16. *Filanovsky I.M., Ivanov V.V.* Operational amplifier speed and accuracy improvement: analog circuit design with structural methodology. Kluwer Academiv Publishers, New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 2004, 194 p.
17. *Krutchinskiy S.G.* Strukturnyy sintez analogovykh elektronnykh skhem [Structural synthesis of analog electronic circuits]. Rostov-on-Don: SKNTs VSh, 2001, 180 p.
18. *Brackett P., Sedra A.* Active compensation for high frequensy effects in op-amp circuits with applications to active RC-filters, *IEEE Trans*, 1976, Vol. CAS-23, ¹ 2, pp. 68-72.
19. *Akerberg D., Mossberg K. A* versative RC building block with inherent compensation for the finite bandwidth of the amplifier, *IEEE Trans,* 1974, Vol. CAS-21, pp. 75-78.
20. *Krutchinskiy S.G., Starchenko E.I.* Mul'tidifferentsial'nye operatsionnye usiliteli i pretsizionnaya mikroskhemotekhnika [Multidifferential operational amplifiers and a precision micro circuitry], Mezhdunarodnyy nauchno-tekhnicheskiy zhurnal "Elektronika i svyaz'" [International scientific-technical journal "electronics and communication"], 2004, No. 20, pp. 37-45.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.Н. Прокопенко.

Крутчинский Сергей Георгиевич – Южный федеральный университет; e-mail: sgkrutch@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634361789; кафедра систем автоматического управления; д.т.н.; профессор.

Жебрун Евгений Андреевич – e-mail: jackjk@mail.ru; кафедра систем автоматического управления; аспирант.

Krutchinsky Sergei Georgievich – Southern Federal University; e-mail: sgkrutch@mail.ru; 44, Nekrasovskiy lane, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634361789; the department of automatic control systems; dr. of eng. sc.; professor.

Zhebrun Evgeniy Andreevich – e-mail: jackjk@mail.ru; the department of automatic control systems; postgraduate student.

УДК 628.003.15

Ю.М. Туляков, П.А. Рузанов

АНАЛИЗ ФУНКЦИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ТЕХНИКЕ ЭЛЕКТРО И РАДИОСВЯЗИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН С НОРМАЛЬНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Определяются понятия дискретной и непрерывной случайных величин с характеристиками их значений через закон, плотность и интегральную функцию распределения. Дается оценка свойствам интегральной функции распределения. Для нормального закона приводятся выражения, описывающие плотность и интегральную функцию распределения. Дается характеристика основным параметрам таких распределений – математическому ожиданию и среднеквадратическому отклонению. Приводится иллюстрация плотности и интегральной функции нормального распределения. Определяется проблема оценки и расчета вероятностей для нормального распределения, обусловленная необходимостью выбора для такой оценки из ряда существующих табулированных функций и вариантов использования в них пределов интегрирования. Для решения этой проблемы вначале дается оценка этим функциям - «функции Лапласа», «классическому интегралу Лапласа», «интегралу вероятности (ошибок)», «функции Крампа» и «дополнительной функции ошибок». Данная оценка проведена с учетом различных вариантов значений пределов интегрирования в этих функциях. С использованием результатов этой оценки определялась взаимосвязь этих функций. На основе этих взаимосвязей были найдены соотношения для определения интегральной функции нормального закона распределения через каждую из вышеуказанных функций. Таким образом, используя табличные значения любой из этих функций, появилась возможность, не делая ни каких преобразований, производить расчет вероятностей для нормального распределения. Целью данной работы является оказание помощи научным и инженерным работникам, исследующим и разрабатывающим системы телекоммуникаций.

Поэтому в последней части работы приводятся примеры использования полученных результатов для оценки одной из основных характеристик подвижной радиосвязи - вероятности (или доли точек в месте приема) превышения уровня радиосигнала над требуемым (пороговым) уровнем в месте приема с известным средним значением случайно изменяющегося уровня радиосигнала. Также, дан пример для цифровых систем по определению вероятности ошибки приема элементарного сигнала (бита) при воздействии импульсных помех.

Нормальное распределение; интегральная функция распределения; плотность распределения; функция Лапласа; функция Крампа; интеграл вероятностей.

Yu.M. Tulyakov, P.A. Ruzanov

THE ANALYSIS OF THE FUNCTIONS USED FOR DEFINITION OF PROBABILITIES OF RANDOM VARIABLES WITH THE NORMAL LAW OF DISTRIBUTION

The problem of an assessment and calculation of probabilities for normal distribution caused by need of a choice for such assessment from a number of the existing tabulated functions and options of use of integration limits in them is defined. For the solution of this problem the assessment is given to these functions in the beginning - "Laplace's functions", to "classical integral of Laplace", "integral of probability (mistakes)", "Crump's function" and "additional function of mistakes". This assessment is carried out taking into account various options of values of limits of integration in these functions. The interrelation of these functions decided on use of results of this assessment. On the basis of these interrelations ratios for definition of integrated function of the normal law of distribution through each of the above functions were found. Thus, using tabular values of any of these functions, there was an opportunity, without doing what transformations, to make calculation of probabilities for normal distribution. The purpose of this work is assistance to the scientific and engineering workers investigating and developing systems of telecommunications. Therefore in the last part of work examples of use of the received results for an assessment of one of the main characteristics of a mobile radio communication - probabilities (or shares of points in a reception place) excess of level of a radio signal over the demanded (threshold) level in a reception place with known average value of incidentally changing radio signal level are given. Also, the example for digital systems by definition of probability of an error of reception of an elementary signal (bit) at influence of pulse hindrances is given.

