

УДК 681.5.015.4

Е.Ю. Зыбин**ОБ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В ЗАМКНУТОМ КОНТУРЕ В РЕЖИМЕ НОРМАЛЬНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ**

Работа посвящена исследованию условий идентифицируемости линейных динамических систем, функционирующих в замкнутом контуре в режиме нормальной эксплуатации. Известно, что многие теоретические результаты, полученные при идентификации разомкнутых систем, неприменимы для систем, замкнутых линейной обратной связью. Это связано с проблемами неидентифицируемости замкнутых систем и проблемами сходимости методов идентификации, разработанных для разомкнутых систем. Решение проблемы сходимости осуществляется за счет модификации методов идентификации с целью учета корреляций возмущений входных и выходных сигналов. Решение же проблемы неидентифицируемости без наличия априорной информации о системе или действующих на нее возмущениях осуществляется либо за счет подачи дополнительных внешних воздействий, либо за счет внесения изменений в регулятор. Оба способа приводят к изменению условий функционирования системы, поэтому известно утверждение, что достоверная идентификация замкнутых систем в режиме нормальной эксплуатации возможна только тогда, когда штатное входное воздействие не равно нулю и удовлетворяет определенным требованиям. Данное утверждение основано на исследованиях замкнутых систем управления, построенных без предкомпенсатора. В таких системах входной сигнал может быть произвольным, что и позволяет в некоторых случаях успешно идентифицировать систему без внесения изменений в систему управления. В работе исследуются задачи идентификации замкнутых систем, содержащих как регулятор в контуре обратной связи, так и предкомпенсатор в контуре прямой связи. Приводятся условия разрешимости задачи идентификации, условия идентифицируемости и формулы, описывающие множества неидентифицируемых моделей, полученных по результатам функционирования замкнутых систем в режиме нормальной эксплуатации. Показывается, что в общем случае, когда в системе управления присутствует предкомпенсатор, задача достоверной идентификации в режиме нормальной эксплуатации может быть неразрешима в принципе независимо от свойств входного сигнала.

Идентифицируемость; идентификация; замкнутые системы; режим нормальной эксплуатации.

E.Yu. Zybin**ON IDENTIFIABILITY OF CLOSED-LOOP LINEAR DYNAMICAL SYSTEMS UNDER NORMAL OPERATING CONDITIONS**

The work is devoted to the study of identifiability conditions of closed-loop linear dynamic systems under normal operating conditions. It is known that many of the theoretical results in the identification of open-loop systems do not apply to closed-loop systems with linear feedback. This is due to the unidentifiability and convergence problems closed-loop systems. The convergence problem is solved by modifying the method of identification in order to take into account correlations of disturbances of input and output signals. The unidentifiability problem without a priori information about the system or disturbances is solved either by supplying additional external signals or by changes in regulator. Both methods lead to a change in system processes, so the reliable identification of closed-loop systems under normal operating conditions is possible only when the nominal input is not zero and satisfies certain requirements. This statement is based on studies control systems without precompensator. In such systems, the input can be arbitrary, which makes it possible in some cases successfully identify system without making any changes to the control system. This paper investigates the identification problem of closed-loop systems containing a regulator in the feedback loop, and a precompensator in the direct loop. The conditions of

solvability of the identification problem, identifiability conditions and formulas describing the set of all unidentifiable models obtained. It is shown that in the general case, when the control system contains precompensator, reliable identification under normal operating conditions may be unsolvable in principle irrespective of the properties of the input signal.

Identifiability; identification; closed-loop systems; normal operating conditions.

Введение. Существуют задачи идентификации, когда получение единственного представителя модели в режиме нормальной эксплуатации невозможно, даже не смотря на полную наблюдаемость системы и доступность любого числа измерений. Известно, что к таким задачам относятся некоторые задачи идентификации систем в замкнутом контуре в режиме нормальной эксплуатации [1].

При решении таких задач зачастую нет возможности разомкнуть обратную связь вследствие того, что она является неотъемлемой частью исследуемой системы или по причинам безопасности, когда разомкнутый контур является неустойчивым или к системе предъявляются жесткие требования по невыходу ее параметров за некоторую заданную область. Кроме того, данные, полученные по результатам функционирования системы в замкнутом контуре, точнее отражают реальную ситуацию, по сравнению с данными, полученными при размыкании обратной связи [2].

