s)H(s)}.$$

Подставляя в это выражение (1), получим

$$V(K, s) = \frac{KB_0(s)}{\Delta_0(K, s)}, \quad (3)$$

где $\Delta_0(K, s)$ – характеристический многочлен СО:

$$\Delta_0(K, s) = A_0(s) + KA_1(s), \quad (4)$$

причем

$$A_1(s) = B_0(s)H(s). \quad (5)$$

Заметим, что

$$\deg \Delta_0(s) = \deg A_0(s) = n, \quad \deg A_1(s) = m + d, \quad (6)$$

$$\beta \equiv \text{lcoef } A_1(s) = \beta_0 \beta_H. \quad (7)$$

Асимптотические свойства скорректированного объекта. Исследуем структуру полюсов СО при $K \gg 1$. Обозначим через $\Lambda(K)$ множество корней его характеристического многочлена (4). Каждому корню $\lambda \in \Lambda(K)$ отвечает мода – решение вида

$$\varphi(\lambda, t) = C \exp(\lambda t), \quad C = \text{const} \neq 0.$$

При $K \rightarrow \infty$ у многочлена (4) имеются инфинитные (т.е. уходящие в бесконечность) корни. Они образуют некоторое подмножество $\Lambda_\infty(K) \subset \Lambda(K)$, причем их число равно $n_\infty = \deg A_0(s) - \deg A_1(s)$.

Корни $\lambda \in \Lambda_\infty(K)$ характеризуются следующими свойствами:

- 1) $\lim_{K \rightarrow \infty} \text{Re } \lambda(K) = -\infty$;
- 2) $\lim_{K \rightarrow \infty} \text{Im } \lambda(K) = \infty$;
- 3) $\lim_{K \rightarrow \infty} \text{Re } \lambda(K) = \infty$.

Соотношение 1) означает, что в случае $K \gg 1$ мода $\exp(\lambda t)$ является быстро затухающей. Соотношение 2) означает неограниченную частоту колебаний, а 3) – неограниченную степень роста моды $\exp(\lambda t)$. При наличии мод со свойствами 2) и 3) система не может быть работоспособной.

Итак, в модальном составе работоспособной СК не должны присутствовать моды с показателями типа 2) и 3). Данное условие соблюдается лишь в случае

$$\deg A_0(s) - \deg A_1(s) = 1,$$

что с учетом (6) означает $d = n - m - 1$. При этом справедливо приближение

$$\Delta_0(K, s) \cong K(\tau s + 1)A_1(s), \quad (8)$$

где малая постоянная времени τ определяется формулой (7) и соотношением

$$\tau = \frac{1}{\beta K} \ll 1.$$

Замечание. Поскольку корни числителя $B_0(s)$ передаточной функции объекта становятся корнями характеристического многочлена СО, то данная схема коррекции *неприменима* для неминимально-фазовых объектов, а также в случаях, когда эти корни неудовлетворительны с точки зрения требуемого запаса устойчивости синтезируемой системы управления. ■

Перейдем к анализу асимптотических свойств передаточной функции СО. Согласно (3), (5) и (8)

$$V(K, s) \cong \frac{B_0(s)}{(\tau s + 1)B_0(s)H(s)}. \quad (9)$$

Сокращая числитель и знаменатель на общий множитель $B_0(s)$, получим

$$V(K, s) \cong \frac{1}{(\tau s + 1)H(s)}. \quad (10)$$

Сократимость дробной ПФ (9) означает взаимную *компенсацию* совпадающих передаточных нулей и полюсов СО, что приводит к появлению неуправляемой части системы с характеристическим многочленом $B_0(s)$ [14, 15].

Далее будем исходить из следующего *допущения*: многочлен $B_0(s)$ является гурвицевым и описанная компенсация порождает полюса СО, локализованные в допустимой области s -плоскости.