Normal distribution; integrated function of distribution; distribution density; Laplace's function; Crump's function; integral of probabilities.

Введение. Часто начинающие научные работники сталкиваются с трудностями выбора вида функции для определения вероятностных параметров результатов их исследований и в частности при оценке характеристик передачи сигналов в системах связи. Для пояснения к этому выбору в данной работе проводится анализ возможных видов функций для их применения при определении вероятностей случайных величин с нормальным законом распределения.

Определим понятие случайной величины. **Под случайной величиной** понимается переменная ξ, которая в результате испытания в зависимости от случая принимает одно из возможного множества своих значений x. Точное значение случайной величины в каждом отдельном случае неизвестно, но известны, во-первых, область ее изменения (интервал, заключающий все возможные значения случайной величины, задаваемые неравенством $a \le x < b$), а, во-вторых, вероятности, с которыми ее значения попадают в тот или иной промежуток внутри этой области.

Таким образом, чтобы охарактеризовать случайную величину, необходимо в первую очередь, задать набор ее допустимых значений. Такой набор может быть задан, например, в виде конечного числа точек на отрезке числовой оси. Это геометрический образ так называемой конечнозначной дискретной случайной величины.

Случайная величина называется **дискретной** (прерывной), если множество ее значений конечное, или бесконечное, но счетное[1].

Если значения случайной величины сплошь заполняют некоторый промежуток числовой оси, то такую случайную величину относят к классу **непрерывных случайных величин.** Примером может служить температура реального физического тела, которая непрерывно изменяется во времени и в принципе может принимать любые значения между двумя измеренными в начальный и конечный моменты времени значениями температуры.

Под непрерывной случайной величиной будем понимать величину, бесконечное множество значений которой есть некоторый интервал (конечный или бесконечный) числовой оси.

Однако приведенная характеристика случайных величин только со стороны набора возможных значений далеко недостаточна. Как упоминалось выше, необходимо также знание вероятностных характеристик. Понятие случайной величины неразрывно связано с понятием распределения. Для полной характеристики случайной величины наряду с ее возможными значениями следует указать, как часто она эти значения принимает. Иными словами, необходимо указать вероятность принять значение, лежащее внутри того или иного интервала (этот способ в равной мере применим как для дискретной, так и непрерывной случайных величин).

Наиболее полным исчерпывающим описанием случайной величины является ее закон распределения.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Про случайную величину говорят, что она «распределена» по данному закону распределения или «подчинена» этому закону распределения.

Однако следует отметить, что описание случайной величины ξ с помощью закона распределения не является универсальным. Так, оно неприменимо для непрерывной случайной величины, так как, во-первых, нельзя перечислить все бесконечное несчетное множество ее значений; во-вторых, вероятности каждого отдельно взятого значения непрерывной случайной величины равны нулю.

Для описания закона распределения случайной величины ξ возможен и другой подход: рассматривать не вероятности событий $\xi = x$ для разных x (как это имеет место в ряде распределения), а вероятности события $\xi < x$, где x – текущая переменная. Вероятность $P(\xi < x)$, очевидно, зависит от x, т.е.является некоторой функцией от x.

Функцией распределения случайной величины ξ называется функция $F(x)$, выражающая для каждого x вероятность того, что случайная величина ξ примет значение, меньшее x:

$$F_{\xi}(x) = P(\xi < x). \tag{1}$$

То есть функцией распределения (вероятностей) случайной величины ξ называют функцию $F_{\xi}(x)$, значение которой в точке x равно вероятности события $\xi < x$, то есть события, состоящего только из тех элементарных исходов, для которых $\xi(\omega) < x$, где ω – элементарный исход (или элементарное событие, принадлежащее пространству Ω, т.е. $\omega \in \Omega$). Геометрически функция распределения интерпретируется как вероятность того, что случайная точка ξ попадет левее заданной точки x.

[1] Множество называется счетным, если его элементы можно перенумеровать натуральными числами.

Функцию $F_\xi(x)$ иногда называют **интегральной функцией распределения или** интегральным законом распределения.

Сформулируем общие свойства функции распределения.

- ♦ Функция распределения случайной величины есть неотрицательная функция, заключенная между нулем и единицей: $0 \le F_\xi(x) \le 1$.
- ♦ Функция распределения случайной величины есть неубывающая функция на всей числовой оси.
- ♦ На минус бесконечности функция распределения равна нулю, на плюс бесконечности равна единице, т.е. $F_\xi(-\infty) = \lim\limits_{x\to-\infty} F_\xi(x) = 0,\ F_\xi(+\infty) = \lim\limits_{x\to+\infty} F_\xi(x) = 1.$ Таким образом, можно полагать, что $F_\xi(-\infty) = 0$ (вероятность невозможного события), $F_\xi(+\infty) = 1$ (вероятность достоверного события).
- ♦ Вероятность попадания случайной величины в интервал $[x_1, x_2]$ равна приращению ее функции распределения на этом интервале, т.е. $P(x_1 \le \xi < x_2) = F_\xi(x_2) - F_\xi(x_1)$.