Исследования условий идентифицируемости замкнутых систем проводились в два этапа. Первый этап относится к 60–70-х гг. прошлого столетия и посвящен исследованиям замкнутых систем следящего типа, характеризующим широкое распространение аналоговых систем управления. Наиболее полный обзор работ этого периода приведен в обзоре [3]. Основным результатом этого периода исследований в области идентифицируемости стал вывод о том, что идентификация замкнутых систем в режиме нормальной эксплуатации возможна только тогда, когда штатное входное воздействие не равно нулю и удовлетворяет определенным требованиям [4]. Поэтому дальнейшие исследования были направлены на обеспечение сходимости получаемых оценок параметров и разработку методик, позволяющих обеспечить идентифицируемость замкнутых систем [5].

Второй этап исследований идентифицируемости замкнутых систем относится к началу нашего столетия и длится до сих пор. Он связан с решением задач, в которых отсутствует необходимость точного определения параметров модели [6]. К таким задачам относятся задачи идентификации для управления, целью которых является получение аппроксимированных моделей систем в соответствии с критериями, согласованными с задачами последующего синтеза робастного управления [7]. Данная задача особенно актуальна при решении задачи реконфигурации управления при возникновении отказов, когда структура и параметры модели ВС существенно изменяются [8–11].

Идентификация замкнутых систем в условиях нормальной эксплуатации также дает возможность строить хорошие прогнозы, даже если характеристики объекта невозможно определить единственным образом [12, 13]. Известны результаты по достоверной прогнозируемости поведения неидентифицируемых систем. Так, в работе [14] показано, что поведение любой автономной линейной системы может быть точно спрогнозировано на любое число шагов единственным образом при любых ее параметрах и начальных условиях. Это позволяет решать задачи идентификации неидентифицируемых систем, путем описания всего множества решений, которое в последствие может быть оптимизировано в соответствии с дополнительными критериями.

Методы идентификации замкнутых систем. В зависимости от постановки задачи методы идентификации замкнутых систем разделяются на прямые, непрямые и комбинированные [15].

В прямых методах идентификация матриц динамики разомкнутой системы осуществляется напрямую по известным выходным и управляющим сигналам. Основным преимуществом прямых методов идентификации является отсутствие необходимости получения информации о системе управления и действующих на систему входных сигналов. Кроме того, не требуется линейность или стационарность системы управления. Основным недостатком метода является необходимость наличия достоверной информации о модели (структуре) возмущений для получения сходящихся оценок. Это условие является основным отличием от идентификации в разомкнутом контуре.

В непрямых методах сначала осуществляется идентификация замкнутой системы по данным входного и выходного сигнала. Затем с учетом наличия априорной информации о системе управления осуществляется оценка параметров разомкнутой системы. Сходимость оценок возможна даже без наличия достоверной информации о модели (структуре) возмущений, что является основным преимуществом непрямых методов. Для идентификации замкнутых систем могут быть использованы методы, разработанные для разомкнутых систем. Наиболее серьезным недостатком непрямых методов идентификации является априорное предположение о линейности системы управления, которое во многих практических ситуациях не выполняется. Ошибки в модели системы управления приводят к ошибкам оценки матриц разомкнутой динамики по матрицам замкнутой динамики.

В комбинированных методах идентификация разомкнутой системы и системы управления осуществляется по данным входных, выходных и управляющих сигналов. По сравнению с непрямими методами преимуществом является отсутствие необходимости наличия априорной информации о системе управления.

В настоящее время не существует универсального подхода к идентификации замкнутых систем. В каждом конкретном случае применяются разные модели, методы, методики и алгоритмы [3, 16–18].

Проблема идентифицируемости. В результате проведенных исследований выяснилось, что существование обратной связи приводит к появлению существенных особенностей решения задач идентификации. Это связано с проблемами неидентифицируемости замкнутых систем и проблемами сходимости методов идентификации, разработанных для разомкнутых систем.

Проблема сходимости оценок в замкнутом контуре возникает из-за корреляций возмущений на выходе объекта и в сигнале управления. Решение проблемы сходимости осуществляется за счет модификации методов идентификации для учета этой корреляции. Для улучшения сходимости оценок в замкнутый контур вводятся дополнительные измеряемые широкополосные шумы, некоррелированные с естественными шумами объекта управления [3].