Редуцированная модель скорректированного объекта. Для упрощения анализа динамических процессов в СО можно пренебречь в их структуре быстро затухающими модами. Далее под областью *низких* частот будем понимать область в s -плоскости, отвечающую условию

$$|\tau s| \ll 1.$$

Поскольку именно на этих частотах проявляется характер протекания процессов управления, то при анализе динамики СО можно пренебречь малой постоянной времени τ . Полагая $\tau = 0$, из (10) получим приближение

$$V(K, s) \cong \hat{V}(s), \quad (11)$$

где

$$\hat{V}(s) = \frac{1}{H(s)}. \quad (12)$$

Данное выражение имеет смысл *низкочастотной аппроксимации передаточной функции СО*.

Соотношения (11), (12) отражают свойство *робастности* описанной СК: скорректированная динамика объекта описывается *редуцированной* динамической моделью порядка d , которая определяется исключительно ПФ КЗ, так что результат коррекции инвариантен к параметрам объекта.

Применение робастной коррекции в процессах управления. Обсудим вопросы применения описанной схемы робастной коррекции для синтеза астатических САУ в условиях параметрической неопределенности в динамике объекта.

Обратимся к схеме линейной стационарной САУ, представленной на рис. 2.

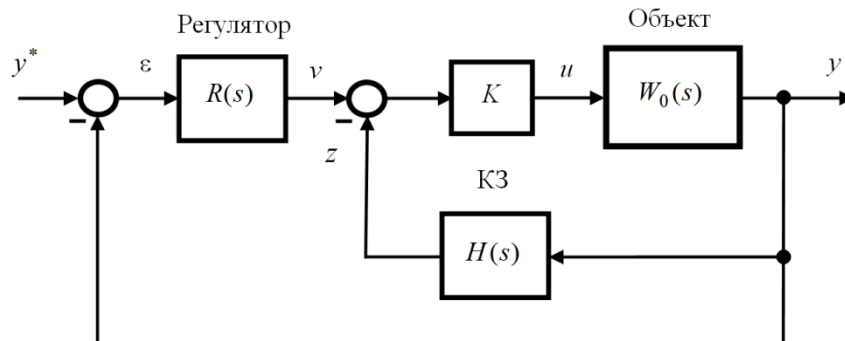


Рис. 2. Схема линейной стационарной САУ

Здесь y^* – уставка, ε – сигнал рассогласования между уставкой и выходом объекта. Система включает два контура управления, выполняющие различные функции. Внутренний контур осуществляет робастную коррекцию объекта по изложенной выше схеме и включает два элемента: усилительное звено с коэффициентом усиления K в прямой цепи и корректирующую обратную связь, содержащее звено с передаточной функцией $H(s)$. Внешний контур обеспечивает целенаправленное поведение САУ: посредством регулятора с передаточной функцией $R(s)$ осуществляется отработка уставки y^* .

Пусть ПФ регулятора является несократимой рациональной дробью вида

$$R(s) = \frac{B_R(s)}{s^\rho A_R(s)}, \quad (13)$$

где ρ – натуральное число: $\rho \geq 1$, а $A_R(s)$ и $B_R(s)$ – многочлены вида

$$A_R(s) = \sum_{i=0}^{n_R} a_i^R s^i, \quad B_R(s) = \sum_{j=0}^{m_R} b_j^R s^j,$$

причем $A_R(s)$ – унитарный многочлен: $\text{lcoef } A_R(s) \equiv a_{n_R}^R = 1$.

Условие физической реализуемости данной ПФ:

$$m_R \leq \rho + n_R. \quad (14)$$

Передаточная функция замкнутой САУ равна

$$W(K, s) = \frac{R(s)V(K, s)}{1 + R(s)V(K, s)}.$$

Отсюда с учетом (11)–(13) следует низкочастотное приближение

$$W(K, s) \equiv \hat{W}(s), \quad (15)$$

где

$$\hat{W}(s) = \frac{B_R(s)}{A(s)}, \quad (16)$$

причем

$$A(s) = s^\rho A_R(s)H(s) + B_R(s). \quad (17)$$

Далее будем полагать, что многочлен $H(s)$ является унитарным:

$$\text{lcoef } H(s) \equiv \beta_H = 1.$$

Введем обозначение: $N = \deg A(s)$. Согласно (17)