Наиболее часто на практике встречается нормальный закон распределения. Главная особенность, выделяющая его среди остальных законов, состоит в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения при весьма часто встречающихся типичных условиях.

Проблематика статьи. Нормальное распределение играет особую роль в теории вероятностей и математической статистике. Разнообразные статистические данные с хорошей степенью точности можно считать реализациями случайной величины, имеющей нормальное распределение. Можно предполагать нормальное распределение у случайной величины, если на её отклонение от некоторого фиксированного значения аддитивно влияет множество различных факторов, причем влияние каждого из них вносит малый вклад в это отклонение, а их действия почти независимы. Кроме того, распределение целого ряда широко распространенных в статистике функций от случайных величин хорошо аппроксимируется нормальным распределением. Нормальное распределение часто встречается в реальных исследованиях. Оно удобно для компьютерной обработки. Использованию нормального распределения для приближенного описания случайных величин не препятствует то обстоятельство, что эти величины обычно могут принимать значения только из какого-то ограниченного интервала (скажем, размер изделия должен быть больше нуля и меньше километра), а нормальное распределение не сосредоточено целиком ни на каком интервале. Однако, вероятность больших отклонений нормальной случайной величины от среднего значения настолько мала, что ее практически можно считать равной нулю. Кроме того, линейная комбинация любых нормально распределённых величин вновь распределена нормально [1–4, 15].

Для исследования «нормальных» данных математической статистикой выработаны эффективные методы. Эти методы непригодны для данных другой природы в том смысле, что выполнить соответствующий расчёт можно, но результат будет неправильным. Поэтому, когда к имеющимся наблюдениям применяются ориентированные на нормальное распределение методы, необходимо выяснить, похоже ли распределение этих наблюдений на нормальное. С полной уверенностью сказать это невозможно, но, по крайней мере, от грубых ошибок такие проверки могут уберечь.

Пусть математическое ожидание $M(x)$ (среднее ожидаемое значение) случайной величины, распределенной по нормальному закону, равно a, а среднеквадратическое отклонение равно σ.

Плотность распределения нормально распределенной случайной величины выражается следующей формулой:

$$w_{\xi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}. \tag{2}$$

Графики плотности распределения (гауссовской кривой) для различных значений параметров a и σ построены на рис. 1 и 2.

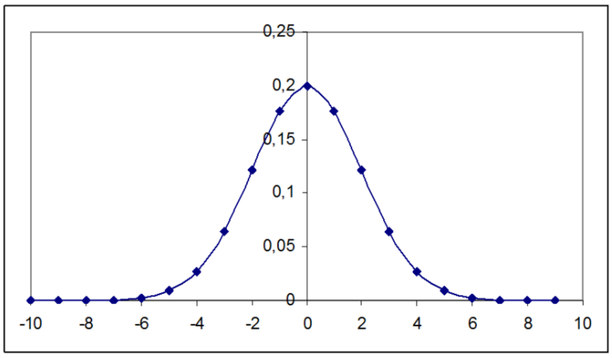

Рис. 1. График плотности распределения при $a = 0$, $\sigma = 2$

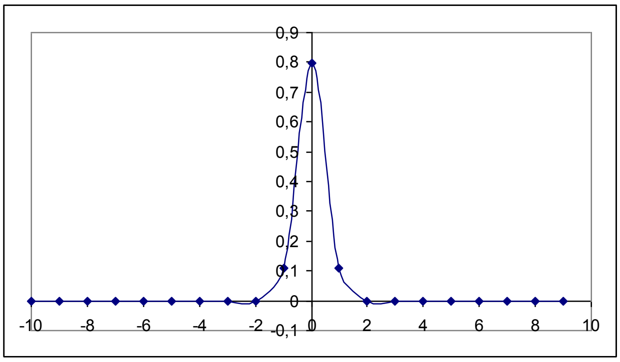

Рис. 2. График плотности распределения при $a = 0$, $\sigma = 0.5$

Интегральное представление функции распределения нормально распределенной случайной величины ξ выглядит следующим образом:

$$F_{\xi}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-a}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt, \tag{3}$$

где x – аргумент, который представляет собой все возможное множество значений нормально распределенной случайной величины.