Решение проблемы неидентифицируемости без наличия априорной информации о системе или действующих на нее возмущениях осуществляется либо за счет введения в систему дополнительных внешних воздействий, либо за счет изменения алгоритма функционирования системы управления [6, 19, 20].

Методики обеспечения идентифицируемости за счет изменения алгоритма функционирования системы управления включают в себя [3, 21]: полное или частичное размыкание контуров обратной связи; попеременное включение нескольких регуляторов с различными параметрами настройки; введение запаздывания в контур обратной связи; использование нелинейных или нестационарных регуляторов.

В зависимости от целей идентификации, режима работы системы, наличия априорной информации, применяемых методов и методик существует несколько определений понятия идентифицируемости замкнутых систем [21]: детерминированная, стохастическая, системная, структурная, параметрическая, по вероятности, по распределению, активная, пассивная, для анализа, для управления и т.д.

Такое большое число определений идентифицируемости и методов идентификации привело к ситуации, когда теоретические вопросы идентификации систем в замкнутом контуре являются хорошо изученными, а вопросы, связанные с практической реализацией алгоритмов, остаются до сих пор малопонятными [22].

Постановка задачи. Утверждение о возможности достоверной идентификации замкнутых систем в некоторых режимах нормальной эксплуатации основано на исследованиях замкнутых систем управления, построенных по принципу слежения за задающим воздействием. В таких системах входной сигнал может быть произвольным, что и позволяет в некоторых случаях успешно идентифицировать систему без внесения изменений в систему управления. Однако существуют такие системы управления, в которых накладываются определенные структурные ограничения на задающие воздействия, приводящие к принципиальной невозможности получения единственного решения задачи идентификации.

Рассмотрим далее задачу идентификации замкнутых систем, содержащих как регулятор в контуре обратной связи, так и предкомпенсатор в контуре прямой связи. В отличие от систем без предкомпенсатора, они характеризуются большей функциональностью, за счет возможности обеспечения независимых характеристик контуров ручного и автоматического управления. При этом вопросы идентифицируемости замкнутых систем с предкомпенсатором в режиме нормальной эксплуатации до сих пор не исследованы.

Необходимыми и достаточными условиями идентифицируемости неполностью наблюдаемых систем являются наблюдаемость системы по выходу и ее идентифицируемость по состоянию [23]. Поэтому для исследования условий идентифицируемости рассмотрим случай полностью наблюдаемой системы

$$x_{i+1} = Ax_i + Bu_i, \quad (1)$$

функционирующей в замкнутой системе управления вида

$$u_i = Kx_i + Gv_i, \quad (2)$$

где v, u, x – входной, управляющий и выходной сигналы; A, B – матрицы динамики разомкнутой системы; K, G – матрицы регулятора и предкомпенсатора. Подстановка (2) в (1) позволяет записать выражение, непосредственно связывающее входные и выходные сигналы

$$x_{i+1} = (A + BK)x_i + BGv_i = A_3x_i + B_3v_i, \quad (3)$$

где A_3, B_3 – матрицы динамики замкнутой системы.

Запишем выражения (1) – (3) в матричном виде

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= AX_i + BU_i \\ U_i &= KX_i + GV_i, \end{aligned} \quad (4)$$

$$X_{i+1} = (A + BK)X_i + BGV_i = A_3X_i + B_3V_i, \quad (5)$$

где $V_i = [v_i \ \cdots \ v_{i+t}]$, $U_i = [u_i \ \cdots \ u_{i+t}]$, $X_i = [x_i \ \cdots \ x_{i+t}]$, $X_{i+1} = [x_{i+1} \ \cdots \ x_{i+t+1}]$, t – некоторое число измерений, достаточное для анализа идентифицируемости системы.

Для решения матричных уравнений воспользуемся результатами работ [24, 25], где показано, что линейное матричное уравнение вида $XA = B$ разрешимо относительно X тогда и только тогда, когда выполняется условие разрешимости

$$B\bar{A}^R = 0, \quad (6)$$

при этом все множество решений с минимальной параметризацией определяется формулой

$$X = \begin{bmatrix} B\tilde{A}^R & \Upsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}^L \\ \bar{A}^L \end{bmatrix} = B\tilde{A} + \Upsilon\bar{A}^L, \quad (7)$$

где Υ – произвольная матрица; \bar{A}^L , \bar{A}^R – левый и правый делители нуля максимального ранга матрицы A ; \tilde{A}^L , \tilde{A}^R , $\tilde{A} = \tilde{A}^R \tilde{A}^L$ – левый, правый и сводный делители единицы (канонизаторы) матрицы A , определяемые с помощью канонического разложения

$$A = \begin{bmatrix} \tilde{A}^L \\ \bar{A}^L \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{A}^R & \bar{A}^R \end{bmatrix}^{-1}. \quad (8)$$

Каноническое разложение (8) имеет в общем случае неединственный вид и фактически формализует прямые и обратные преобразования Гаусса.

