21. *Pershin I.M.* Sistemy obrabotki raspredelennoy informatsii [Processing system distributed information], *Sbornik nauchnykh trudov V Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii «Sistemnyy sintez i prikladnaya si-nergetika»* [Proceedings of the V International scientific conference "System synthesis and applied synergetics"], Vol. 1. Pyatigorsk: Izd-vo FGAOU VPO «SKFU» (filial), 2013, pp. 123-142.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.В. Малков.

**Першин Иван Митрофанович** – Северо-Кавказский федеральный университет, филиал в г. Пятигорске; e-mail: ivmp@yandex.ru; 357500, г. Пятигорск, просп. 40 лет Октября, 56; тел.: 88793973927; кафедра управления в технический и биомедицинских системах; зав. кафедрой; профессор.

**Веселов Геннадий Евгеньевич** – Южный федеральный университет; e-mail: gev@sfedu.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: +78634360450; институт компьютерных технологий и информационной безопасности; директор.

**Першин Максим Иванович** – e-mail: maksimpershin@bkmail.ru; тел.: 89280093030; аспирант.

**Pershin Ivan Mitrofanovich** – North-Caucasian Federal University, a branch in the town of Pyatigorsk; e-mail: ivmp@yandex.ru; 357500, Pyatigorsk, ave. 40 years on October 56; phone: +78793973927; the department of management of technical and biomedical systems; head of department; professor.

**Veselov Gennady Evgen'evich** – Southern Federal University; e-mail: gev@sfedu.ru; 2, Chekhov street, Taganrog, 347900, Russia; phone: +78634360450; Institute of Computer Technology and Information Security; director.

**Pershin Maksim Ivanovich** – e-mail: maksimpershin@bkmail.ru; phone: +79280093030; post-graduate student.

УДК 62-529; 004-021; 004.896

**С.И. Колесникова**

# АЛГОРИТМ СИНТЕЗА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМ ПЛОХО ФОРМАЛИЗУЕМЫМ ОБЪЕКТОМ*

*Целью работы является распространение классического метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) на случай многомерного нелинейного объекта, заданного в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, не все правые части которых имеют полное описание. Такие объекты (по Л.А. Растригину) называются сложными или плохо формализуемыми. На базе классических методов управления: управления в скользящем режиме, бэкстеппинг, АКАР представлен алгоритм синтеза системы управления таким объектом, который компенсирует неполноту описания за счет известного аналитического описания целевого многообразия и совместного использования указанных выше классических методов. Показано, что обсуждаемый ниже алгоритм является дальнейшим развитием идеологии синтеза гарантирующего регулятора на основе широко известного метода АКАР; установлено частное условие, при котором данный алгоритм синтеза системы управления для решения задачи стабилизации плохо формализуемого объекта превращается в алгоритм синтеза гарантирующего регулятора. Апробация алгоритма осуществлена на многомерных объектах с разным прикладным назначением. Построена система управления по параметру для расширенной модели Ферхюльста (нестабильной и хаотичной при определенных значениях параметров), применяемой в моделировании динамики роста капитала в экономике и моделировании баланса между государственной и частной видами собственности. Проведено численное сравнение*

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-08-01015 А).

*качества двух систем управления: на основе представленного в статье алгоритма и ранее построенного на базе классического алгоритма синтеза гарантирующего регулятора для объекта самолет-амфибия. Установлена робастность и устойчивость построенной системы управления к нерасчетным условиям в виде аддитивных сглаженных случайных помех. Показана связь указанного алгоритма синтеза систем управления с алгоритмом нечеткого синтеза регулятора для многомерных нелинейных объектов с неполным описанием. Результаты работы могут быть актуальны в системах управления плохо формализуемыми динамическими объектами.*

*Нелинейный многомерный объект; нелинейное управление; неполная информация об объекте.*

**S.I. Kolesnikova**

## ALGORITHM OF SYNTHESIS OF SYSTEM CONTROL BY MULTIDIMENSIONAL OBJECT WITH INCOMPLETE DESCRIPTION

*The purpose of a article is to spread the classical method of analytical design of aggregated regulators (ACAR) in case of non-linear multidimensional object defined as a system of ordinary differential equations, not all right-hand sides have a complete description. Such objects (for LA Rastrigin) are called complex or difficult to formalize. The algorithm of synthesis of control system compensates incompleteness of description due to the special purpose manifold and sharing of dignities of the classic above-mentioned methods. It is shown that the presented algorithm is further development of ideology of synthesis of guaranteeing regulator on the basis of well-known method of ACAR; a private condition at that this algorithm of synthesis of control system for the decision of task of stabilizing of dynamic object in uncertainty grows into the algorithm of synthesis of guaranteeing regulator is determined. Approbation of algorithm is carried out on objects with the different applied setting. Control system is built on a parameter for the extended model of Verhulst-Pearl (unstable and chaotic at the defined values of parameters), applied in the design of dynamics of height of capital in an economy and design of balance between a public and private ownership of capital. Numeral comparison of quality of two control system is conducted: on the basis of the algorithm and synthesis of guaranteeing regulator before built on the base of classic algorithm presented in the article for an object airplane-amphibian. Robustness and stability of built control system is set to the off-design terms as the additive smoothed out random noise. Knowledge link of the indicated algorithm of synthesis of control system is shown with the fuzzy algorithm of synthesis of regulator for multidimensional nonlinear objects with incomplete description. Research paper performances can be actual in control system by a multidimensional nonlinear object with incomplete description.*

*Nonlinear multidimensional object; nonlinear control; incomplete information about an object.*

Рассматривается проблема аналитического синтеза системы управления многомерными нелинейными объектами с возникновением хаотических режимов в процессе функционирования (неустойчивых в разомкнутом состоянии). Приводится метод, синтетически использующий сочетание четырех базовых методов: нелинейный метод интегральной адаптации на многообразиях, основанный на применении вариационного принципа поиска глобального экстремума функционала качества и являющийся основным методом синергетической теории управления (А.А. Колесников): метод управления в скользящем режиме, метод управления «бэкстеппинг» (П. Кокотович): метод Ляпунова поиска устойчивых решений системы дифференциальных уравнений (см. наиболее полный обзор в [1-16]).