График функции распределения нормально распределенной случайной при a=2 и $\sigma = 3$ представлен на рис. 3

Рис. 3. Функция распределения нормально распределенной случайной величины

Видно, что точка $x=a$ является точкой перегиба кривой, при $x=a$ значение $F(x)=0{,}5$. Геометрически значение функции распределения в некоторой точке x представляет собой площадь под кривой плотности распределения (заштрихованная область на рис. 4) на интервале $(-\infty; x)$

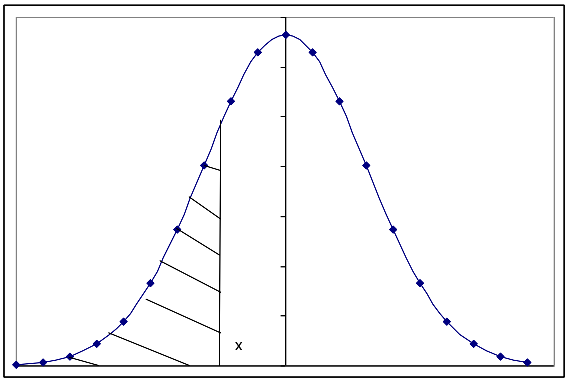

Рис. 4. Геометрическая иллюстрация функции распределения

Сложность непосредственного нахождения функции распределения случайной величины, распределенной по нормальному закону, связана с тем, что многие интегралы являются «неберущимися» в элементарных функциях. Поэтому их выражают через табулированные функции. Наиболее часто употребляемой функцией, для которой составлены таблицы (т.е. «табулированная» функция), является классическая функция Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \ . \qquad (4)$$

Функция Лапласа является нечетной, т.е. справедливо соотношение: $\Phi(-x)=-\Phi(x)$, область определения функции Лапласа – вся числовая ось: $-\infty < x < +\infty, \Phi(-\infty) = -0{,}5, \Phi(+\infty) = 0{,}5$.

Основные результаты, представленные в работе. Зачастую в приложениях теории вероятностей во многих технических дисциплинах, в частности, в теории распространения и передачи сигналов, для определения интегральной функции нормального распределения используются другие функции, которые также выражаются через интеграл вероятностей. В настоящей работе проводится обзор различных функций, употребляемых в различных приложениях для наиболее удобного описания нормально распределенной случайной величины.

Рассмотрим следующие функции и представим их графики:

1. Классический интеграл Лапласа

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{z^2}{2}}dz\,. \tag{5}$$

График функции F(x) представлен на рис. 5.

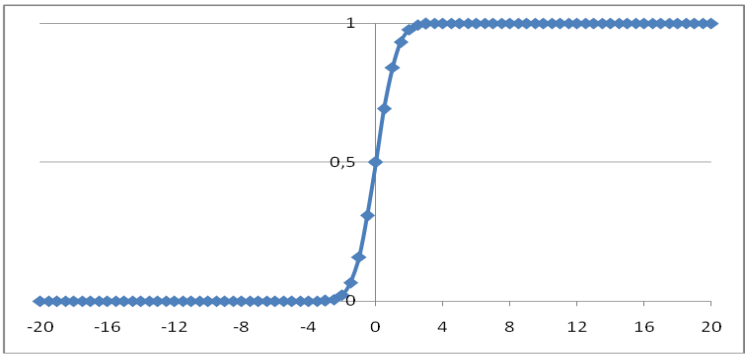

Рис. 5. График функции F(x)

В широко используемом табличном процессоре Excel для вычисления интеграла Лапласа существует встроенная функция НОРМСТРАСП, которая находится в категории Статистические.

Тогда интегральная функция распределения нормально распределенной случайной величины ξ выражается через интеграл Лапласа следующим образом:

$$F_{\xi}(x)=F\left(\frac{x-a}{\sigma}\right). \tag{6}$$

2. Интеграл Лапласа с пределами интеграла от «0» до «x»

$$F_0(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{x}e^{-\frac{z^2}{2}}dz,\, F_0(x)=F(x)-0{,}5\,. \tag{7}$$

Тогда справедлива следующая зависимость:

$$F_{\xi}(x)=\frac{1}{2}+F_0\left(\frac{x-a}{\sigma}\right). \tag{8}$$

График функции F_0(x) представлен на рис. 6.

3. Функция «интеграла вероятности» (ошибок)

$$\Phi_1(x)=erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{x}e^{-z^2}dz=2F(x\sqrt{2})-1\,. \tag{9}$$

Тогда справедлива следующая зависимость:

$$F_{\xi}(x)=\frac{1+\Phi_1\left(\frac{x-a}{\sqrt{2}\sigma}\right)}{2}\,. \tag{10}$$

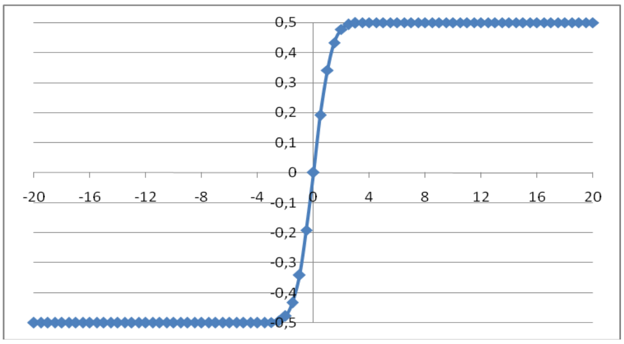

Рис. 6. График функции $F_0(x)$

График функции $\Phi_1(x)$ представлен на рис. 7.