Далее в зависимости от используемого метода исследуются задачи идентификации матриц динамики разомкнутой A, B , замкнутой A_3, B_3 системы, а также матриц системы управления K, G .

Прямой метод идентификации. Предполагаются известными матрицы управляющих U и выходных X сигналов. Необходимо идентифицировать матрицы динамики разомкнутой системы A, B . Уравнение задачи идентификации прямым методом имеет вид уравнения

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ U_i \end{bmatrix} = X_{i+1}.$$

Условие разрешимости задачи идентификации запишем в соответствии с (6):

$$X_{i+1} \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ U_i \end{bmatrix}}^R = 0.$$

Множество матриц динамики разомкнутой системы согласно (7) имеет вид

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} = X_{i+1} \begin{bmatrix} X_i \\ U_i \end{bmatrix} + \Upsilon \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ U_i \end{bmatrix}}^L,$$

откуда условие идентифицируемости матриц динамики разомкнутой системы может быть сформулировано в виде отсутствия зависимых строк у матрицы

$$\overline{\begin{bmatrix} X_i \\ U_i \end{bmatrix}}^L = 0. \quad (9)$$

Тогда при выполнении условия (9) единственное решение задачи идентификации будет иметь вид

$$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} = X_{i+1} \begin{bmatrix} X_i \\ U_i \end{bmatrix}.$$

Полученное условие идентифицируемости (9) является общим для разомкнутых и замкнутых систем и никак не учитывает структуру системы управления. Для определения условий существования левого делителя нуля подставим выражение для системы управления (4) в (9):

$$\begin{bmatrix} X_i \\ U_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix},$$

тогда условие идентифицируемости замкнутой системы примет вид делителя нуля произведения блочных матриц

$$\overline{\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L = 0. \quad (10)$$

Согласно [26] представим делитель нуля произведения в виде суммы матриц

$$\overline{\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L = \Pi \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L \overline{\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix}}^R \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L \begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix} + \mathbf{H} \overline{\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix}}^L,$$

где Π, \mathbf{H} – произвольные матрицы. Из полученного выражения следует, что для существования делителя нуля (10) необходимо и достаточно обеспечить существование делителей нуля блочных матриц входных и выходных переменных

$$\overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L = 0 \quad (11)$$

и системы управления

$$\overline{\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix}}^L = 0. \quad (12)$$

Первое условие (11) не зависит от параметров системы управления и характеризует идентифицируемость матриц динамики замкнутой системы (3). Второе условие (12) характеризует влияние системы управления на идентифицируемость матриц динамики разомкнутой системы. Запишем уравнение для определения делителя нуля блочной матрицы

$$[Z \quad Q] \begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix} = 0,$$

которое распадается на два независимых уравнения $Z + QK = 0$ и $QG = 0$.

Запишем множество решений второго уравнения $Q = M\bar{G}^L$, где M – произвольная матрица, и подставим его в первое. Тогда можем записать $Z = -M\bar{G}^L K$, откуда следует выражение для делителя нуля

$$\overline{\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix}}^L = [Z \quad Q] = [-M\bar{G}^L K \quad M\bar{G}^L] = M\bar{G}^L [-K \quad I],$$

который не существует только при выполнении условия

$$\bar{G}^L = 0, \quad (13)$$

характеризующего отсутствие нулевых и зависимых строк у матрицы предкомпенсатора.

Непрямой метод идентификации. Предполагаются известными матрицы регулятора K , предкомпенсатора G , входных V и выходных X сигналов. Необходимо идентифицировать матрицы динамики разомкнутой A, B и замкнутой A_3, B_3 системы.

