

УДК 004.272.43

А.Э. Саак, В.В. Курейчик**О КАЧЕСТВЕ ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ПОЛИЭДРАЛЕЙ
ТОЧНЫХ ФОРМ***

Для управления распределением вычислительно-временных ресурсов Grid-систем в качестве теоретической основы алгоритмического обеспечения диспетчирования с полиномиальной трудоёмкостью определена среда ресурсных прямоугольников, в которой массивы заявок пользователей классифицируются на круговой, гиперболический и параболический квадратичные типы. Рассматриваются Grid-системы централизованной архитектуры с мульти-сайтным диспетчированием. Для оценки качества диспетчирования эвристических алгоритмов используется неевклидова эвристическая мера, учитывающая как площадь, так и форму занятой ресурсной области. Возможный минимум эвристической меры достигается при укладке в квадратную оболочку, не содержащую пустот. Адаптированность эвристических полиномиальных алгоритмов была показана для кругового типа линейных полиэдралей, оптимальная укладка которых в минимальный объемлющий квадрат содержала пустоты. Определяются линейные полиэдры ресурсных прямоугольников, для которых существует квадратная ресурсная оболочка, не имеющая пустот, называемые линейными полиэдралами точной формы и расширяется понятие кругового типа линейных полиэдралей. Цель работы исследовать адаптированность полиномиальных алгоритмов для класса линейных полиэдралей с безпустотной квадратной ресурсной оболочкой. Анализируются линейные полиэдры, индуцированные элементами совершенного квадрирования квадрата. Минимальный порядок совершенного простого и совершенного составного квадрирования квадрата индуцирует две линейные полиэдры, минимальный размер квадрата совершенного простого квадрирования индуцирует три линейные полиэдры. Для указанных линейных полиэдралей проводится диспетчирование и вычисляются эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого, уровневого, углового уровневого и алгоритма последовательных приближений. Показывается сохранение свойства адаптированности исследуемых полиномиальных алгоритмов для линейных полиэдралей точных форм кругового типа.

Линейные полиэдры точных форм; линейные полиэдры кругового типа; Grid-система; диспетчирование; неевклидова эвристическая мера; полиномиальная трудоёмкость алгоритма; квадрование квадрата; начально-кольцевой алгоритм; уровневый алгоритм; угловой уровневый алгоритм; алгоритм последовательных приближений.

A.E. Saak, V.V. Kureichik**TO QUALITY OF PRECISELY FORMED LINEAR POLYEDRALS
SCHEDULING**

For Grid system' time and computing resources scheduling as the theoretical base of the algorithmic supply of scheduling with polynomial complexity the resource rectangle environment is defined, in which arrays of user tasks are classified to circular, hyperbolic and parabolic square types. The Grid systems of centralized architecture with multisite scheduling are considered. The Non-Euclidean heuristic measure which considers both the square and the shape of occupied resource area is used for heuristic algorithms quality assessment. The possible minimum of the heuristic measure is reached through packing into a square enclosure without emptiness. The heuristic polynomial algorithm' adaptability was showed for linear polyedrals of circular type which were optimally packed into the comprehensive minimum square with emptiness. In the paper the linear polyedrals of resource rectangles are defined for which the square resource enclosure without emptiness exists. The polyedrals are denoted as the ones of precise shape. Also the notion of circular-type linear polyedrals is extended in the paper. The aim of the paper is to study adaptability of polynomial algorithms for the class of linear polyedrals with square resource en-

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-11-00242) в Южном федеральном университете.

closure which doesn't have any empty spaces. The linear polyedrals induced by the elements of perfect square squaring are analyzed. A minimal degree of perfect simple square squaring and perfect complex square squaring induces two linear polyedrals. A minimal size of a square of perfect simple squaring induces three linear polyedrals. The linear polyedrals are scheduled then and the heuristic measure indicators for the resource enclosures created by an initial ring algorithm, level algorithm, angular-level algorithm and successive approximation algorithm are calculated. In the paper we prove that considered polynomial algorithms retain their adaptedness characteristic when used for precisely-formed circular-type linear polyedrals.

Precisely-formed linear polyedrals; circular-type linear polyedrals; Grid system; scheduling; Non-Euclidean heuristic measure; polynomial complexity of an algorithm; square squaring; initial ring algorithm; level algorithm; angular-level algorithm; successive approximation algorithm.

Введение. Для управления распределением вычислительно-временных ресурсов Grid- систем в качестве теоретической основы алгоритмического обеспечения диспетчирования с полиномиальной трудоемкостью в [1–4] определена среда ресурсных прямоугольников. Grid-системы, состоящие из сайтов, содержащих параллельные системы [5–8], могут быть централизованной, иерархической, распределённой архитектуры [5–13]. В централизованной структуре центральный диспетчер осуществляет диспетчерское решение, обладая всей информацией о вычислительных ресурсах и многопроцессорных задачах (системы управления ресурсами централизованной структуры KOALA, EGEE WMS, PlanetLab [14]). При этом, в зависимости от способа объединения ресурсов для решения задачи различают одно-сайтное диспетчирование и мульти-сайтное диспетчирование [9], характеризующееся возможностью выполнения задачи на нескольких сайтах одновременно (системы управления ресурсами, поддерживающие ко-аллокацию KOALA, GARA, GridARS [15]). Рассматриваются Grid-диспетчеры централизованной архитектуры с мульти-сайтным диспетчированием [16].

