

17. Fedosov V.P., Emel'yanenko A.V. Ustoychivost' k oshibkam v otsenke vesovykh vektorov adaptivnogo prostranstvenno-vremennogo algoritma radiosvyazi na antennykh reshetkakh v releevskom kanale [Stability to errors in the estimation of weight vectors of adaptive existential algorithm of the radio communication on antenna lattices in the rayleigh's channel], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2013, No. 11 (148), pp. 37-44.
18. Fedosov V.P., Emel'yanenko A.V. Sravnitel'naya effektivnost' besprovodnogo dostupa na osnove prostranstvennoy adaptatsii na vykhodakh antennoy reshetki pri ispol'zovanii MIMO OFDM v releevskom kanale [Comparative efficiency of wireless access on the basis of spatial adaptation at the outputs of the antenna array using MIMO OFDM in Rayleigh channel], *Antenny* [Antennas], 2013, No. 10, pp. 45-49.
19. Fedosov V.P., Emel'yanenko A.V., Gladushenko S.G., Pomortsev P.M. Metody i algoritmy mnogokanal'noy prostranstvennoy obrabotki shirokopolosnykh signalov [Methods and algorithms of multichannel processing of broadband signals], *Nelineynyy mir* [Nonlinear World], 2012, No. 11, pp. 731-737.
20. Fedosov V.P., Emelyanenko A.V., Ternovaya N.O., Rubtsov R.V., Marchuk V.I. Adaptive algorithm for MIMO-system of the wireless access for the receiver of the mobile station, *Proceedings of 2014 IEEE 41th International Conference on signal processing, Hang Zhou*, 2014, pp. 1537-1541. ISBN: 978-146732194-5.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.И. Марчук.

**Федосов Валентин Петрович** – Южный Федеральный университет; e-mail: vpfedosov@sfedu.ru, vpfed@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371632, 89525601246; кафедра теоретических основ радиотехники; д.т.н.; профессор.

**Ковтун Данил Георгиевич** – e-mail: dan-kav@ya.ru; тел.: 89613023811; кафедра теоретических основ радиотехники; аспирант.

**Легин Андрей Алексеевич** – e-mail: legin.andrey@gmail.com; тел.: 89518374483; кафедра теоретических основ радиотехники; аспирант.

**Ломакина Анна Владимировна** – e-mail: avemelyanenko@sfedu.ru; тел.: 89515050232; кафедра теоретических основ радиотехники; аспирант.

**Fedosov Valentin Petrovich** – South Federal University; e-mail: vpfedosov@sfedu.ru, vpfed@mail.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371632, +79525601246; the department of fundamental of radioengineering; dr. of eng. sc.; professor.

**Kovtun Danil Georgievich** – e-mail: dan-kav@ya.ru; phone: +79613023811; the department of fundamental of radioengineering; postgraduate student.

**Legin Andrey Alekseevich** – e-mail: legin.andrey@gmail.com; phone: +79518374483; the department of fundamental of radioengineering; postgraduate student.

**Lomakina Anna Vladimirovna** – e-mail: avemelyanenko@sfedu.ru; phone: +79515050232; the department of fundamental of radioengineering; postgraduate student.

УДК 621.391.24.001.57

**В.С. Плаксиенко, А.Р. Гайдук**

## **МИНИМИЗАЦИЯ СКО СИСТЕМ ФАПЧ В РЕЖИМЕ СЛЕЖЕНИЯ**

*В радиоэлектронных системах различного назначения широкое применение находят системы фазовой автоподстройки частоты, основным назначением которых является согласование частоты и фазы подстраиваемого генератора системы с частотой и фазой полезного сигнала. Так как полезный сигнал обычно сопровождается случайными помехами, то системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) должны в максимальной степени подавлять влияние этих случайных помех. В статье рассматривается аналитический ме-*

*тод синтеза систем фазовой автоподстройки частоты, оптимальных в смысле минимума среднеквадратической ошибки (СКО). В отличие от известного метода частотной оптимизации Н. Винера в данном случае обеспечивается физическая реализуемость систем ФАПЧ при произвольных характеристиках случайных помех с нормальным распределением. Основной особенностью рассматриваемого метода является добавление к дисперсии случайной ошибки функционала сложности, с целью обеспечения физической реализуемости как системы ФАПЧ в целом, так и добавляемых цепей оптимизации. Решение сформулированной задачи оптимизации формально осуществляется частотным методом Н. Винера. Однако расчетные аналитические соотношения этого метода перенесены в область полиномиальных уравнений с последующим переходом к эквивалентным системам линейных алгебраических уравнений. Это позволило исключить необходимость применения частотных характеристик, ограничивших их полиномиальным представлением, и сохранить аналитический характер метода оптимизации. В результате решения оптимизационной задачи определяется физически реализуемая передаточная функция системы ФАПЧ, зависящая от параметров функционала сложности. Совокупность приведенных в работе соотношений, практически, является алгоритмической базой аналитического метода синтеза систем ФАПЧ, оптимальных в смысле минимума СКО. Эффективность предложенного метода показана на численном примере.*