$$N = \rho + n_R + d. \quad (18)$$

Передаточная функция (16) должна быть правильной дробью:

$$\deg B_R(s) < \deg A(s).$$

Отсюда и из (17) следует неравенство

$$m_R \leq \rho + n_R + d - 1.$$

Максимальное значение параметра m_R , которое должно удовлетворять данному условию наряду с (14), определяется равенством

$$m_R = \min(\rho + n_R, \rho + n_R + d - 1).$$

Но тогда (здесь нижняя граница достигается при $d=0$)

$$m_R \geq \rho + n_R - 1. \quad (19)$$

Соотношения (16), (17) могут служить основой для структурно-параметрического синтеза САУ. Выбранная структура регулятора (см. (13)) привносит в прямую цепь замкнутой системы интегратор ρ -го порядка, вследствие чего система обладает астатизмом ρ -го порядка по отношению к задающему входу y^* .

Настраиваемыми параметрами САУ, вообще говоря, являются все изменяемые коэффициенты многочленов $H(s)$, $A_R(s)$, $B_R(s)$, причем многочлены $H(s)$ и $A_R(s)$ являются унитарными. Следовательно, общее число настраиваемых параметров равно

$$\tilde{N} = n_R + m_R + d + 1. \quad (20)$$

Обсудим возможность управления параметрами передаточной функции (16) замкнутой САУ при фиксированных структурных параметрах ρ и d .

Управление передаточными полюсами. Задача управления полюсами ПФ (16) заключается в достижении равенства

$$A(s) = A^*(s) \quad (21)$$

для заданного унитарного многочлена $A^*(s)$ посредством подходящего выбора настроечных параметров замкнутой системы.

Из (17) и (21) следует функциональное уравнение для неизвестных многочленов $A_R(s)$, $B_R(s)$ и $H(s)$:

$$s^\rho A_R(s)H(s) + B_R(s) = A^*(s).$$

Число неизвестных коэффициентов в левой части данного уравнения равно \tilde{N} и посредством их выбора необходимо управлять N коэффициентами многочлена $A(s)$. Следовательно, для разрешимости рассматриваемого функционального уравнения необходимо выполнение условия $\tilde{N} \geq N$, которое заведомо выполняется, поскольку согласно (18), (19) и (20)

$$\tilde{N} - N \geq n_R \geq 0.$$

Предложение 1. Желаемая настройка САУ (21) всегда возможна для произвольного многочлена $A^*(s)$ степени

$$\deg A^*(s) = N \geq \rho + d. \quad \blacksquare$$

Конструктивным доказательством данного предложения является следующий пошаговый алгоритм определения искомого настроечного параметра:

Шаг 1. Находим степень многочлена $A_R(s)$:

$$n_R = \deg A_R(s) = N - \rho - d.$$

Шаг 2. Выбираем произвольным образом унитарный многочлен $A_R(s)$ степени n_R .

Шаг 3. Посредством деления многочлена $A^*(s)$ на многочлен $s^\rho A_R(s)$ находим искомого многочлены – частное $H(s)$ и остаток $B_R(s)$.

Управление передаточными нулями и полюсами. Теперь обратимся к задаче синтеза САУ с желаемой передаточной функцией по каналу «вход–выход». Воспользуемся описанной схемой робастной коррекции, а функциональные требования к синтезируемой системе свяжем с низкочастотным приближением (15):

$$\hat{W}(s) = W^*(s). \quad (22)$$

Здесь $W^*(s)$ – эталонная ПФ, заданная в виде рациональной дроби:

$$W^*(s) = \frac{B^*(s)}{A^*(s)}, \quad (23)$$

где $A^*(s)$ и $B^*(s)$ – многочлены вида

$$A^*(s) = s^N + \sum_{i=0}^{N-1} a_i^* s^i, \quad B^*(s) = \sum_{j=0}^M b_j^* s^j, \quad (24)$$

причем $A^*(s)$ – устойчивый многочлен.