Постановка задачи. При представлении заявки пользователя для обслуживания диспетчером Grid-системы ресурсным прямоугольником горизонтальное и вертикальное измерения, соответственно, принимаются равными числу единиц ресурса процессоров и времени, требуемому для обработки [20]. Символом $[a(j), b(j)]$ обозначается j -я заявка, требующая $a(j)$ единиц процессоров и $b(j)$ единиц времени.

Для массивов заявок пользователей Grid-систем, представляемых множеством ресурсных прямоугольников (линейными полиэдрами ресурсных прямоугольников), предложена и разработана классификация на круговой, гиперболический и параболический квадратичные типы [1–4].

В [1–4, 17] для требований кругового квадратичного типа предложены и исследованы полиномиально трудоёмкие алгоритмы распределения ресурсов, адаптированные под данный тип массива заявок.

В качестве примера массива кругового типа в предыдущих работах [2–4, 17] использовалось множество ресурсных квадратов, со сторонами, равными последовательным натуральным числам, начиная с единицы. Оптимальная укладка по минимуму площади объемлющего квадрата для последовательности натуральных квадратов содержит пустоты [18, 19].

Интерес представляет поведение эвристических алгоритмов на множествах ресурсных прямоугольников с оптимальной укладкой в квадратную оболочку, не содержащую пустот. В данной статье изучается частный случай ресурсных прямоугольников- ресурсные квадраты, когда множество тестируемых квадратов имеет безпустотную оптимальную упаковку. В качестве модельных примеров исследуется диссекция квадрата (разбиения квадрата без пустот на меньшие квадраты).

Цель работы исследовать адаптированность полиномиальных алгоритмов для множеств ресурсных прямоугольников (квадратов), имеющих при оптимальной укладке безпустотную квадратную ресурсную оболочку.

Точные формы линейных полиэдралей ресурсных прямоугольников.

Линейная полиэдраль ресурсных прямоугольников, для которой существует квадратная ресурсная оболочка, не имеющая пустот, называется *точной формы*. Примером являются линейные полиэдры элементов квадрирования квадрата (диссекции) [21–23]. Согласно определениям [23], квадрирование квадрата называется *совершенным* порядка k , если квадрат пересекается (от англ.яз. – *dissection*) на конечное число k разных квадратов. Квадрирование квадрата, содержащее меньший прямоугольник или квадрат, пересекаемый на квадраты, называется *совершенным составным* порядка k , иначе *совершенным простым* порядка k . Минимальный порядок совершенного простого и совершенного составного квадрирования квадрата получен в [21] (одно совершенное простое квадрирование квадрата порядка 21) и [22] (одно совершенное составное квадрирование квадрата порядка 24). Минимальный размер квадрата совершенного простого квадрирования приведён в [23] (два совершенных простых квадрирования квадрата порядка 22 и одно совершенное простое квадрирование квадрата порядка 23). На этих пяти наборах элементов квадрирования квадрата проиллюстрируем новые положения среды ресурсных прямоугольников.

Расширим определение линейной полиэдраль ресурсных прямоугольников $\bigcup_{j=0}^{k-1} [a(j), b(j)]$ кругового типа, данное в [2, 4], которое будем относить к *сильно выраженному круговому типу*. Текущей линейной полиэдралью ресурсных прямоугольников $\bigcup_{j=0}^{\tilde{j}} [a(j), b(j)]$ будем называть часть линейной полиэдраль от начального $[a(0), b(0)]$ до текущего $[a(\tilde{j}), b(\tilde{j})]$ ресурсного прямоугольника, $\tilde{j} = 1, 2, \dots, k-1$. Текущей хордой линейной полиэдраль будем называть линейную функцию, определяемую левой верхней вершиной и правой нижней вершиной текущей линейной полиэдраль. Линейную полиэдраль ресурсных прямоугольников будем называть *кругового типа*, если все ресурсные прямоугольники сравнимы [2,4] и левый отсчёт каждого текущего ресурсного прямоугольника $[a(\tilde{j}), b(\tilde{j})]$, $\tilde{j} = 1, 2, \dots, k-1$ расположен над соответствующей текущей хордой. Отметим, что все пять линейных полиэдраль точных форм, индуцированных элементами квадрирования квадрата, относятся к круговому типу.

Диспетчеризация линейных полиэдраль точных форм. Для оценки качества диспетчеризации эвристических алгоритмов в [4], была предложена неэвклидова эвристическая мера, учитывающая как площадь, так и форму занятой ресурсной области. Возможный минимум эвристической меры, равный $1/2$, достигается при безпустотной укладке в квадрат.