Уравнение задачи идентификации матриц динамики замкнутой системы

$$X_{i+1} = [A + BK \quad BG] \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}$$

разрешимо при выполнении условия

$$X_{i+1} \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^R = 0.$$

Тогда множество идентифицируемых матриц динамики замкнутой системы имеет вид

$$[A + BK \quad BG] = X_{i+1} \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix} + \Phi \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L, \quad (14)$$

где Φ – произвольная матрица. Заметим, что условие идентифицируемости матриц динамики замкнутой системы совпадают с условием (11), полученным для прямых методов. Представим левую часть выражения (14) в виде произведения блочных матриц

$$[A \quad B] \begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix} = X_{i+1} \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix} + \Phi \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L, \quad (15)$$

тогда условие разрешимости задачи идентификации матриц динамики разомкнутой системы будет иметь вид

$$\left(X_{i+1} \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix} + \Phi \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L \right) \overline{\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix}}^R = X_{i+1} \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{G}^R \end{bmatrix} + \Phi \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{G}^R \end{bmatrix} = 0,$$

а искомое множество матриц динамики разомкнутой системы определяется выражением

$$[A \quad B] = \left(X_{i+1} \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix} + \Phi \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^L \right) \begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix} + \Theta \overline{\begin{bmatrix} I & 0 \\ K & G \end{bmatrix}}^L,$$

где Θ – произвольная матрица. При этом условие идентифицируемости матриц динамики разомкнутой системы также совпадает с условием (12), полученным для прямых методов.

Комбинированный метод идентификации. Предполагаются известными матрицы входных V и выходных X сигналов. Необходимо идентифицировать матрицы регулятора K , предкомпенсатора G , динамики разомкнутой A, B и замкнутой A_s, B_s системы.

Идентификация комбинированным методом осуществляется в два этапа. На первом решается задача идентификации матриц системы управления

$$[K \quad G] \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix} = U_i,$$

для чего проверяется условие разрешимости

$$U_i \overline{\begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix}}^R = 0,$$

и записывается множество идентифицированных матриц системы управления

$$[K \ G] = U_i \begin{bmatrix} X_i \\ V_i \end{bmatrix} + \Psi \begin{bmatrix} \overline{X_i} \\ \overline{V_i} \end{bmatrix}^L, \quad (16)$$

где Ψ – произвольная матрица. При этом условие идентифицируемости матриц системы управления совпадает с условиями идентифицируемости матриц замкнутой динамики (11).

На втором этапе решается задача методом не прямой идентификации (15) с учетом идентифицированных матриц системы управления (16) и условий идентифицируемости матриц динамики разомкнутой системы (12).

Выводы. В результате проведенных исследований прямыми, непрямыми и комбинированными методами задачи идентификации замкнутых систем, содержащих как регулятор в контуре обратной связи, так и предкомпенсатор в контуре прямой связи, получены условия разрешимости задач идентификации, условия идентифицируемости и формулы, описывающие множества неидентифицируемых моделей, полученных по результатам функционирования замкнутых систем в режиме нормальной эксплуатации. Показывается, что в отличие от замкнутых следящих систем, где идентифицируемость в некоторых режимах нормальной эксплуатации возможна, в системах с предкомпенсатором задача достоверной идентификации матриц разомкнутой динамики в режиме нормальной эксплуатации может быть неразрешима в принципе, независимо от используемого метода идентификации и свойств входного сигнала. Доказывается, что необходимыми и достаточными условиями идентифицируемости является идентифицируемость матриц замкнутой динамики (11), а также отсутствие зависимых строк у матрицы предкомпенсатора (13). При невыполнении последнего условия для обеспечения идентифицируемости систем в режиме нормальной эксплуатации единственным способом остается учет априорной информации о параметрах и структуре системы, а также моделях возмущений. Какие бы мы сигналы не подавали на вход предкомпенсатора с зависимыми строками, мы всегда будем получать множество идентифицируемых моделей.