*Система ФАПЧ; спектральная плотность; СКО; частотная оптимизация; функционал сложности; физическая реализуемость; цепь оптимизации.*

**V.S. Plaksienko, A.R. Gaiduk**

#### **MINIMIZATION OF PLL SYSTEM MEAN SQUARED ERROR IN THE TRACKING MODE**

*In the radio-electronic systems of the various purposes the wide application is found the phase-locked systems of the frequency (PLL), which basic purpose is the coordination of a frequency and a phase of the arranged generator of these systems with a frequency and a phase of a useful signal. The useful signal is usually accompanied by the random noise; therefore phase-locked systems of the frequency should suppress influence of these random noise in the maximal degree. In this article the analytical design method of the phase-locked systems of the frequency, optimal in sense of the mean squared error, is considered. As against the known method of the frequency optimization of N. Wiener the physical realizability of the PLL system in this case is provided at any characteristics of random noise with normal distribution. The basic feature of the considered design method is addition to a dispersion of a random error the complexity functional, with the purpose of maintenance of the physical realizability the PLL system, and the added the optimization circuits. The decision of the formulated optimization problem, formally, is carried out by N. Wiener's frequency method. However the analytical expressions of this method are transferred in area of the polynomials equations with the subsequent transition to equivalent systems of the linear algebraic equations. It has allowed to exclude necessity of the frequency characteristics application, to limit there polynomials representation and to keep analytical character of the optimization method. The result of the decision optimization problems is the physically realizable transfer function of system PLL, which dependent from the parameters complexity functional. Set of the expressions resulted in work, practically, is algorithmic base of the analytical design method of systems PLL, optimal in sense of minimum the mean squared error. Efficiency of the suggested method is shown on a numerical example.*

*PLL system; spectral density; mean squared error; frequency optimization; complexity functional; physical implementability; optimization circuit.*

**Введение.** Технические системы, включающие радиоканалы, в последнее время все шире используются в различных бытовых, производственных и специальных системах [1–6]. Радиоэлектронные системы применяются в системах передачи данных, системах связи, управления и телеуправления различными устройствами. Важное место среди радиоэлектронных систем занимают широко распространенные системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), основное назначение которых состоит в обеспечении согласования частоты и фазы подстраиваемых генераторов

этих систем с частотой и фазой полезных сигналов [19, 20, 22]. Полезные сигналы различных радиоэлектронных систем всегда сопровождаются случайными помехами, шумами. Поэтому системы ФАПЧ в режиме слежения должны обеспечивать эффективное подавление помех и других мешающих сигналов. В связи с этим основным показателем качества систем ФАПЧ в режиме слежения является среднеквадратическая ошибка (СКО), характеризующая степень подавления ими помех. Наиболее эффективные системы ФАПЧ, очевидно, должны быть оптимальными в смысле минимума СКО [6–11, 21].

В режиме слежения такие элементы системы ФАПЧ, как фазовый дискриминатор, подстраиваемый (следающий) генератор и ряд других элементов, можно считать линейными безынерционными звеньями с заданными параметрами [6–11]. Их совокупность часто называют неизменяемой частью [8]. При этих условиях СКО системы ФАПЧ определяется статистическими характеристиками входных случайных сигналов (полезного и помехи), а также структурой и параметрами фильтра нижних частот (ФНЧ), формирующего сигнал управления, поступающий на следающий генератор [1, 6–8]. При разработке систем ФАПЧ структурой, т.е. видом передаточной функции ФНЧ, очень часто задаются априори, на основе опыта разработки аналогичных систем ФАПЧ, а его параметры выбираются исходя из условий устойчивости замкнутой системы и требуемых показателей качества. В частности, параметры ФНЧ известной структуры могут быть найдены методами параметрической оптимизации [8, 12–15]. Однако такой подход часто оказывается неэффективным из-за нерационального выбора структуры ФНЧ. Гораздо более целесообразно применять методы структурной оптимизации, к которым, в частности, относится метод частотной оптимизации Н. Винера [1, 7, 8].

Как известно, метод частотной оптимизации Н. Винера очень часто приводит к физически не реализуемым результатам, что обусловлено принятым в этом методе условием физической реализуемости  $k(t) = 0$  при  $t < 0$ , где  $k(t)$  – импульсная переходная характеристика оптимизируемой системы. Однако при этом условии в класс допустимых оптимальных систем, очевидно, попадают и системы с импульсными переходными характеристиками, содержащими дельта-функции или их производные по времени, т.е. с характеристиками типа  $k^{\circ}(t) = \alpha_0 \delta(t) + \alpha_1 \dot{\delta}(t) + \dots$ . Такие системы являются физически не реализуемыми, что приводит к необходимости аппроксимации оптимальных характеристик физически реализуемыми. В результате реальные системы, получаемые на основе такого подхода, фактически оказываются не оптимальными [16].