Определим эвристические меры ресурсных оболочек, получаемых при диспетчеризации линейных полиэдраль точных форм кругового типа полиномиальными алгоритмами [4]: начально-кольцевым, уровневым, угловым уровневым и алгоритмом последовательных приближений.

Линейные полиэдры, индуцированные совершенным простым квадрированием квадрата, обозначим следующим образом: порядка 21-линейная полиэдраль **I**, две порядка 22-линейные полиэдры **II** и **III**, порядка 23-линейная полиэдраль **IV**. Линейную полиэдраль, индуцированную совершенным составным квадрированием квадрата порядка 24 назовём линейная полиэдраль **V**.

Построения начально-кольцевым алгоритмом для линейных полиэдралей I-V приведены на рис. 1–5.

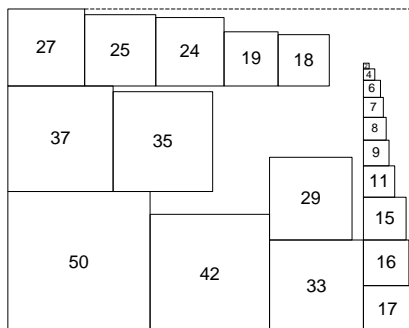


Рис. 1. Укладка линейной полиэдралей I начально-кольцевым алгоритмом

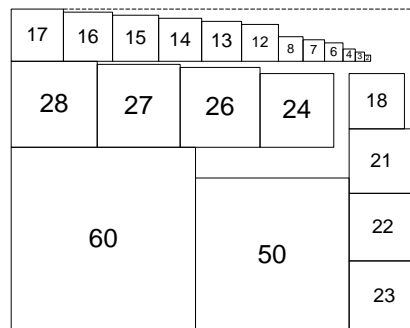


Рис. 2. Укладка линейной полиэдралей II начально-кольцевым алгоритмом

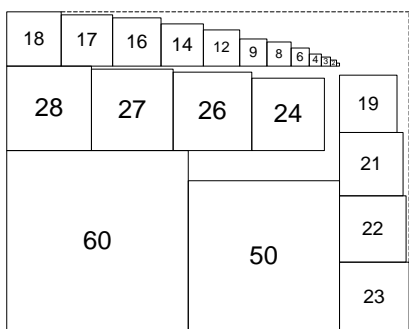


Рис. 3. Укладка линейной полиэдралей III начально-кольцевым алгоритмом

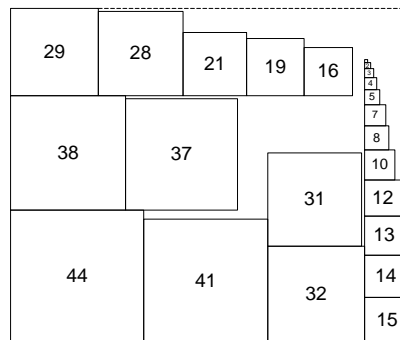


Рис. 4. Укладка линейной полиэдралей IV начально-кольцевым алгоритмом

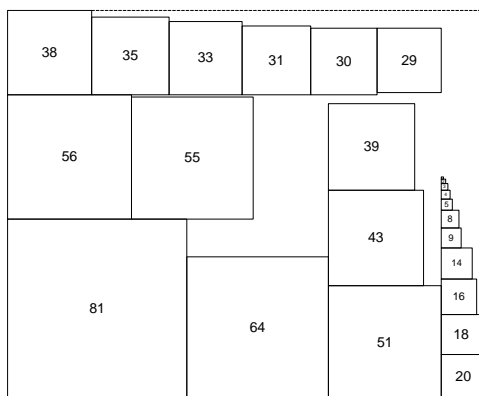


Рис. 5. Укладка линейной полиэдралей V начально-кольцевым алгоритмом

Эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого алгоритма и погрешность Δ в % относительно оптимального значения, равного $\frac{1}{2}$, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого алгоритма

Номер линейной полиэдрала	Эвристическая мера	Δ , %
I	0,68	36
II	0,61	22
III	0,61	22
IV	0,62	24
V	0,64	28

Заметим, что эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого алгоритма не превосходят значения $\frac{1}{2} + 0,18$.

Построения уровневым алгоритмом для линейных полиэдралей **I-V** приведены на рис. 6–10.