При неидентифицируемости системы, все проблемы, вызванные корреляцией возмущений, становятся вторичными. При решении задачи идентификации замкнутой системы в первую очередь необходимо удостовериться в принципиальной возможности получения единственного решения. Только после этого планировать эксперимент и искать такой метод идентификации, который обеспечивает сходимость. Иначе получить достоверные оценки матриц разомкнутой динамики, обрабатывая плохо обусловленные данные, невозможно.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Райбман Н.С., Чадеев В.М. Области применения различных методов идентификации // Автоматика и телемеханика. – 1969. – № 6. – С. 203-204.
2. Shardt Y., Huang B. Closed-loop identification condition for ARMAX models using routine operating data // Automatica. – 2011. – Vol. 47, No. 7. – P. 1534-1537.
3. Gustavsson I., Ljung L., Soderstrom T. Identification of processes in closed loop – identifiability and accuracy aspects // Automatica. – 1977. – Vol. 13, No. 1. – P. 59-75.
4. Ротач В.Я. По поводу работ, связанных с идентификацией объектов в условиях их нормального функционирования // Автоматика и телемеханика. – 1969. – № 6. – С. 201-202.
5. Eykhoff P. Trends and progress in system identification: IFAC Series for Graduates, Research Workers & Practising Engineers. – Burlington. Elsevier Science. 2014. – 418 p.
6. Hjalmarsson H. From experiment design to closed-loop control // Automatica. – 2005. – Vol. 41, No. 3. – P. 393-438.
7. Van den Hof, P.M.J, and R.J.P. Schrama. Identification and control - closed-loop issues // Automatica. – 1995. – Vol. 31, No. 12. – P. 1751-1770.

8. Косьянчук В.В. Контроль и диагностирование подсистем в замкнутом контуре управления // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2004. – № 1. – С. 67-76.
9. Зыбин Е.Ю., Косьянчук В.В. Аналитический синтез многосвязных отказоустойчивых систем управления с упрощенной схемной реализацией // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2010. – № 1. – С. 108-117.
10. Косьянчук В.В., Константинов С.В., Колодяжная Т.А., Редько П.Г., Кузнецов И.П. Перспективный облик отказоустойчивых цифровых систем управления маневренных ЛА // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. – 2010. – № 2. – С. 20-27.
11. Косьянчук В.В., Гласов В.В. Синтез алгоритмов реконфигурации систем управления инвариантных к режимам полета // Авиакосмическое приборостроение. – 2010. – № 11. – С. 18-26.
12. Зыбин Е.Ю. Об идентификации и моделировании некоторых дискретных систем // Сборник трудов Второй традиционной всероссийской молодежной летней школы "Управление, информация и оптимизация". – М.: ИПУ РАН, 2010. – С. 64-74.
13. Зыбин Е.Ю., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. О решении задачи идентификации линейных дискретных систем методом канонизации // Вестник ИГЭУ. – 2005. – № 5. – С. 192-196.
14. Зыбин Е.Ю., Косьянчук В.В. Об абсолютной прогнозируемости линейных автономных дискретных динамических систем в пространстве состояний // Актуальные вопросы исследований в авионике: теория, обслуживание, разработки: сб. тезисов докл. II Всероссийской научно-практической конференции «АВИАТОР», Воронеж, 11-13 февраля 2015 г. – Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2015. – С. 127-130.
15. Ljung L. System identification: theory for the user. Upper Saddle River, N.J., Prentice Hall, 1999. – 609 p.
16. Ljung L. Prediction error estimation methods // Circuits, systems, and signal processing. – 2002. – Vol. 21, No. 1. – P. 11-21.
17. Van der Veen G., van Wingerden J.-W., Bergamasco M., Lovera M., Verhaegen M. Closed-loop subspace identification methods: an overview // IET Control Theory & Applications. – 2013. – Vol. 7, No. 10. – P. 1339-1358.
18. Chiuso A.; Giorgio P. Prediction error vs. subspace methods in closed-loop identification // Proc. of the 16th IFAC World Congress, Czech Republic, Prague 2005. – P. 84.
19. Gevers M., Bombois X., Hildebrand R., Solari G. Optimal experiment design for open and closed-loop system identification // Communications in Information and Systems. – 2011. – Vol. 11. – P. 197-224.
20. Qian J., Dufour P., Nadri M., Morosan P.D. Closed loop optimal experiment design for on-line parameter estimation // Proc. of the 13th European Control Conference (ECC). – Strasbourg, France, 2014. – P. 1813-1818.
21. Nguyen V.V., Wood E.F. Review and unification of linear identifiability concepts // SIAM Review. – 1982. – Vol. 24, No. 1. – P. 34-51.
22. Jorgensen S B., Lee J.H. Recent advances and challenges in process identification // Proc. of the Sixth International Conference on Chemical Process Control, Tucson, 2002. – P. 55-74.
23. Петров Б.Н. Теряев Е.Д., Шамриков Б.М. Условия параметрической идентифицируемости управляемых объектов в разомкнутых и замкнутых автоматических системах // Техническая кибернетика. – 1977. – № 2. – С. 160-175.
24. Зыбин Е.Ю., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. О минимальной параметризации решений линейных матричных уравнений // Вестник ИГЭУ. – 2004. – № 6. – С. 127-131.
25. Зыбин Е.Ю., Косьянчук В.В. Синтез системы управления многосвязного объекта на основе технологии вложения // Автоматика и телемеханика. – 2002. – № 8. – С. 22-36.
26. Буков В.Н., Рябченко В.Н., Зыбин Е.Ю. Делители нуля произведения матриц и их использование при исследовании билинейных уравнений // Вестник Киевского ун-та. (Физико-математические науки). – 2004. – Вып. 2. – С. 24-33.