В данной работе рассматривается применение метода структурной оптимизации, представляющего модификацию метода частотной оптимизации Н. Винера в плане обеспечения физической реализуемости как системы ФАПЧ в целом, так и добавляемых цепей оптимизации (ФНЧ) с учетом неизменяемой части системы. С этой целью в качестве оптимизируемого функционала берется сумма дисперсии случайной ошибки и функционала сложности. Решение сформулированной задачи оптимизации формально осуществляется частотным методом Н. Винера, однако расчетные аналитические соотношения переносятся в область полиномиальных уравнений, а в дальнейшем они сводятся к эквивалентным системам линейных алгебраических уравнений [16–18].

**Постановка задачи.** Введем следующие обозначения сигналов оптимизируемой системы ФАПЧ (рис. 1):  $\varphi_c = \varphi_c(t)$  – центрированный случайный сигнал отклонения фазы отслеживаемого сигнала;  $\varphi_r$  – отклонение фазового сдвига выходного сигнала следающего генератора;  $\psi = \psi(t)$  – центрированная случайная помеха, приведенная ко входу системы [1, 6, 8].

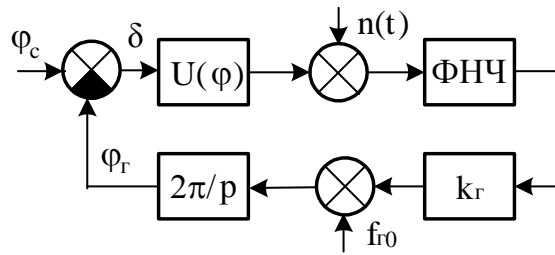


Рис. 1. Система фазовой автоподстройки частоты

В случае рассматриваемой системы ФАПЧ  $\psi = \psi(t)$  – это результат приведения ко входу системы случайного сигнала  $n(t)$ ;  $\delta = \varphi_c - \varphi_\Gamma$  – случайная ошибка рассматриваемой системы. Обозначим  $K(p) = \varphi_\Gamma(p) / (\varphi_c(p) + \psi(p))$  – передаточная функция оптимизируемой системы ФАПЧ. Примем, что случайные сигналы  $\varphi_c = \varphi_c(t)$  и  $\psi = \psi(t)$  задаются своими спектральными плотностями:  $S_{\varphi_c\varphi_c}(\omega)$ ,  $S_{\psi\psi}(\omega)$  и  $S_{\varphi_c\psi}(j\omega)$  [5]. Если  $D_\delta$  – дисперсия сигнала  $\delta = \delta(t)$ , то СКО системы  $\sigma = \sqrt{D_\delta}$ .

Фазовый дискриминатор и следящий генератор обычно называются неизменяемой частью системы ФАПЧ. Передаточная функция линейной неизменяемой части системы ФАПЧ в общем случае [1, 8] имеет вид

$$K_{\text{нч}}(p) = \varphi_\Gamma(p) / u_{\text{сг}}(p) = B(p) / A(p), \quad (1)$$

где  $u_{\text{сг}}$  – управляющее напряжение, поступающее от цепи оптимизации (ФНЧ) на следящий генератор;  $A(p)$ ,  $B(p)$  – некоторые полиномы степеней  $n$  и  $m$  соответственно. Величина  $\mu_{\text{нч}} = n - m$  называется относительным порядком неизменяемой части. Обычно в системах ФАПЧ  $\mu_{\text{нч}} > 1$ .

Так как, кроме неизменяемой части в оптимальной системе ФАПЧ имеется цепь оптимизации, то её относительный порядок определяется выражением  $\mu_{\text{сис}} = \mu_{\text{нч}} + \mu_{\text{цо}}$ , где  $\mu_{\text{цо}}$  – относительный порядок цепи оптимизации, очевидно, всегда  $\mu_{\text{цо}} > 1$  [12, 13, 15, 16].

Задача оптимизации системы ФАПЧ заключается в определении структуры и параметров цепи оптимизации при заданном  $\mu_{\text{цо}}^*$  так, чтобы СКО системы была минимальной, а цепь оптимизации – физически реализуемой, т.е.

$$\sigma \rightarrow \min_{k(t)} \text{ при } \mu_{\text{цо}} \geq \mu_{\text{цо}}^*, \quad (2)$$

где  $\mu_{\text{цо}}^*$  – заданный относительный порядок цепи оптимизации, обусловленный техническими средствами, на основе которых предполагается реализация цепи оптимизации [16, 17].

Как известно, спектральные плотности нормально распределенных случайных сигналов можно всегда представить в виде

$$S_{\Phi\Phi}(\omega) = \left| \frac{\Phi_0(j\omega)}{\Phi(j\omega)} \right|^2, \quad S_{\Psi\Psi}(\omega) = \left| \frac{\Psi_0(j\omega)}{\Psi(j\omega)} \right|^2, \quad S_{\Phi\Psi}(j\omega) = \frac{V_0(j\omega)}{V(j\omega)}. \quad (3)$$

Здесь в числителях и знаменателях дробей стоят полиномы от  $j\omega$  некоторых степеней с численными коэффициентами [13].