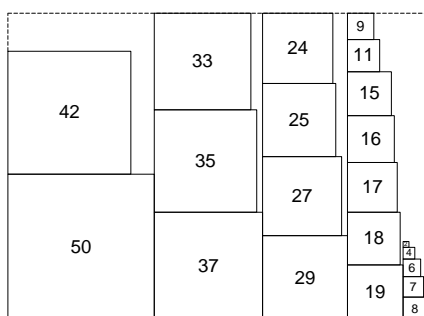


Рис. 6. Укладка линейной полиэдрала **I** уровневым алгоритмом

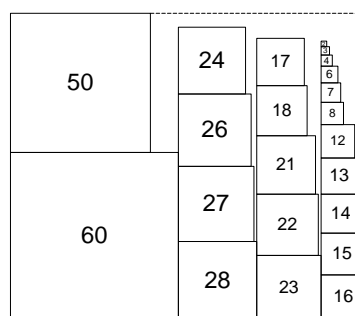


Рис. 7. Укладка линейной полиэдрала **II** уровневым алгоритмом

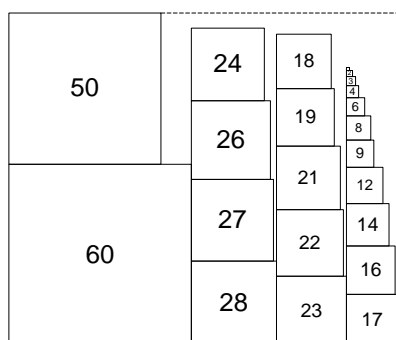


Рис. 8. Укладка линейной полиэдрала **III** уровневым алгоритмом

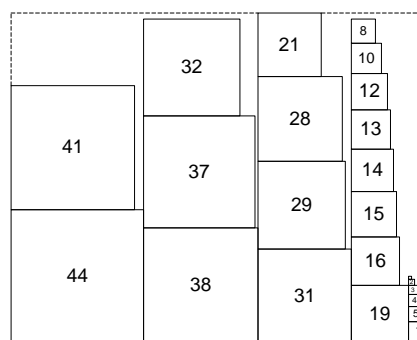


Рис. 9. Укладка линейной полиэдрала **IV** уровневым алгоритмом

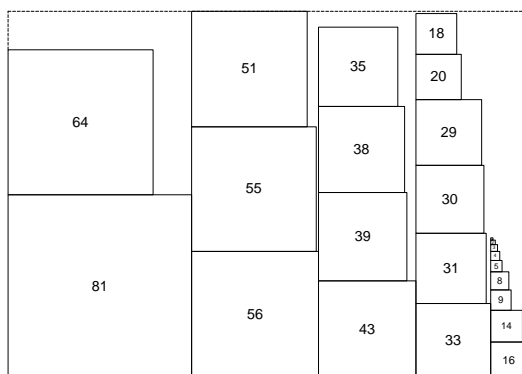


Рис. 10. Укладка линейной полиэдрала V уровнем алгоритмом

Эвристические меры ресурсных оболочек уровня алгоритма и погрешность Δ в % относительно оптимального значения, равного $\frac{1}{2}$, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Эвристические меры ресурсных оболочек уровня алгоритма

Номер линейной полиэдрала	Эвристическая мера	Δ , %
I	0,66	32
II	0,59	18
III	0,60	20
IV	0,66	32
V	0,68	36

Заметим, что эвристические меры ресурсных оболочек уровня алгоритма не превосходят значения $\frac{1}{2} + 0,18$.

Построения угловым уровнем алгоритмом для линейных полиэдралей I-V приведены на рис. 11–15.