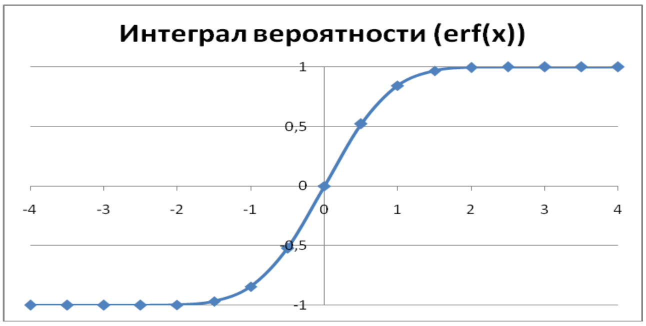

Рис. 7. График функции $\Phi_1(x)=erf(x)$

4. Функция Крампа[7].

$$\Phi_2(x)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt=2F(x)-1. \qquad (11)$$

Тогда справедлива следующая зависимость:

$$F_\xi(x)=\frac{1+\Phi_2\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)}{2} \qquad (12)$$

График функции $\Phi_2(x)$ представлен на рис. 8.

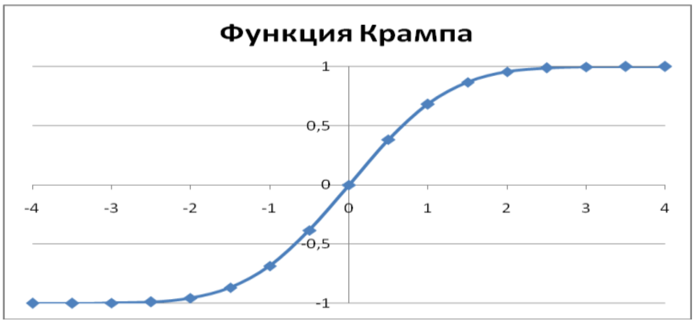

Рис. 8. График функции Крампа

Очевидно, что график функции Крампа получается растяжением кривой erf(x) вдоль оси x.

5. Дополнительная функция ошибок – *erfc (x)*

$$erfc(x)=[1-erf(x)]=1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_x^{\infty}e^{-z^2}dz=1-[2F(x\sqrt{2})-1]=2-2F(x\sqrt{2}). \quad (13)$$

Тогда справедлива следующая зависимость:

$$F_{\xi}(x)=\frac{2-erfc\left(\dfrac{x-a}{\sqrt{2}\sigma}\right)}{2}. \quad (14)$$

График функции erfc(x) представлен на рис. 9.

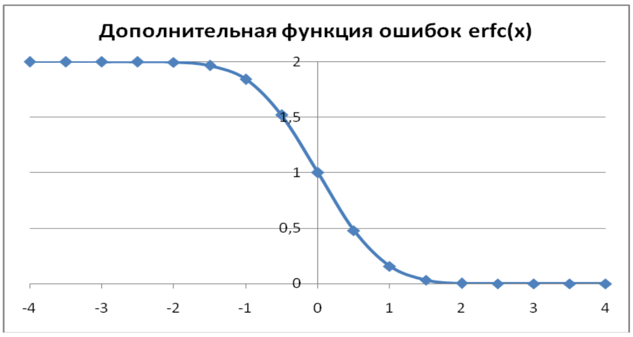

Рис. 9. График функции erfc(x)

Функция ошибок и дополнительная функция ошибок встречаются в решении некоторых дифференциальных уравнений, например, уравнения теплопроводности с граничными условиями, описываемыми функцией Хевисайда («ступенькой»).

Практическое использование результатов исследования. Учитывая ориентацию настоящего журнала на исследования в области теле- и инфокоммуникационных систем, рассмотрим примеры наглядно иллюстрирующие применение проанализированных функций для оценки отдельных характеристик такого вида систем.

Часто в системах связи, и особенно в подвижной наземной радиосвязи, уровень сигнала измеряется в логарифмическом виде (в децибелах-дБ) и случайные изменения уровня сигнала при таких измерениях подчиняются нормальному закону, а для абсолютных величин сигнала будет соответственно логарифмически – нормальный закон распределения. Не останавливаясь на подробностях характеристик логарифмически – нормального закона и учитывая вышерассмотренные варианты представления нормального закона через известные табулированные функции, можно утверждать, что использование нормального закона для оценки случайных изменений уровня сигнала предпочтительней.

Приведем практический пример оценки вероятности для заданного значения случайной величины с нормальным распределением [5, 6, 20].

Случайные изменения уровня радиосигнала (в дБ) в зоне действия подвижной связи [17, 18] подчиняются нормальному закону[16, 19] со среднеквадратическим (стандартным) отклонением σ = 8 дБ. В месте приема определен средний уровень радиосигнала (математическое ожидание) a = $E_М$=-100 дБ. Требуемый (пороговый) уровень радиосигнала должен быть $E_{пор}$=-110 дБ. Какова вероятность того (или доля точек в месте приема), что сигнал будет превышать пороговый – $P(E \geq E_{пор})$

Согласно (1) можем записать

$$P(E \geq E_{пор}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{E_{пор}}^{\infty} e^{-\frac{(E-E_M)^2}{2\sigma^2}} dE = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{E_{пор}-E_M}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = P\left(z \geq \frac{E_{пор}-E_M}{\sigma}\right) =$$

$$= 1 - P\left(z < \frac{E_{пор}-E_M}{\sigma}\right) = 1 - F\left(\frac{E_{пор}-E_M}{\sigma}\right). \tag{15}$$

Подставив значения, получим

$$P\left(z \geq \frac{-110+100}{8}\right) = P(z \geq -1{,}25) = 1 - F(-1{,}25) = 1 - 0{,}1056 = 0{,}8944,$$

или 89.44 %.