Для обеспечения физической реализуемости цепи оптимизации первое условие (2) заменяется следующим функционалом:

$$J = D_\delta + \beta(\chi) \int_0^\infty \left| \sum_{i=0}^{\chi} \lambda_i \frac{d^i k(t)}{dt^i} \right|^2 dt \rightarrow \min_{k(t)}, \quad (4)$$

где

$$\beta(\chi) = \begin{cases} 0, & \text{если } \chi < 0, \\ 1, & \text{если } \chi \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь  $\gamma_\chi$  – неопределенный множитель Лагранжа;  $\chi$  – порядок производной по времени от импульсной переходной функции оптимизируемой системы (см. рис. 1).

Второе слагаемое в (4) называется функционалом сложности, так как при увеличении значения  $\chi$  увеличивается порядок оптимальной системы, т.е. возрастает её сложность. Фактически за счет повышения сложности системы и обеспечивается физическая реализуемость цепи оптимизации при заданных условиях оптимизации:  $\mu_{нч}$ ,  $\mu_{ц0}^*$  и характеристиках случайных сигналов (2). При отсутствии регулярных сигналов на входах системы значение  $\chi$ , при котором обеспечивается минимальная сложность оптимальной системы, определяется выражением

$$\chi = \mu_{нч} + \mu_{ц0}^* - \mu_{бфс}, \quad (6)$$

где  $\mu_{бфс}$  – относительная степень оптимальной системы, полученной путем минимизации функционала (4) при  $\beta(\chi) = 0$ , т.е. без функционала сложности. Значения  $\mu_{бфс}$  зависят только от степеней полиномов из выражений (3) и определяются достаточно просто [16, 17].

Проведя минимизацию функционала (4) методом Н. Винера (например, следуя [8, 16]) при  $\beta(\chi) \neq 0$ , получим [4] передаточную функцию оптимальной системы ФАПЧ в виде

$$K_{\text{опт}}(p, \bar{\lambda}) = \frac{S(p, \bar{\lambda})\Psi(p)}{D^-(p, \bar{\lambda})}, \quad (7)$$

где  $\bar{\lambda}$  – вектор коэффициентов  $\lambda_i$  из (4), т.е.  $\bar{\lambda} = [\lambda_0 \quad \lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_\chi]$ ;  $D^-(p)$  – полином, имеющий только левые корни и являющийся результатом факторизации полинома

$$|\Phi_0 V \Psi|^2 + \tilde{V} |\Phi \Psi|^2 + |\Phi V \Psi_0|^2 + |\beta(\chi) \Lambda \Phi V \Psi|^2 = D^-(p, \bar{\lambda}) D^+(p, \bar{\lambda}). \quad (8)$$

Здесь  $\Lambda = \lambda_0 + \lambda_1 p + \dots + \lambda_\chi p^\chi$ ,  $D^+(p, \bar{\lambda})$  – полином, имеющий только правые корни, а  $S(p, \bar{\lambda})$  – минимальное решение полиномиального уравнения

$$DS + \Phi VC = \Pi(p) \Psi^+(p) \quad (9)$$

относительно полиномов  $S = S(p)$  и  $C = V(p)$ . В этом уравнении

$$|\Phi_0 V|^2 + V_0 V^+ |\Phi|^2 = \Pi(p). \quad (10)$$

Для краткости в левых частях выражений (8) – (10) опущен аргумент  $p$  и введены следующие обозначения:

$$\tilde{V} = V_0(p)V^+(p) + \bar{V}_0(p)V(p), \quad \bar{V}_0(p) = V_0(-p). \quad (11)$$

Таким образом, соотношения (8)–(11) при  $\beta(\chi) \neq 0$  определяют физически реализуемую передаточную функцию оптимальной системы (7) минимальной сложности. Она зависит от коэффициентов функционала сложности, значения которых определяются путем параметрической оптимизации по первому условию (2). После их определения находится уравнение цепи оптимизации, которая в некоторых случаях получается с двумя входами [4, 5].

Подробнее процедуру синтеза оптимальной системы ФАПЧ рассмотрим на примере.