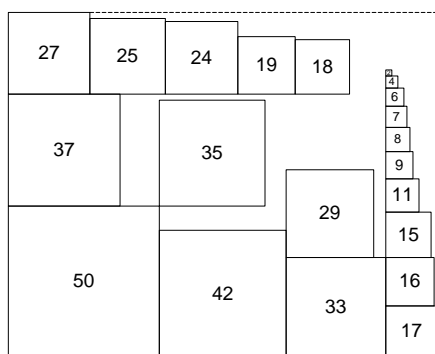


Рис. 11. Укладка линейной полиэдрала I угловым уровнем алгоритмом

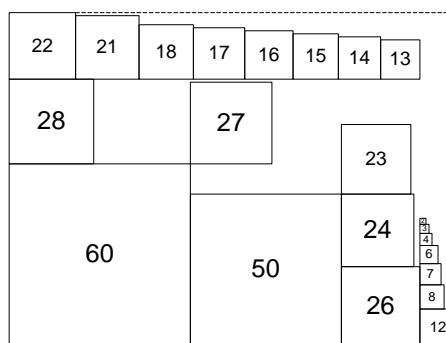


Рис. 12. Укладка линейной полиэдрала II угловым уровнем алгоритмом

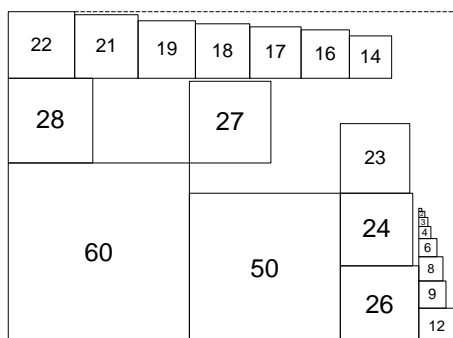


Рис. 13. Укладка линейной полиэдралы III угловым уровневым алгоритмом

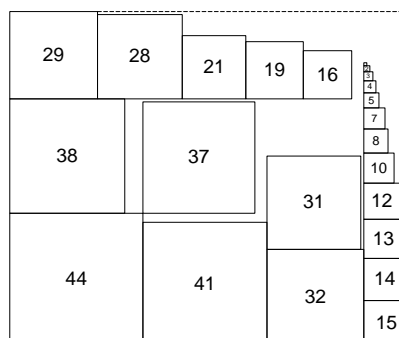


Рис. 14. Укладка линейной полиэдралы IV угловым уровневым алгоритмом

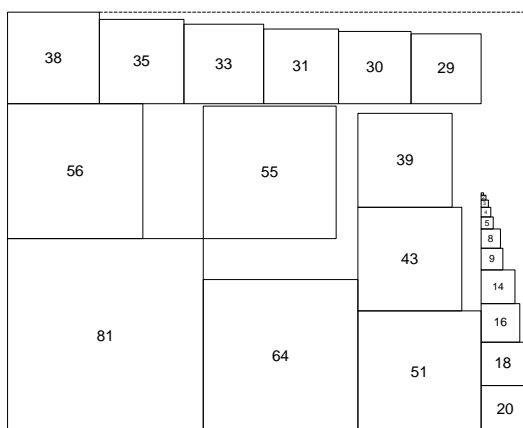


Рис. 15. Укладка линейной полиэдралы V угловым уровневым алгоритмом

Эвристические меры ресурсных оболочек углового уровневого алгоритма и погрешность Δ в % относительно оптимального значения, равного $\frac{1}{2}$, приведены в табл. 3.

Таблица 3

Эвристические меры ресурсных оболочек углового уровневого алгоритма

Номер линейной полиэдралы	Эвристическая мера	Δ , %
I	0,68	36
II	0,73	46
III	0,73	46
IV	0,62	24
V	0,64	28

Заметим, что эвристические меры ресурсных оболочек углового уровневого алгоритма не превосходят значения $\frac{1}{2} + 0,23$.

Построения алгоритмом последовательных приближений для линейных полиэдралей I-V приведены на рис. 16–20.

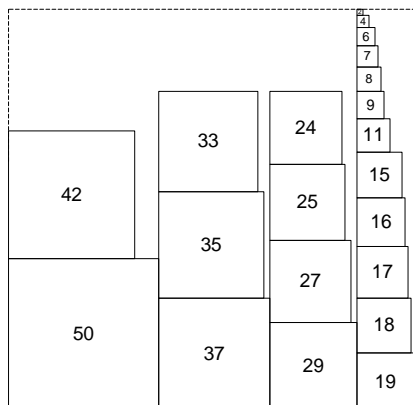


Рис. 16. Укладка линейной полиэдрала I алгоритмом последовательных приближений

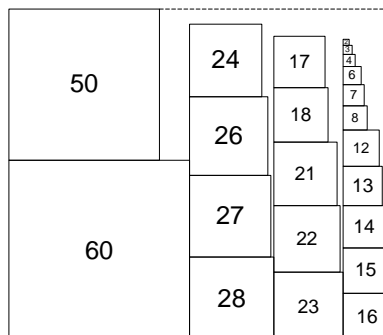


Рис. 17. Укладка линейной полиэдрала II алгоритмом последовательных приближений

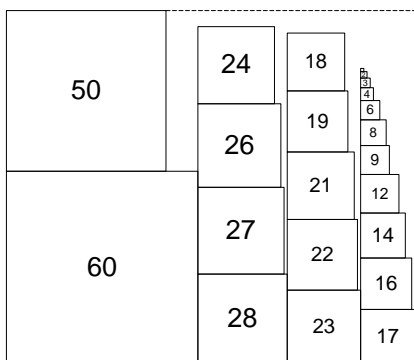


Рис. 18. Укладка линейной полиэдрала III алгоритмом последовательных приближений

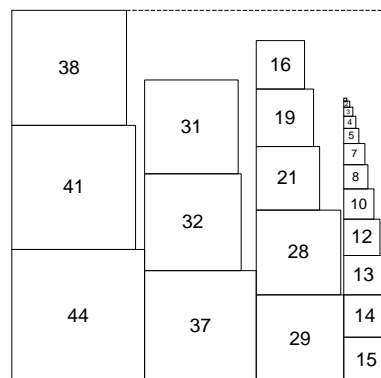


Рис. 19. Укладка линейной полиэдрала IV алгоритмом последовательных приближений

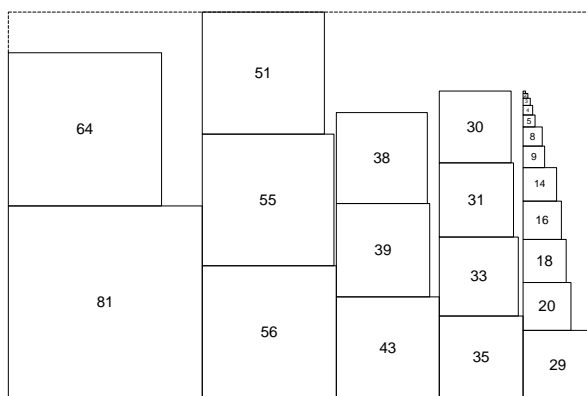


Рис. 20. Укладка линейной полиэдрала V алгоритмом последовательных приближений

Эвристические меры ресурсных оболочек алгоритма последовательных приближений и погрешность Δ в % относительно оптимального значения, равного $\frac{1}{2}$, приведены в табл. 4.