Заметим, что в соответствии с требованием астатизма к синтезируемой САУ эталонная ПФ должна отвечать условию

$$W^*(0) = 1,$$

которое с учетом (23) и (24) означает

$$a_0^* = b_0^*. \quad (25)$$

Из сравнения (16) и (23) вытекает требование

$$A(s) = A^*(s), \quad B_R(s) = B^*(s). \quad (26)$$

Согласно последнему равенству

$$m_R = \deg B_R(s) = \deg B^*(s) = M. \quad (27)$$

Нетрудно убедиться в справедливости следующего предложения [13].

Предложение 2. Желаемая настройка (22) замкнутой САУ возможна лишь при соблюдении условия

$$\rho = 1. \quad \blacksquare \quad (28)$$

Положим теперь, что выполняется условие (28). Тогда формула (17) приобретает вид

$$A(s) \equiv sA_R(s)H(s) + B_R(s).$$

Отсюда и из (26) следует равенство

$$sA_R(s)H(s) = A^*(s) - B^*(s). \quad (29)$$

Согласно (25) у многочлена $A^*(s) - B^*(s)$ свободный член равен нулю, поэтому он разлагается на множители:

$$A^*(s) - B^*(s) = sC^*(s).$$

Подставляя данное выражение в (29), получим

$$A_R(s)H(s) = C^*(s). \quad (30)$$

Таким образом, многочлен $C^*(s)$ должен иметь делители степеней n_R и d в кольце многочленов с вещественными коэффициентами. Если это условие выполняется, то в результате факторизации (30) находим $A_R(s)$ и $H(s)$.

Понятно, что в общем случае многочлен $C^*(s)$ не будет иметь множители степеней n_R и d , т.е. факторизация (30) невозможна.

Справедливо следующее предложение [13].

Предложение 3. При выполнении структурных условий

$$\rho=1, \quad N=d+1, \quad M \leq 1,$$

задача синтеза САУ с эталонной передаточной функцией (22) всегда разрешима. ■

Итак, при соблюдении условий предложения 3 возможно одновременно управлять всеми полюсами и одним нулем низкочастотной передаточной функции замкнутой системы.

Приведем прямые расчетные формулы для настроечных параметров САУ для случая $\rho=1$:

1) $d=1, N=2$. Тогда

$$H(s)=s+h_0, \quad B_R(s)=b_1s+b_0,$$

где

$$b_0=a_0^*, \quad b_1=b_1^*, \quad h_0=a_1^*-b_1^*.$$

2) $d>1, N=d+1>2$. Тогда

$$b_0=a_0^*, \quad b_1=b_1^*, \quad h_0=a_1^*-b_1^*, \quad h_i=a_{i+1}^*, \quad i=1:N-2.$$

Пример. Пусть $n=2$ и объект управления описывается уравнением

$$\ddot{y}(t)+a_1^0 \dot{y}(t)+a_0^0 y(t)=\beta_0 u(t).$$

Считаем, что измеряются положение и скорость объекта: y и \dot{y} , т.е. $d=1$.

Положим $\rho=1$. В эталонной передаточной функции (22):

$$A^*(s)=s^2+a_1^*s+a_0^*, \quad B^*(s)=a_0^*.$$

Тогда

$$H(s)=s+a_1^*, \quad R(s)=\frac{a_0^*}{s}.$$

Замечание. Описанная схема робастной коррекции применима к нелинейным и нестационарным объектам при определенных ограничениях на их параметры. В этом случае сама коррекция приобретает дополнительный смысл - линейризация и стационаризация каналов управления.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления / Под ред. Н.Д. Егупова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 744 с.
2. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 303 с.
3. Tsyupkin, Ya. Z., Polyak B.T. High-Gain Robust Control // European Journ. of Control. – 1999. – Vol. 5, Issue 1. – P. 3-9.
4. Ilchmann A. High-gain adaptive control: an overview // Proc. IEE Colloq. Adaptive Control, London, U.K., June. – 1996. – P. 1-4.
5. Ilchmann A., Ryan E. High-gain control without identification: A survey // GAMM Mitteilungen. – 2008. – Vol. 31(1). – P. 115-125.
6. Polderman J.W., Mareels I.M.Y. Robustification of high gain adaptive control // Proc. of the 6th European Control Conference, Porto, Portugal. 2001. – P. 2428-2432.
7. Krishnamurthy P., Khorrami F. Dynamic High-Gain Scaling: State and Output Feedback with Application to Systems with ISS Appended Dynamics Driven by All States // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2004. – Vol. 49, No. 12, December. – P. 2219-2239.
8. Yamaguchi T., Shimizu K., Asymptotic stabilization by PID control Stability analysis based on minimum phase and high-gain feedback // Electrical Engineering in Japan. – 2006. – Vol. 156, Issue 1. 15 July. – P. 44-53.