REFERENCES

1. Raybman N.S., Chadeev V.M. Oblasti primeneniya razlichnykh metodov identifikatsii [The field of application of various methods for the identification], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1969, No. 6, pp. 203-204.
2. Shardt Y., Huang B. Closed-loop identification condition for ARMAX models using routine operating data, *Automatica*, 2011, Vol. 47, No. 7, pp. 1534-1537.
3. Gustavsson I., Ljung L., Soderstrom T. Identification of processes in closed loop – identifiability and accuracy aspects, *Automatica*, 1977, Vol. 13, No. 1, pp. 59-75.

4. Rotach V.Ya. Po povodu rabot, svyazannykh s identifikatsiyey ob"ektov v usloviyakh ikh normal'nogo funktsionirovaniya [Regarding the work related to identification of objects in terms of their normal functioning], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1969, No 6, pp. 201-202.
5. Eykhoff P. Trends and progress in system identification: IFAC Series for Graduates, Research Workers & Practising Engineers. Burlington. Elsevier Science. 2014, 418 p.
6. Hjalmarsson H. From experiment design to closed-loop control, *Automatica*, 2005, Vol. 41, No. 3, pp. 393-438.
7. Van den Hof, P.M.J. and R.J.P. Schrama. Identification and control - closed-loop issues, *Automatica*, 1995, Vol. 31, No. 12, pp. 1751-1770.
8. Kos'yanchuk V.V. Kontrol' i diagnostirovanie podsistem v zamknutom konture upravleniya [Control and diagnostic subsystems in closed-loop control], *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya* [Journal of Computer and Systems Sciences International], 2004, No. 1, pp. 67-76.
9. Zybin E.Yu., Kos'yanchuk V.V. Analiticheskiy sintez mnogosvyaznykh otkazoustoychivyykh sistem upravleniya s uproshchennoy skhemnoy realizatsiyey [Analytical synthesis of multiply-connected fault-tolerant control systems with a simplified circuit implementation], *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Teoriya i sistemy upravleniya* [Journal of Computer and Systems Sciences International], 2010, No. 1, pp. 108-117.
10. Kos'yanchuk V.V., Konstantinov S.V., Kolodyazhnaya T.A., Red'ko P.G., Kuznetsov I.P. Perspektivnyy oblik otkazoustoychivyykh tsifrovyykh sistem upravleniya manevrennykh LA [Promising the appearance of fault-tolerant digital control systems maneuverable LA], *Polet. Obshcherossiyskiy nauchno-tekhnicheskiy zhurnal* [Polet. All-Russian scientific-technical journal], 2010, No. 2, pp. 20-27.
11. Kos'yanchuk V.V., Glasov V.V. Sintez algoritmov rekonfiguratsii sistem upravleniya invariantnykh k rezhimam poleta [Synthesis of reconfiguration algorithms of invariant control systems to flight modes], *Aviakosmicheskoe priborostroenie* [Aerospace Instrumentation], 2010, No. 11, pp. 18-26.
12. Zybin E.Yu. Ob identifikatsii i modelirovanii nekotorykh diskretnyykh sistem [On the identification and modeling of some discrete systems], *Sbornik trudov Vtoroy traditsionnoy vserossiyskoy molodezhnoy letney shkoly "Upravlenie, informatsiya i optimizatsiya"* [Proceedings of the Second traditional all-Russia youth summer school "Control, information and optimization"]. Moscow: IPU RAN, 2010, pp. 64-74.
13. Zybin E.Yu., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. O reshenii zadachi identifikatsii lineynykh diskretnyykh sistem metodom kanonizatsii [On the solution of the problem of identification of linear discrete systems by the method of canonization], *Vestnik IGEU* [Vestnik IGEU], 2005, No. 5, pp. 192-196.
14. Zybin E.Yu., Kos'yanchuk V.V. Ob absolyutnoy prognoziruemosti lineynykh avtonomnykh diskretnyykh dinamicheskikh sistem v prostranstve sostoyaniy [About absolute predictability of the linear Autonomous discrete dynamical systems in state space], *Aktual'nye voprosy issledovaniy v avionike: teoriya, obsluzhivanie, razrabotki: sb. tezisov dokl. II Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «AVIATOR», Voronezh, 11-13 fevralya 2015 g* [Current issues of research in avionics: theory, maintenance, development: book of abstracts II all-Russian scientific-practical conference "the AVIATOR", Voronezh, 11-13 February 2015]. Voronezh: VUNTs VVS «VVA», 2015, pp. 127-130.
15. Ljung L. System identification: theory for the user. Upper Saddle River, N.J., Prentice Hall, 1999, 609 p.
16. Ljung L. Prediction error estimation methods, *Circuits, systems, and signal processing*, 2002, Vol. 21, No. 1, pp. 11-21.
17. Van der Veen G., van Wingerden J.-W., Bergamasco M., Lovera M., Verhaegen M. Closed-loop subspace identification methods: an overview, *IET Control Theory & Applications*, 2013, Vol. 7, No. 10, pp. 1339-1358.
18. Chiuso A.; Giorgio P. Prediction error vs. subspace methods in closed-loop identification, *Proc. of the 16th IFAC World Congress, Czech Republic, Prague 2005*, pp. 84.
19. Gevers M., Bombois X., Hildebrand R., Solari G. Optimal experiment design for open and closed-loop system identification, *Communications in Information and Systems*, 2011, Vol. 11, pp. 197-224.