**Пример.** Найти уравнение оптимальной цепи оптимизации системы ФАПЧ, если  $S_{\varphi\varphi}(\omega) = \varphi_0^2 / (1 + T^2 \omega^2)$ ,  $S_{\psi\psi}(\omega) = \psi_0^2$ ,  $S_{\varphi\psi}(j\omega) = 0$ ,  $\mu_{\text{цс}}^* = 1$ . Передаточная функция неизменяемой части системы ФАПЧ  $K_{\text{нч}}(p) = b_0 / p$ , где  $b_0 = 2\pi k_{\text{фд}} k_{\text{г}}$ , а  $k_{\text{фд}}$  и  $k_{\text{г}}$  – коэффициенты передачи линеаризованных фазового дискриминатора и следящего генератора соответственно. Переходя к решению, отметим, что в данном случае  $\mu_{\text{нч}} = 1$ . При этом, как легко установить из (8) и (9) при  $\beta(\chi) = 0$ ,  $\mu_{\text{бфс}} = 1$ , поэтому по формуле (6)  $\chi = 1$ , т.е.  $\bar{\lambda} = [\lambda_0 \quad \lambda_1]$ . Для простоты примем  $\lambda_0 = 0$ . Тогда выражения (8) и (9) с учетом заданных спектральных плотностей случайных сигналов принимают вид

$$\varphi_0^2 + \psi_0^2 |1 + Tp|^2 + |\lambda_1 p(1 + Tp)|^2 = D^-(p, \lambda_1) D^+(p, \lambda_1), \quad (12)$$

$$D^+(p, \lambda_1) \zeta_0 + (1 + Tp) C(p, \lambda_1) = \varphi_0^2. \quad (13)$$

Проведя факторизацию в (12) и решив полиномиальное уравнение (13), по формуле (7) находим

$$K_{\text{опт}}(p, \lambda_1) = \frac{\zeta_0}{\delta_0 + \delta_1 p + \delta_2 p^2}, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \sqrt{\varphi_0^2 + \psi_0^2}, \quad \delta_1 = \sqrt{\psi_0^2 T^2 + 2\lambda_1 T \delta_0 + \lambda_1^2}, \\ \delta_2 &= \lambda_1 T, \quad \zeta_0 = \frac{\varphi_0^2}{\delta_0 + \delta_1 T^{-1} + \delta_2 T^{-2}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Из изложенного следует, что если в приведенных выражениях (12)–(15) коэффициент функционала сложности  $\lambda_1$  взять равным нулю, т.е.  $\lambda_1 = 0$ , то функционал сложности в процессе синтеза учитываться не будет. Фактически будет реализована процедура синтеза оптимальной системы по методу Н. Винера. С другой стороны, из выражений (14), (15) видно, что в этом случае коэффициент  $\delta_2 = \lambda_1 T$  тоже будет равен нулю, а относительный порядок оптимальной системы, отвечающей передаточной функции (14) при  $\lambda_1 = 0$ , будет равен 1. Так как по условию  $\mu_{\text{нч}} = 1$ , а  $\mu_{\text{цс}}^* = 1$ , то ясно, что реализовать такую оптимальную систему невозможно, так как не будет выполнено условие  $\mu_{\text{сис}} = \mu_{\text{нч}} + \mu_{\text{цс}}$ .

Оптимальная система ФАПЧ (14) при  $\lambda_1 \neq 0$ , полученная изложенным здесь методом, имеет относительный порядок  $\mu_{\text{сис}} = 2 - 0 = 2$  и, очевидно, удовлетворяет указанному условию  $\mu_{\text{сис}} = \mu_{\text{нч}} + \mu_{\text{ц0}}$ . Этот факт и позволяет найти уравнение вход–выход соответствующей физически реализуемой цепи оптимизации. В общем случае это уравнение в операторной форме имеет вид

$$R(p)u_{\text{ц0}} = Q(p)u_{\text{фд}} - L(p)\varphi_{\text{г}}, \quad (16)$$

где  $u_{\text{ц0}}$  – выходной сигнал цепи оптимизации, причем  $u_{\text{г}} = u_{\text{ц0}}$ ;  $u_{\text{фд}}$  – выходной сигнал фазового дискриминатора.

Передаточная функция системы ФАПЧ с цепью оптимизации (16) имеет следующий вид:

$$K_{\text{сис}}(p) = \frac{b_0 Q(p)}{pR(p) + b_1 L(p) + b_0 Q(p)}, \quad (17)$$

где  $b_1 = 2\pi k_{\text{г}}$ . Приравнивая передаточные функции (14) и (17), найдем полиномы из уравнения цепи оптимизации (16):  $Q(p) = \zeta_0 / b_0$ ,  $R(p) = \delta_2 p + \delta_1$ ,  $L(p) = \delta_0 - \zeta_0$ . Следовательно, цепь оптимизации оптимальной системы ФАПЧ в данном случае описывается уравнением

$$(\delta_2 p + \delta_1)u_{\text{фнч}} = (\zeta_0 / b_0)u_{\text{фд}} - (\delta_0 - \zeta_0)\varphi_{\text{г}}, \quad (18)$$

коэффициенты которого определяются выражениями (15) и зависят как от параметров статистических характеристик случайных сигналов, действующих на систему ФАПЧ, так и от параметров её фазового дискриминатора и следящего генератора. Уравнению (18) соответствует цепь оптимизации с двумя входами и одним выходом, относительный порядок которой равен 1, что соответствует заданным условиям синтеза. Наличие двух входов у полученной цепи оптимизации является одной из её отличительных особенностей, которая обусловлена тем, что здесь используется новый принцип управления, а именно: принцип управления по выходу и воздействиям.