Другой пример. В процессе функционирования цифровых устройств [21] между их отдельными блоками происходит обмен информацией, которая передается по шинам данных в виде пакета битов. Если на информационный сигнал накладывается импульсная помеха, то может произойти ошибка бита [12, 13].

Вероятность ошибки бита $P_e(z)$ можно вычислить с помощью следующего соотношения [8]:

$$P_e(z) = 0.5 \cdot \left(1 - erf\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)\right). \tag{16}$$

Здесь $z = \frac{U_{сигн}}{U_{пом}}\sqrt{\frac{T_{сигн}}{T_{пом}}}$, $U_{сигн}$ – амплитуда импульсного сигнала (информационного бита), $T_{сигн}$ – длительность бита, $U_{пом}$ – амплитуда импульсной помехи, $T_{пом}$ – длительность импульсной помехи [9, 10].

Исходными данными, необходимыми для расчетов по этой формуле, являются характеристики информационных сигналов, а также характеристики импульсных помех [11], индуцируемых в элементах монтажа электронных приборов при воздействии на них случайных электромагнитных импульсов [8, 14].

Для наглядности использования этого выражения приведем пример расчета для следующего условно принимаемого исходного значения z=3:

$$P_e(z) = 0.5 \cdot \left(1 - erf\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\right) = 0{,}5 \cdot (1 - (2F(3) - 1)) = 0{,}00135 \cdot$$

Обобщая вышеизложенное можно заключить. Существует ряд табулированных функций, позволяющих охарактеризовать случайные процессы (случайные величины) с нормальным законом распределения. Проведенный анализ и рассмотренные примеры расчета позволяют в доступной форме осмыслить взаимосвязь и возможное применение этих функций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Карасев А.И., Аксютина З.И., Савельева Т.И.* Курс высшей математики для экономических вузов. – М.: Высшая школа, 1982. – Ч. 1; 1983. – Ч. 2. – 320 с.
2. *Маркович Э.С.* Курс высшей математики с элементами теории вероятностей и математической статистики. – М.: Высшая школа, 1972. – 481 с.
3. *Кудрявцев В.А., Демидович Б.П.* Краткий курс высшей математики. – М.: Высшая школа, 1986. – 656 с.
4. *Пискунов Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов. Т. 1-3. – М.: Наука, 1985. – 608 с.

5. *Ли У.* Техника подвижных систем связи: Пер. с англ. – М.: Радио и связь. 1985. – 382 с.
6. *Туляков Ю.М.* Пространственная надежность прохождения радиосигналов со сложной многолучевой структурой распространения в условиях города (на улицах и при проникновении в помещения) // Вестник нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. – 2010. – № 5, ч. 1. – С. 75-84.
7. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. – 2-е изд. – М.: Сов. радио,1974. – 552 с.
8. *Здухов Л.Н., Исаев А.П., Парфёнов Ю.В., Титов Б.А.* Методика оценки вероятности сбоев цифровых устройств при воздействии сверхкоротких электромагнитных импульсов // Журнал радиоэлектроники. – 2011. – № 5. – С. 6-12.
9. *Mojert C., Nitsch D., Friedhoff H., Maack J., Sabath F., Camp M., Garbe H.* UWB and EMP susceptibility of microprocessors and networks // 14th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on EMC, February 2001.
10. *Nitsch D., Bausen A., Maack J., Krzikalla R.* The Effects of HEMP and UWB Pulses on Complex Computer Systems // International Symposium on EMC, Zurich, 2005.
11. *Зиглин С.Л., Репецкая Л.В., Черепенин В.А.* Воздействие мощных электромагнитных колебаний на импульсные устройства // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2008. – Т. 13, № 6. – С. 16-17.
12. *Вдовин В.А., Кулагин В.В., Черепенин В.А*. Помехи и сбои при нетепловом воздействии короткого электромагнитного импульса на радиоэлектронные устройства // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2003. – Т. 8, № 1. – С. 64-73.
13. *Kohlberg I., Carter R.* Some theoretical considerations regarding the susceptibility of information systems to unwanted electromagnetic signals // 14th Int. Zurich Symposium on EMC, February 2001.
14. *Здухов Л., Парфенов Ю., Титов Б.* Вероятностный анализ устойчивости канала передачи данных к действию периодически повторяющейся импульсной помехи // Технологии ЭМС. – 2009. – № 1 (28). – С. 25-32.
15. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. – М.: Мир, 1977. – 485 с.
16. *Rice L.P.* Radio Transmission into Buildings at 35 and 150 mc // The Bell System Technical Journal. – 1965. January. – P. 1-21.
17. *William C.Y. Lee*. Mobile Cellular Telecommunications. Analog and Digital Systems, Second Edition. – International Editions, 1995. – 664 p.
18. *Туляков Ю.М., Абдалов В.В., Сорокина Е.В.* Обобщенная оценка передачи данных в системах подвижной связи // Электросвязь. – 2009. – № 1. – С. 37-43.
19. *Okumura J. et al.* Field strength and its variability in VHF and UHF land mobile radio service // Rev. Inst. Elec. Eng. – 1968. – Vol. 16, № 9-10.
20. Связь с подвижными объектами в диапазоне СВЧ / Под ред. У.К. Джейкса: Пер. с англ. / Под ред. М.С. Ярлыкова, М.В. Чернякова. – М.: Связь, 1979. – 520 с.
21. *Скляр Бернард.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – 2-е изд. испр.: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