Таблица 4

Эвристические меры ресурсных оболочек алгоритма последовательных приближений

Номер линейной полиэдрала	Эвристическая мера	Δ , %
I	0,71	42
II	0,59	18
III	0,60	20
IV	0,64	28
V	0,76	52

Заметим, что эвристические меры ресурсных оболочек алгоритма последовательных приближений не превосходят значения $\frac{1}{2} + 0,26$.

Графики эвристической меры ресурсных оболочек начально-кольцевого, уровневого, углового уровневого и алгоритма последовательных приближений диспетчеризации линейными полиэдралами точных форм расширенного кругового типа **I-V** показаны на рис. 21.

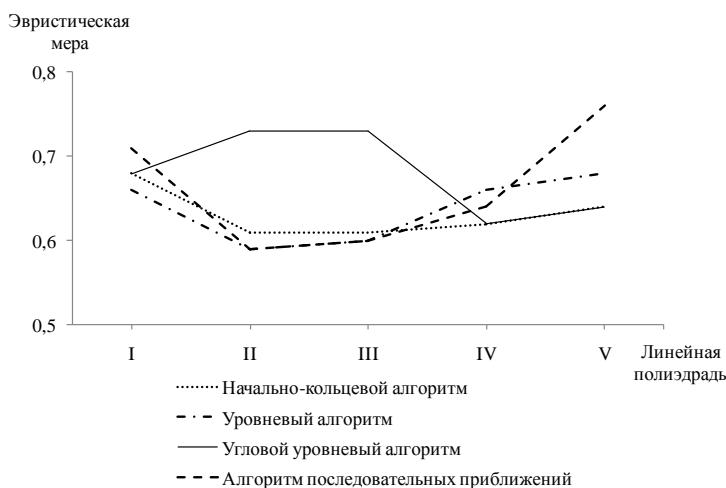


Рис. 21. Эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого, уровневого, углового уровневого и алгоритма последовательных приближений

Видим, что начально-кольцевой и уровневый алгоритмы диспетчеризации имеют меньшую эвристическую меру ресурсных оболочек. Сравнение эвристических мер ресурсных оболочек подтверждает целесообразность использования предложенных алгоритмов при диспетчеризации линейными полиэдралами точных форм расширенного кругового типа.

Заключение. В статье получает дальнейшее развитие среда ресурсных прямоугольников, приводится определение точных форм и расширение понятия кругового типа линейных полиэдралей. Показывается, что линейные полиэдраны, индуцированные элементами совершенного квадрирования квадрата, соответствующими минимальному порядку и минимальной стороне квадрата, являются точны-

ми формами кругового типа. Для упомянутых пяти линейных полиэдралей проводится диспетчирование и вычисляются эвристические меры ресурсных оболочек начально-кольцевого, уровневого, углового уровневого и алгоритма последовательных приближений. Проведённый анализ показывает сохранение свойства адаптированности исследуемых полиномиальных алгоритмов для линейных полиэдралей точных форм расширенного кругового типа.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Саак А.Э. Локально-оптимальные ресурсные распределения // Информационные технологии. – 2011. – № 2. – С. 28-34.
2. Саак А.Э. Алгоритмы диспетчеризации в Grid-системах на основе квадратичной типизации массивов заявок // Информационные технологии. – 2011. – № 11. – С. 9-13.
3. Саак А.Э. Диспетчеризация в Grid-системах на основе однородной квадратичной типизации массивов заявок пользователей // Информационные технологии. – 2012. – № 4. – С. 32-36.
4. Саак А.Э. Полиномиальные алгоритмы распределения ресурсов в Grid-системах на основе квадратичной типизации массивов заявок // Информационные технологии. – 2013. – № 7. Приложение. – 32 с.
5. Magoulès F., Nguyen T., Yu L. (2009). Grid resource management: toward virtual and services compliant grid computing, *Numerical analysis and scientific computing*. CRC Press, UK.
6. Magoulès F. (ed.). (2010) Fundamentals of grid computing: theory, algorithms and technologies, *Numerical analysis and scientific computing*. CRC Press, UK.
7. Antonopoulos N., Exarchakos G., Li M., Liotta A. (eds.). (2010). Handbook of research on p2p and grid systems for service-oriented computing: models, methodologies and applications. IGI Global publisher, USA.
8. Li M., Baker M. (2005). The grid: core technologies. John Wiley & Sons Ltd, England.
9. Hamscher V., Schwiegelshohn U., Streit A., Yahyapour R. Evaluation of job-scheduling strategies for grid computing // In Proceedings of the 7th International Conference on High Performance Computing, HiPC-2000. Vol. 1971 of Lecture Notes in Computer Science, India, Springer, 2000. – P. 191-202.
10. Rahman M., Ranjan R., Buyya R., Benattallah B. A taxonomy and survey on autonomic management of applications in grid computing environments // *Concurrency Computat.: Pract. Exper.* – 2011. – No. 23. – P. 1990-2019.
11. Krauter K., Buyya R., Maheswaran M. A taxonomy and survey of Grid resource management systems for distributed computing // *Softw. Pract. Exper.* – 2002. – Vol. 32, No. 2. – P. 135-164.
12. Iosup A., Epema D. H. J., Tannenbaum T., Farrellee M., Livny M. Inter-operating Grids through delegated matchmaking // In 2007 ACM/IEEE Conference on Supercomputing (SC 2007). – New York: ACM Press, 2007. – P. 1-12.
13. Patel S. Survey Report of Job Scheduler on Grids // *International Journal of Emerging Research in Management & Technology*. – 2013. – Vol. 2, No. 4. – P. 115-125.
14. Assunção M., Buyya R. Architectural elements of resource sharing networks. In Li K., Hsu C., Yang L., Dongarra J., Zima H. (eds.) // Handbook of research on scalable computing technologies. – 2010. – Vol. 2. – P. 517-550.
15. Netto M., Buyya R. Resource Co-allocation in Grid Computing Environments. In Antonopoulos, N., Exarchakos G., Li, M., Liotta A. (eds.) // Handbook of research on p2p and grid systems for service-oriented computing: models, methodologies and applications. – IGI Global publisher, 2010. – Vol. 1. – P. 476-494.
16. Саак А.Э. Управление ресурсами и заявками пользователей в Grid-системах с централизованной архитектурой // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г. – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. – С. 7489-7498.
17. Саак А.Э. Сравнительный анализ полиномиальных алгоритмов диспетчеризации в Grid-системах // Информационные технологии. – 2012. – № 9. – С. 28-32.
18. Korf R. Optimal rectangle packing: New results // In Proceedings of the fourteenth international conference on automated planning and scheduling (ICAPS 2004). Whistler, British Columbia, Canada, June 3-7, 2004. – P. 142-149.
19. Korf R., Moffitt M., Pollack M. Optimal rectangle packing // *Annals of Operations Research*. – 2010. – Vol. 179, No.1. – P. 261-295.