Значение коэффициента  $\lambda_1$  выбирается с учетом обеспечения работы фазового дискриминатора и следящего генератора на линейных участках своих характеристик. Анализируя зависимость СКО замкнутой системы от  $\lambda_1$ , а также соотношения (15), можно установить, что с уменьшением значения  $\lambda_1$  уменьшается СКО, но одновременно увеличиваются коэффициенты усиления цепи оптимизации (18).

**Заключение.** Рассмотренная процедура определения структуры и параметров цепи оптимизации системы ФАПЧ, исходя из условий минимизации СКО и физической реализуемости цепи оптимизации, является аналитической и может применяться в условиях случайных воздействий, статистические характеристики которых описываются произвольными функциями типа (3). Эта процедура может быть распространена и на случаи, когда на систему действуют и случайные, и регулярные воздействия.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бесекерский В.А. Радиоавтоматика. – М.: Высшая школа, 1985. – 366 с.
2. Кучин И.Ю., Иксанов Ш.Ш., Рождественский С.К., Коряков А.Н. Разработка системы позиционирования и контроля объектов с помощью беспроводной технологии Wi-Fi // Научный вестник НГТУ. – 2015. – № 3 (60). – С. 130-146.
3. Гайдук А.Р. Самоорганизующиеся оптимальные регуляторы с экстраполяцией // Труды выездной сессии Отделения электроники РАН (Ессентуки 2005). – Шахты: ЮРГУЭС, 2005. – С. 117-124.

4. *Gaiduk A.R.* Astatic Control Design for Nonlinear Plants on Base of JCF // Transaction on Electrical and Electronic Circuits and Systems. – 2013. – Vol. 3, No. 2. – P. 80-84.
5. *Neydorf R.A.* Bivariate «Cut-Glue» approximation of strongly nonlinear mathematical models based on experimental data // SAE Int. Journal Aero ship. – 2015. – No. 8 (1). Doi: 10.4271/2015-01-2394.
6. *Шахильдин В.В., Ляховкин А.А.* Системы фазовой автоподстройки частоты. – М.: Связь, 1972. – 447 с.
7. *Бондаренко В.Н.* Радиоавтоматика: конспект лекций. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2008. – 160 с.
8. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического управления. – СПб.: Профессия, 2004. – 752 с.
9. *Плаксиенко В.С., Плаксиенко Н.Е., Сиденков А.С.* Определение полосы захвата системы ФАПЧ при прямоугольной характеристике ФД // Научный вестник НГТУ. – 2014. – № 2 (55). – С. 43-51.
10. *Плаксиенко В.С., Плаксиенко Н.Е.* Фазовые дискриминаторы с обратными связями. LAPLAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG Saarbrücken, Germani. – ISBN-13:978-3-659-66874-6. Оpubл. 25.12.2014. – 132 с.
11. *Плаксиенко В.С., Бондарь П.А.* Балансные дискриминаторы с управляемой характеристикой // Известия вузов России. – 2009. – № 3. – С. 12-14.
12. *Нейдорф Р.А., Сащенко Д.С.* Параметрический синтез законов управления на основе обобщённых корневых ограничений // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-16: Сб. трудов Международной научной конференции / под ред. В.С. Балакирева. Т. 2. – СПб.: Изд-во СПбГТИ (ТУ), 2003. – С. 67-69.
13. *Гайдук А.Р.* Математические методы анализа и синтеза динамических систем. Saarbrücken, Deutschland: Lap Lambert Academic Publishing, 2015. – 251 с. – ISBN: 978-3-659-69911-5.
14. *Stojković N.M., Gaiduk A.R.* Formation of Transfer Function for Control Systems under Implementation Conditions // Facta Universitatis. Series: Automatic Control and Robotics. – 2014. – Vol. 13, No. 1. – P. 15-25.
15. *Шаповалов И.О., Гайдук А.Р.* Анализ и синтез систем управления в среде MATLAB: учебное пособие. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2014. – 95 с.
16. *Gaiduk A.R.* Polynomial design of the stochastic optimal, minimal complication systems // System Modelling and Optimization: Proc. of the 14<sup>th</sup> IFIP-Conference, Leipzig, July 3-7, 1989. – P. 611- 615.
17. *Gaiduk A.R., Vershinin Y.A.* Computer Aided Optimal System Design // Proc. IEEE CACSD-2002, Glasgow, UK. – P. 471-877.
18. *Shapovalov I.O., Plaksienko E.A., Gaiduk A.R.* Optimal control based on Jordan controlled form // Proceedings of the 14th International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control & Signal Processing (CSECS '15) Selcuk University, Konya, Turkey. May 20-22, 2015. – P. 13-18.
19. А.с. 1290519 СССР. Устройство фазовой автоподстройки частоты / В.С. Плаксиенко, К.А. Самойло, Н.Е. Плаксиенко, П.В. Сучков, Т.С. Федосова. Бюл. № 6. – 1987.
20. *Плаксиенко В.С., Кравченко Д.А., Сучков П.В.* Дискриминаторы с управляемой характеристикой в системах частотной автоподстройки // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2010. – Т. 6, № 5. – С. 34-36.
21. *Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А.* Оптимальное по квадратичному критерию управление нелинейными системами // Научный вестник НГТУ. – 2014. – № 4 (57). – С. 7-18.
22. *Плаксиенко В.С., Плаксиенко Н.Е., Сиденков А.С.* Исследование системы ФАПЧ с фазовым дискриминатором с обратными связями // Научный вестник НГТУ. – 2014. – № 4 (57). – С. 109-118.