REFERENCES

1. *Karasev A.I., Aksyutina Z.I., Savel'eva T.I.* Kurs vysshey matematiki dlya ekonomicheskikh vuzov [A course of higher mathematics for economic universities]. Moscow: Vysshaya shkola, 1982, Part 1, 1983, Part 2, 320 p.
2. *Markovich E.S.* Kurs vysshey matematiki s elementami teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistiki [A course of higher mathematics with elements of probability theory and mathematical statistics]. Moscow: Vysshaya shkola, 1972, 481 p.
3. *Kudryavtsev V.A., Demidovich B.P.* Kratkiy kurs vysshey matematiki [A brief course of higher mathematics]. Moscow: Vysshaya shkola, 1986, 656 p.
4. *Piskunov N.S.* Differentsial'noe i integral'noe ischislenie dlya vuzov [Differential and integral calculus for universities]. Vol. 1-3. Moscow: Nauka, 1985, 608 p.

5. *Li U.* Tekhnika podvizhnykh sistem svyazi [Technology of mobile communication systems], Translation from English. Moscow: Radio i svyaz'. 1985, 382 p.
6. *Tulyakov Yu.M.* Prostranstvennaya nadezhnost' prokhozhdeniya radiosignalov so slozhnoy mnogoluchevoy strukturoy rasprostraneniya v usloviyakh goroda (na ulitsakh i pri pro-niknovenii v pomeshcheniya) [The spatial reliability of the radio signals with complex multipath structure of the propagation conditions of the city (on the streets and in the penetration of the premises)], *Vestnik nizhegorodskogo gosudarstvennogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo* [Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod], 2010, No. 5, Part 1, pp. 75-84.
7. *Levin B.R.* Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki [Theoretical foundations of statistical radio engineering]. 2 nd ed. Moscow: Sov. radio, 1974, 552 p.
8. *Zdukhov L.N., Isaev A.P., Parfenov Yu.V., Titov B.A.* Metodika otsenki veroyatnosti sboev tsifrovykh ustroystv pri vozdeystvii sverkhkorotkikh elektromagnitnykh impul'sov [The method of estimating the probability of failure of digital devices when exposed to ultrashort electromagnetic pulses], *Zhurnal radioelektroniki* [Journal of radio electronics], 2011, No. 5, pp. 6-12.
9. *Mojert C., Nitsch D., Friedhoff H., Maack J., Sabath F., Camp M., Garbe H.* UWB and EMP susceptibility of microprocessors and networks, *14th International Zurich Symposium and Technical Exhibition on EMC*, February 2001.
10. *Nitsch D., Bausen A., Maack J., Krzikalla R.* The Effects of HEMP and UWB Pulses on Complex Computer Systems, *International Symposium on EMC*, Zurich, 2005.
11. *Ziglin S.L., Repetskaya L.V., Cherepenin V.A.* Vozdeystvie moshchnykh elektromagnitnykh kolebaniy na impul'snye ustroystva [The influence of powerful electromagnetic fluctuations in a pulsed device], *Elektromagnitnye volny i elektronnye sistemy* [Electromagnetic Waves and Electronic Systems], 2008, Vol. 13, No. 6, pp. 16-17.
12. *Vdovin V.A., Kulagin V.V., Cherepenin V.A.* Pomekhi i sboi pri neteplovom vozdeystvii korotkogo elektromagnitnogo impul'sa na radioelektronnye ustroystva [Interference and failures of non-thermal effects of a short electromagnetic pulse on electronic devices], *Elektromagnitnye volny i elektronnye sistemy* [Electromagnetic Waves and Electronic Systems], 2003, T. 8, No. 1, pp. 64-73.
13. *Kohlberg I., Carter R.* Some theoretical considerations regarding the susceptibility of information systems to unwanted electromagnetic signals, *14th Int. Zurich Symposium on EMC*, February 2001.
14. *Zdukhov L., Parfenov Yu., Titov B.* Veroyatnostnyy analiz ustoychivosti kanala peredachi dannykh k deystviyu periodicheski povtoryayushcheysya impul'snoy pomekhi [Probabilistic stability analysis of a data channel to the action of repetitive impulse noise], *Tekhnologii EMS* [Tehnologii Elektromagnitnoy Sovmestimosti], 2009, No. 1 (28), pp. 25-32.
15. Vychislitel'nye metody v elektrodinamike [Computational methods in electrodynamics], Under ed. R. Mitry. oscow M.: Mir, 1977, 485 p.
16. *Rice L.P.* Radio Transmission into Buildings at 35 and 150 mc, *The Bell System Technical Journal*, 1965. January, pp. 1-21.
17. *William C.Y. Lee*. Mobile Cellular Telecommunications. Analog and Digital Systems, Second Edition. International Editions, 1995, 664 p.
18. *Tulyakov Yu.M., Abdalov V.V., Sorokina E.V.* Obobshchennaya otsenka peredachi dannykh v sistemakh podvizhnoy svyazi [Summary evaluation of data transmission in mobile communication systems], *Elektrosvyaz*' [Electrosvyaz], 2009, No. 1, pp. 37-43.
19. *Okumura J. et al.* Field strength and its variability in VHF and UHF land mobile radio service, *Rev. Inst. Elec. Eng*., 1968, Vol. 16, No. 9-10.
20. Svyaz' s podvizhnymi ob"ektami v diapazone SVCh [Communication with mobile objects in the microwave range], Under ed. U.K. Dzheyksa: Translation from English, Under ed. M.S. Yarlykova, M.V. Chernyakova. Moscow: Svyaz', 1979, 520 p.
21. *Sklyar Bernard*. Tsifrovaya svyaz'. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primenenie [Digital communication. Theoretical basis and practical application]. 2nd izd. Translation from English. Moscow: Izdatel'skiy dom «Vil'yams», 2003, 1104 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н. М.Ю. Звездина.