20. Qian J., Dufour P., Nadri M., Morosan P.D. Closed loop optimal experiment design for on-line parameter estimation, *Proc. of the 13th European Control Conference (ECC)*. Strasbourg, France, 2014, pp. 1813-1818.
21. Nguyen V.V., Wood E.F. Review and unification of linear identifiability concepts, *SIAM Review*, 1982, Vol. 24, No. 1, pp. 34-51.
22. Jorgensen S.B., Lee, J.H. Recent advances and challenges in process identification, *Proc. of the Sixth International Conference on Chemical Process Control, Tucson, 2002*, pp. 55-74.
23. Petrov B.H. Teryaev E.D., Shamrikov B.M. Usloviya parametricheskoy identifikatsionnosti upravlyaemykh ob"ektov v razomknutykh i zamknutykh avtomaticheskikh sistemakh [Conditions for parametric identifiability of managed objects in open-loop and closed-loop automatic systems], *Tekhnicheskaya kibernetika* [Engineering Cybernetics], 1977, No. 2, pp. 160-175.
24. Zybin E.Yu., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. O minimal'noy parametrizatsii resheniy lineynykh matrichnykh uravneniy [Minimal parametrization of solutions of linear matrix equations], *Vestnik IGEU* [Vestnik IGEU], 2004, No. 6, pp. 127-131.
25. Zybin E.Yu., Kos'yanchuk V.V. Sintez sistemy upravleniya mnogosvyaznogo ob"ekta na osnove tekhnologii vlozheniya [The synthesis of control systems multivariable object-based technology attachment], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 2002, No. 8, pp. 22-36.
26. Bukov V.N., Ryabchenko V.N., Zybin E.Yu. Deliteli nulya proizvedeniya matrits i ikh ispol'zovanie pri issledovanii bilineynykh uravneniy [Zero divisors of a product of matrices and their use in the study of bilinear equations], *Vestnik. Kievskogo un-ta. (Fiziko-matematicheskie nauki)* [Bulletin of Kiev University. (Physics and mathematics)], 2004, Issue 2, pp. 24-33.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.Х. Пшихопов.

Зыбин Евгений Юрьевич – ФУП «Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем»; e-mail: ezybin@2100.gosniias.ru; 125319, г. Москва, ул. Викторенко, 7; тел.: +74997590069; к.т.н.; старший научный сотрудник.

Zybin Eugene Yuryevich – FGUP «State Research Institute of Aviation Systems»; e-mail: ezybin@2100.gosniias.ru; 7, Viktorenko street, Moscow, 125319, Russia; phone: +74997590069; cand. of eng. sc.; senior researcher.