#### REFERENCES

1. *Besekerskiy V.A.* Radioavtomatika [Radio equipment]. Moscow: Vysshaya shkola, 1985, 366 p.
2. *Kuchin I.Yu., Iksanov Sh.Sh., Rozhdestvenskiy S.K., Koryakov A.N.* Razrabotka sistemy pozitsionirovaniya i kontrolya ob"ektov s pomoshch'yu besprovodnoy tekhnologii Wi-Fi [Development of a system for positioning and control of objects using wireless technology Wi-Fi], *Nauchnyy vestnik NGTU* [Scientific Bulletin of NSTU], 2015, No. 3 (60), pp. 130-146.



3. Gayduk A.R. Samoorganizuyushchiesya optimal'nye regulatory s ekstrapolyatsiey [Self-organizing optimal controllers with extrapolation], *Trudy vyezdnoy sessii Otdeleniya elektroniki RAN (Essentuki 2005)* [Proceedings of the visiting session of the Department of electronics of RAS (Essentuki 2005)]. Shakhty: YuRGU ES, 2005, pp. 117-124.
4. Gaiduk A.R. Astatic Control Design for Nonlinear Plants on Base of JCF, *Transaction on Electrical and Electronic Circuits and Systems*, 2013, Vol. 3, No. 2, pp. 80-84.
5. Neydorf R.A. Bivariate «Cut-Glue» approximation of strongly nonlinear mathematical models based on experimental data, *SAE Int. Journal Aero ship.*, 2015, No. 8 (1). Doi: 10.4271/2015-01-2394.
6. Shakhgil'din V.V., Lyakhovkin A.A. Sistemy fazovoy avtopodstroyki chastity [Phase-locked loop]. Moscow: Svyaz', 1972, 447 p.
7. Bondarenko V.N. Radioavtomatika: Konspekt lektsiy [Radio equipment of the Siberian Federal University. Lecture notes]. Krasnoyarsk: IPTs KGTU, 2008, 160 p.
8. Besekerskiy V.A., Popov E.P. Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya [Theory of automatic control systems]. St. Petersburg: Professiya, 2004, 752 p.
9. Plaksienko V.S., Plaksienko N.E., Sidenkov A.S. Opredelenie polosy zakhvata sistemy FAPCh pri pryamougol'noy kharakteristike FD [Definition of swath of PLL in the rectangular feature FD] *Nauchnyy vestnik NGTU* [Scientific Bulletin of NSTU], 2014, No. 2 (55), pp. 43-51.
10. Plaksienko V.S., Plaksienko N.E. Fazovye diskriminatory s obratnymi svyaziyami [The phase discriminators with feedback]. LAPLAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG Saarbrücken, Germani. Published 25.12.2014, 132 p. ISBN-13:978-3-659-66874-6.
11. Plaksienko V.S., Bondar' P.A. Balansnye diskriminatory s upravlyaemoy kharakteristikoy [Balanced discriminators with controllable characteristics], *Izvestiya vuzov Rossii* [Proceedings of the Russian Universities], 2009, No. 3, pp. 12-14.
12. Neydorf R.A., Sashenko D.S. Parametricheskii sintez zakonov upravleniya na osnove obobshchennykh kornevykh ogranicheniy [Parametric synthesis of control laws on the basis of the generalized root restriction], *Matematicheskie metody v tekhnike i tekhnologiyakh – MMTT-16: Sb. trudov Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii* [Mathematical methods in technics and technologies – MMTT-16: Proceedings of the International scientific conference], Ed. by V.S. Balakireva. Vol. 2. St. Petersburg: Izd-vo SPbGTI (TU), 2003, pp. 67-69.
13. Gayduk A.R. Matematicheskie metody analiza i sinteza dinamicheskikh system [Mathematical methods of analysis and synthesis of dynamical systems]. Saarbrücken, Deutschland: Lap Lambert Academic Publishing, 2015, 251 p. ISBN: 978-3-659-69911-5.
14. Stojković N.M., Gaiduk A.R. Formation of Transfer Function for Control Systems under Implementation Conditions, *Facta Universitatis. Series: Automatic Control and Robotics*, 2014, Vol. 13, No. 1, pp. 15-25.
15. Shapovalov I.O., Gayduk A.R. Analiz i sintez sistem upravleniya v srede MATLAB: Uchebnoe posobie [Analysis and synthesis of control systems in MATLAB. Training manual]. Taganrog: Izd-vo YuFU, 2014, 95 p.
16. Gaiduk A.R. Polynomial design of the stochastic optimal, minimal complication systems, *System Modelling and Optimization: Proc. of the 14<sup>th</sup> IFIP-Conference, Leipzig, July 3-7, 1989*, pp. 611- 615.
17. Gaiduk A.R., Vershinin Y.A. Computer Aided Optimal System Design, *Proc. IEEE CACSD-2002, Glasgow, UK*, pp. 471-877.
18. Shapovalov I.O., Plaksienko E.A., Gaiduk A.R. Optimal control based on Jordan controlled form, *Proceedings of the 14th International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control & Signal Processing (CSECS '15) Selcuk University, Konya, Turkey. May 20-22, 2015*, pp. 13-18.
19. Plaksienko V.S., Samoylo K.A., Plaksienko N.E., Suchkov P.V., Fedosova T.S. A.s. 1290519 USSR. Ustroystvo fazovoy avtopodstroyki chastity [The device phase-locked loop frequency]. Bulten, 1987, No. 6.
20. Plaksienko V.S., Kravchenko D.A., Suchkov P.V. Diskriminatory s upravlyaemoy kharakteristikoy v sistemakh chastotnoy avtopodstroyki [The discriminators with controllable characteristic the characteristic in the frequency-locked loop systems], *Elektrotehnicheskie i informatsionnye komplekxy i sistemy* [Electrical and data processing facilities and systems], 2010, Vol. 6, No. 5, pp. 34-36.