Туляков Юрий Михайлович – Волго-вятский филиал московского технического университета связи и информатики (МТУСИ); e-mail: yu.m.tulyakov@rambler.ru; 603006, Нижний Новгород, ул, Ошарская, 15, к. 15; тел.: 89107901111; директор; к.т.н.; доцент.

Рузанов Павел Александрович – e-mail: pavelr70@mail.ru; 603106, Нижний Новгород, ул. генерала Ивлиева, 8, кв. 61; тел.: 89027893288; кафедра математических и естественнонаучных дисциплин; к.ф.-м.н.; доцент.

Tulyakov Yuri Mihaiylovich – Volga-Vyatka of Branch of the Moscow Technical University of Communications and Informatics (MTUCI); e-mail: yu.m.tulyakov@rambler.ru; 15–15, Osharskaja street, N. Novgorod, 603006, Russia; phone: +79107901111; director; cand. of eng. sc.; associate professor.

Ruzanov Pavel Alexandrovich – e-mail: pavelr70@mail.ru; 8–61, general Ivliev street, Nizhny Novgorod, 603106, Russia; phone: +79027893288; the department of mathematics and natural sciences; cand. of phys.-math. sc.; associate professor.

УДК 621.396

О.А. Беляев, А.С. Рябоконь

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ БЕСПРОВОДНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Во время разработки мобильных устройств разработчики сталкиваются с задачей выбора конкретных технических решений, при этом количество критериев, по которым производится оценка, тем выше, чем жестче требования к конечному продукту. Так выбор беспроводного модуля производится по критериям функциональности, удобства использования, энергопотребления, габаритов и конструктивных особенностей. Представлена методика оценки энергоэффективности различных беспроводных решений и приведен пример ее использования при выборе технологии беспроводной передачи данных для мобильного радиоэлектронного устройства. Трудность выбора заключается в том, что данных технической документации, предоставляемой производителем, не достаточно для адекватной оценки энергоэффективности и выбора того или иного беспроводного решения для конкретной задачи. Целью исследования является определение количественных показателей энергозатрат без макетирования с использованием дорогостоящих отладочных средств. Само понятие беспроводной технологии подразумевает не только особенности аппаратной реализации модуля или интегральной микросхемы трансивера, но и используемых протоколов передачи данных, свойства которых оказывают не меньшее влияние на результирующее энергопотребление проектируемого устройства. В существующих публикациях по данной тематике отсутствует комплексный подход к количественной оценке характеристик различных беспроводных технологий, который рассматривал бы каждое решение как совокупность аппаратных и программных средств. Предпринята попытка к формированию методики оценки энергоэффективности расчетным методом при минимальном наборе исходных данных, введены новые количественные показатели и проведена оценка с использованием этих показателей для различных вариантов организации персональной беспроводной сети на базе технологий Bluetooth и ANT. Полученные результаты были использованы в качестве критериев выбора беспроводного решения при проектировании комплекса кардиомониторирования и эргометрии на базе НТЦ «Техноцентр» ЮФУ.

Вычислительные платформы; беспроводные технологии; микроэлектроника; энергоэффективность.

A.O. Belyaev, A.S. Ryabokon

PARAMETRIC ANALYSIS OF WIRELESS TECHNOLOGY

During the development of mobile devices, developers are faced with the task of selecting the specific technical solutions, the number of criteria by which made the score, strongly depends on the requirements to the final product. So in the common case the choice of the wireless module