20. *Caramia M., Giordani S., Iovanella A.* Grid scheduling by on-line rectangle packing // Networks. – 2004. – Vol. 44, No. 2. – P. 106-119.
21. *Duijvestijn A.J.W.* Simple perfect squared square of lowest order // J. Combin. Theory. – 1978. Ser. B. – No. 25. – P. 240-243.
22. *Duijvestijn A.J.W., Federico P.J., Leeuw P.* Compound perfect squares. Amer. Math. Monthly. – 1982. – No.89. – P. 15-32.
23. *Gambini I.* A method for cutting squares into distinct squares // Discrete Applied Math. – 1999. – No. 98. – P. 65-80.

REFERENCES

1. *Saak A.E.* Lokal'no-optimal'nye resursnye raspredeleniya [Locally optimal resource allocation], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2011, No.2, pp. 28-34.
2. *Saak A.E.* Algoritmy dispetcherizatsii v Grid-sistemakh na osnove kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok [Algorithms for scheduling in Grid systems based on the quadratic typing arrays applications], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2011, No. 11, pp. 9-13.
3. *Saak A.E.* Dispetcherizatsiya v Grid-sistemakh na osnove odnorodnoy kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok pol'zovateley [Scheduling in Grid systems based on homogeneous quadratic typing of arrays of user requests], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2012, No. 4, pp. 32-36.
4. *Saak A.E.* Polinomial'nye algoritmy raspredeleniya resursov v Grid-sistemakh na osnove kvadrachnoy tipizatsii massivov zayavok // *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2013, No. 7. Application, 32 p.
5. *Magoulès F., Nguyen T., Yu L.* (2009). Grid resource management: toward virtual and services compliant grid computing, *Numerical analysis and scientific computing*. CRC Press, UK.
6. *Magoulès F. (ed.)*. (2010) Fundamentals of grid computing: theory, algorithms and technologies. *Numerical analysis and scientific computing*. CRC Press, UK.
7. *Antonopoulos N., Exarchakos G., Li M., Liotta A. (eds.)*. (2010). Handbook of research on p2p and grid systems for service-oriented computing: models, methodologies and applications. IGI Global publisher, USA.
8. *Li M., Baker M.* (2005). The grid: core technologies. John Wiley & Sons Ltd, England.
9. *Hamscher V., Schwiegelshohn U., Streit A., Yahyapour R.* Evaluation of job-scheduling strategies for grid computing // In Proceedings of the 7th International Conference on High Performance Computing, HiPC-2000. Vol. 1971 of Lecture Notes in Computer Science, India, Springer, 2000, pp. 191-202.
10. *Rahman M., Ranjan R., Buyya R., Benatallah B.* A taxonomy and survey on autonomic management of applications in grid computing environments, *Concurrency Computat.: Pract. Exper.*, 2011, No. 23, pp. 1990-2019.
11. *Krauter K., Buyya R., Maheswaran M.* A taxonomy and survey of Grid resource management systems for distributed computing, *Softw. Pract. Exper.*, 2002, Vol. 32, No. 2, pp. 135-164.
12. *Iosup A., Epema D.H.J., Tannenbaum T., Farrellee M., Livny M.* Inter-operating Grids through delegated matchmaking, In *2007 ACM/IEEE Conference on Supercomputing (SC 2007)*. New York: ACM Press, 2007, pp. 1-12.
13. *Patel S.* Survey Report of Job Scheduler on Grids, *International Journal of Emerging Research in Management & Technology*, 2013, Vol. 2, No. 4, pp. 115-125.
14. *Assunção M., Buyya R.* Architectural elements of resource sharing networks. In Li K., Hsu C., Yang L., Dongarra J., Zima H. (eds.), *Handbook of research on scalable computing technologies*, 2010, Vol. 2, pp. 517-550.
15. *Netto M., Buyya R.* Resource Co-allocation in Grid Computing Environments. In Antonopoulos, N., Exarchakos G., Li, M., Liotta A. (eds.), *Handbook of research on p2p and grid systems for service-oriented computing: models, methodologies and applications*. – IGI Global publisher, 2010, Vol. 1, pp. 476-494.
16. *Saak A.E.* Upravlenie resursami i zayavkami pol'zovateley v Grid-sistemakh s tsentrali-zovannoy arkhitekturoy [The management of resources and applications users in Grid systems with a centralized architecture], *Trudy XII Vserossiyskogo soveshchaniya po problemam upravleniya VSPU-2014. Moskva, 16-19 iyunya 2014 g* [Proceedings of the XII all-Russian conference on the problems of management in the Everything-2014. Moscow, 16-19 June 2014]. Moscow: Institut problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN, 2014, pp. 7489-7498.