21. Gayduk A.R., Plaksienko E.A. Optimal'noe po kvadraticnomu kriteriyu upravlenie nelineynymi sistemami [Optimal quadratic criterion control of nonlinear systems], *Nauchnyy vestnik NGTU* [Scientific Bulletin of NSTU], 2014, No. 4 (57), pp. 7-18.
22. Plaksienko V.S., Plaksienko N.E., Sidenkov A.S. Issledovanie sistemy FAPCh s fazo-vym diskriminatorom s obratnymi svyazyami [The study of the system PLL with the phase of the mode discriminator with feedback], *Nauchnyy vestnik NGTU* [Scientific Bulletin of NSTU], 2014, No. 4 (57), pp. 109-118.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.И. Марчук.

**Плаксиенко Владимир Сергеевич** – Южный федеральный университет; e-mail: vsp46@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371408; кафедра радиоприемных устройств и телевидения; д.т.н.; профессор.

**Гайдук Анатолий Романович** – e-mail: gaiduk\_2003@mail.ru; тел.: 88634371773; кафедра систем автоматического управления; д.т.н.; профессор.

**Plaksienko Vladimir Sergeevich** – Southern Federal University; e-mail: vsp46@mail.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371408; the department of radio receivers and television; dr. of eng. sc.; professor.

**Gaiduk Anatoly Romanovich** – e-mail: gaiduk\_2003@mail.ru; phone: +78634371773; the department of automatic control systems; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 621.391.24.001.57

**Г.Г. Галустов**

### **ГЕНЕРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С РАВНОМЕРНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ**

*Приведенный в работе анализ работы генератора с использованием вероятностного двоичного элемента и сдвигового регистра позволил получить аналитическую связь между корреляционной функцией двоичной случайной цифровой последовательности с корреляционной функцией случайной числовой последовательности, получаемой в сдвиговом регистре при определенном количестве сдвигов двоичной последовательности. Полученные аналитические зависимости могут помочь при оценивании статистических характеристик процессов при решении задач статистического моделирования, при этом предполагается, что формирование двоичной последовательности с выхода двоичного вероятностного элемента получается с использованием физического шумового процесса. Если при этом используется псевдослучайный шумовой сигнал, то моменты высших порядков числовой последовательности с выходов сдвигового регистра могут носить не гауссовский характер и это может привести смещению оцениваемых моментных характеристик. В работе показано, что отмеченные погрешности при статистическом моделировании с использованием псевдослучайных чисел не возникают, если исследуются модели линейных систем с постоянными параметрами, если исследуются модели нелинейных систем, то моменты высших порядков могут иметь не гауссовское распределение*

*Плотность вероятности; случайные процессы; генератор физических шумов; корреляционная функция; двоичная случайная последовательность; сдвиговый регистр; тактовая последовательность.*

**G.G. Galustov**

### **GENERATION RANDOM NUMBER SEQUENCES WITH UNIFORM DISTRIBUTION**

*Given in the analysis of work of the generator with the use of probabilistic binary element and a shift register allowed us to obtain an analytical relationship between the correlation function of random binary sequences with correlation function of a random numerical sequence re-*