9. Berger T., Ilchmann A., Reis T. Normal Forms, High-Gain and Funnel Control for Linear Differential-Algebraic Systems // L.T. Biegler, S.L. Campbell, V. Mehrmann (eds.) Control and Optimization with Differential-Algebraic Constraints, Advances in Design and Control. SIAM, Philadelphia. – 2012. – Vol. 23. – P. 127-164.
10. Востриков А.С., Французова Г.А. Теория автоматического регулирования. – М.: Высшая школа, 2004. – 365 с.
11. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. Цикл лекций. – М.: Машиностроение, 2004. – 576 с.
12. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движений в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2009. – № 2. – С. 2-10.
13. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2014. – № 12. – С. 3-10.
14. Солодовников В.В., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Анализ компенсационного подхода к синтезу систем управления // Известия вузов. Приборостроение. – 1979. – № 2. – С. 27-32.
15. Солодовников В.В., Филимонов Н.Б. Динамическое качество систем автоматического регулирования. – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1987. – 84 с.

REFERENCES

1. Metody robastnogo, neyro-nechetkogo i adaptivnogo upravleniya [Methods of robust, neuro-fuzzy and adaptive control], Under edit. N.D. Egupova. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2001, 744 p.
2. Polyak B.T., Shcherbakov P.S. Robastnaya ustoychivost' i upravlenie [Robust stability and control]. Moscow: Nauka, 2002, 303 p.
3. Tsytkin, Ya. Z., Polyak B.T. High-Gain Robust Control, *European Journ. of Control*, 1999, Vol. 5, Issue 1, pp. 3-9.
4. Ilchmann A. High-gain adaptive control: an overview, *Proc. IEE Colloq. Adaptive Control, London, U.K., June*, 1996, pp. 1-4.
5. Ilchmann A., Ryan E. High-gain control without identification: A survey, *GAMMMitteilungen*, 2008, Vol. 31 (1), pp. 115-125.
6. Polderman J.W., Mareels I.M.Y. Robustification of high gain adaptive control, *Proc. of the 6th European Control Conference, Porto, Portugal*, 2001, p. 2428-2432.
7. Krishnamurthy P., Khorrami F. Dynamic High-Gain Scaling: State and Output Feedback with Application to Systems with ISS Appended Dynamics Driven by All States, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, Vol. 49, No. 12, December, P. 2219-2239.
8. Yamaguchi T., Shimizu K., Asymptotic stabilization by PID control Stability analysis based on minimum phase and high-gain feedback, *Electrical Engineering in Japan*, 2006, Vol. 156, Issue 1, 15 July, pp. 44-53.
9. Berger T., Ilchmann A., Reis T. Normal Forms, High-Gain and Funnel Control for Linear Differential-Algebraic Systems, L.T. Biegler, S.L. Campbell, V. Mehrmann (eds.) *Control and Optimization with Differential-Algebraic Constraints, Advances in Design and Control*. SIAM, Philadelphia, 2012, Vol. 23, pp. 127-164.
10. Vostrikov A.S., Frantsuzova G.A. Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya [Theory of automatic control]. Moscow: Vysshaya shkola, 2004, 365 p.
11. Krut'ko P.D. Obratnye zadachi dinamiki v teorii avtomaticheskogo upravleniya. Tsikl lektsiy [The inverse dynamic problem in the theory of automatic control. A series of lectures]. Moscow: Mashinostroenie, 2004, 576 p.
12. Filimonov A.B., Filimonov N.B. Metod bol'shikh koeffitsientov usileniya i effekt lokalizatsii dvizheniy v zadachakh sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya [Method of large gains and localization effect of movements in problems of synthesis of automatic control systems], *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, automation, control], 2009, No. 2, pp. 2-10.
13. Filimonov A.B., Filimonov N.B. Robastnaya korrektsiya v sistemakh upravleniya s bol'shim koeffitsientom usileniya [Robust correction in control systems with high gain], *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, automation, control], 2014, No. 12, pp. 3-10.