17. Saak A.E. Sravnitel'nyy analiz polinomial'nykh algoritmov dispatcherizatsii v Grid-sistemakh [Comparative analysis of polynomial algorithms for scheduling in Grid systems], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2012, No. 9, pp. 28-32.
18. Korf R. Optimal rectangle packing: New results, *In Proceedings of the fourteenth international conference on automated planning and scheduling (ICAPS 2004)*. Whistler, British Columbia, Canada, June 3-7, 2004, pp. 142-149.
19. Korf R., Moffitt M., Pollack M. Optimal rectangle packing, *Annals of Operations Research*, 2010, Vol. 179, No. 1, pp. 261-295.
20. Caramia M., Giordani S., Iovanella A. Grid scheduling by on-line rectangle packing, *Networks*, 2004, Vol. 44, No. 2, pp. 106-119.
21. Duijvestijn A.J.W. Simple perfect squared square of lowest order, *J. Combin. Theory*, 1978, Ser. B, No. 25, pp. 240-243.
22. Duijvestijn A.J.W., Federico P.J., Leeuw P. Compound perfect squares. *Amer. Math. Monthly*, 1982, No. 89, pp. 15-32.
23. Gambini I. A method for cutting squares into distinct squares, *Discrete Applied Math*, 1999, No. 98, pp. 65-80.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.П. Карелин.

Саак Андрей Эрнестович – Южный федеральный университет; e-mail: saak@tgn.sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел., факс: 88634393373; кафедра государственного и муниципального управления; зав. кафедрой; д.т.н.; доцент.

Курейчик Владимир Викторович – e-mail: vkur@tgn.sfedu.ru; тел.: 88634371651; кафедра систем автоматизированного проектирования; зав. кафедрой; д.т.н.; профессор.

Saak Andrey Ernestovich – Southern Federal University; e-mail: saak@tgn.sfedu.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone, fax: +78634393373; the department of state and municipal administration; head of department, dr. of eng.sc.; associate professor.

Kureichik Vladimir Victorovich – e-mail: vkur@tgn.sfedu.ru; phone: +78634371651; the department of computer aided design; head of department, dr. of eng.sc.; professor.

УДК 004.421.2

О.Б. Лебедев, Е.М. Лебедева, В.А. Пестов

АЛГОРИТМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА

Представлены волновые алгоритмы, использующиеся при планировании движения подводного аппарата в пространстве, содержащем препятствия. Общеизвестно, что наиболее безопасным и эффективным путем исследования подводной среды является использование технических средств, обеспечивающих косвенное присутствие человека под водой. Важную роль в этом играют подводные аппараты с развитой системой управления. За короткий период они продемонстрировали свою эффективность при выполнении достаточно сложных глубоководных обзорно-поисковых и обследовательских работ и открыли ряд новых важных применений для морской геологической разведки, изучения подводной обстановки и экологического мониторинга водной среды. Современные многоцелевые подводные аппараты представляют собой новый класс подводных робототехнических объектов с присущими им задачами и практическим применением, особенностями технологии, составом систем и функциональными свойствами. В качестве основного алгоритма планирования использовался алгоритм A^ с применением дополнительных эвристик, который позволяет находить оптимальный, безопасный путь от начальной позиции до целевой с учетом препятствий обнаруженных в пространстве, которое представляет собой со-*