14. Solodovnikov V.V., Filimonov A.B., Filimonov N.B. Analiz kompensatsionnogo podkhoda k sintezu sistem upravleniya [Analysis of compensatory approach to the synthesis of control systems], *Izvestiya vuzov. Priborostroenie* [Izvestiya vuzov. Instrumentation], 1979, No. 2, pp. 27-32.
15. Solodovnikov V.V., Filimonov N.B. Dinamicheskoe kachestvo sistem avtomaticheskogo regulirovaniya [The dynamic quality of automatic control systems]. Moscow: MVTU im. N.E. Baumana, 1987, 84 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Г.Н. Лебедев.

Филимонов Александр Борисович – Московский государственный университет приборостроения и информатики; e-mail: filimon_ab@mail.ru; 107996, г. Москва, ул. Стромынка, 20; тел.: +79032929125; кафедра компьютерных информационно-управляющих систем; д.т.н.; профессор.

Филимонов Николай Борисович – Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова; e-mail: nbfilimonjv@mail.ru; 119991, Москва, ГСП-2, Ленинские горы; тел.: +79165147102; кафедра физико-математических методов управления; д.т.н.; профессор.

Filimonov Aleksandr Borisovich – Moscow State University of Measurements and Information; e-mail: filimon_ab@mail.ru; 20, Stromynka street, Moscow, 107996, Russia; phone: +79032929125; the department of computer information-control systems; dr. of eng. sc.; professor.

Filimonov Nikolay Borisovich – M.V. Lomonosov Moscow State University; e-mail: nbfilimonov@mail.ru; Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia; phone: +79165147102; the department of physics and mathematical methods of control; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 519.283

К.В. Андреев, Е.Я. Рубинович

УПРАВЛЕНИЕ БПЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КАРТЫ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ ПРИ УГЛОВЫХ НАБЛЮДЕНИЯХ ЗА ПОДВИЖНОЙ ЦЕЛЬЮ

Рассматривается задача построения траектории полета беспилотного летательного аппарата (БПЛА), выполняющего наблюдение за подвижной целью по угломерной информации. В качестве наблюдений в каждый момент времени выступают углы азимута и возвышения цели. Построение траектории полета осуществляется с использованием карты рельефа местности. Рассмотрены два сценария. В первом – цель движется вдоль дороги, которая задается в трехмерном пространстве однопараметрической кривой. Второй случай предполагает свободное движение цели вдоль поверхности Земли, которая допускает двухпараметрическое описание. Для обоих сценариев приведены уравнения фильтра Калмана для фильтрации угловых наблюдений при условии, что параметризация является натуральной и кусочно-гладкой. Суть управления БПЛА состоит в изменении углов рысканья и тангажа. Решение задачи основано на применении принципа Максимиума Л.С. Понтрягина, с помощью которого задача оптимального управления на отрезке $t \in [0; T]$ с фиксированным временем T сводится к краевой задаче с граничными условиями на обоих концах траектории (при $t = 0$ и при $t = T$). Полученная двухточечная задача решается численным методом. При движении цели вдоль однопараметрической линии дороги объема получаемой информации оказывается достаточно для того, чтобы точность оценки была высокой, а траектория полета БПЛА не оказывала существенного влияния на точность оценивания и являлась близкой к прямой линии. В случае движения цели вдоль двухпараметрической поверхности Земли (рассмотрены сценарии пересечения целью холма или балки) БПЛА осуществляет маневр путем изменения как угла рысканья, так и угла тангажа.

БПЛА; фильтр Калмана; оптимальное управление.