**Постановка задачи.** Рассматривается нелинейный многомерный объект с плохо формализуемой правой частью в его описании:

$$\begin{aligned} \dot{x}_j(t) &= f_j\left(x_1,\dots,x_n;\boldsymbol{\theta}\right)+u_j,\ j=\overline{1,m}, \\ \dot{x}_j(t) &= f_j\left(x_1,\dots,x_n;\boldsymbol{\theta}\right),\ j=\overline{m+1,n}, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{x}\in R^n$ – вектор состояний, $\boldsymbol{\theta}\in R^k$, – вектор постоянных параметров, $\boldsymbol{u}\in R^m$, $m<n$, – вектор управления, $\boldsymbol{f}\in R^n$ – непрерывная ограниченная вектор-функция; компоненты $f_1,\ldots,f_m$ вектора $\boldsymbol{f}\in R^n$ – *неизвестны*.

При выполнении известных [17] условий: 1) существование асимптотически устойчивой (в целом) целевой системы, удовлетворяющей заданным технологическим требованиям; 2) существование целевого ***инвариантного*** многообразия по отношению к исходной системе уравнений объекта, заданного в виде $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})=0$, где $\boldsymbol{x}$ – вектор состояния объекта; 3) ограниченность всех решений исходной системы; 4) стабилизируемость состояния объекта, для объекта (1) ставится задача нахождения закона управления $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$, обеспечивающего перевод объекта управления (1) из произвольного начального состояния $x_0$ в некоторой области фазового пространства в заданное состояние, стабилизацию объекта в некоторой окрестности многообразия $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x})=0$ и доставляющие минимум функционалу вида (с учетом $m$-мерности управления):

$$\Phi=\int_0^\infty\sum_{l=1}^m\left[\phi_l^2\left(\psi_l\right)+w_l^2\dot{\psi}_l^2\left(t\right)\right]dt \tag{2}$$

с условиями на $\phi_l\left(\psi_l\right),\ l=\overline{1,m}$: 1) $\phi_l\left(\psi_l\right)$ однозначные, непрерывные, дифференцируемые функции для всех $\psi_i$; 2) $\phi_l\left(0\right)=0$; 3) $\phi_l\left(\psi_l\right)\psi_l>0,\ \forall\psi_l\neq 0$.

**Решение задачи.** Представим векторное управление в виде $\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{u}^A(t)+\boldsymbol{\upsilon}^A(t)$. Здесь $\boldsymbol{u}^A(t)$ представляет собой управляющее воздействие, формируемое регулятором по классическому методу АКАР в предположении полного описания объекта (1), а $\boldsymbol{\upsilon}^A(t)$ – добавочная векторная составляющая управления, предназначенная для компенсации неопределенности в виде неизвестных $f_1,\ldots,f_m$ функций.

Рассмотрим задачу стабилизации объекта в виде

$$\psi_l=\psi_l\left(x_l-x_{l0}\right)=0,\ l=\overline{1,m},$$

где $x_{l0},\ l=\overline{1,m}$ – целевые значения координат объекта.

**Алгоритм управления с компенсацией неопределенности в описании объекта.** Введем обозначения:

$$\begin{gathered}\psi_l^*=\psi_l^*\left(x_l-x_{l0}\right)=0,\ l\in I\cup J,\ I=\{1,\ldots,s\},\ \overline{I}=\{s+1,\ldots,m\},\\ J=\{m+1,\ldots,m+k\},\ \overline{J}=\{m+k+1,\ldots,n\},\ s\leq m,\ k\leq n-m,\ s+k=m.\end{gathered} \tag{3}$$

Множества $I$ и $J$ содержат номера стабилизируемых переменных с управлениями в описании и без управлений, соответственно, при этом число целевых макропеременных $\psi_l^*,\ l=\overline{1,m}$ должно совпадать с числом $m$ управляющих воздействий в описании объекта управления.

I. Для объекта (1) задаются макропеременные вида (3) и применяется пошаговый аналитический вывод АКАР-управлений $u_l^A,\ l\in I\cup J$ в пространстве состояний по схеме синтеза системы управления из работы [17]:

1) для модели (1) с целевыми значениями (3) на 1-м шаге вводится первая совокупность макропеременных, из них макропеременные $\psi_i^{(1)},\ i\in J$ – носят вспомогательный характер и определяются с точностью до неизвестных функций:

$$\psi_i^{(1)} = x_i - x_{i0} = \psi_i^*,\ i \in I,$$
$$\psi_i^{(1)} = x_i - \varphi_{i-s}(x_{j_1},...,x_{j_k}),\ i \in \bar{I} = \{s+1,...,m\},\ j_q \in J,\ q = \overline{1,k}; \quad (4)$$

функции $u_i^A,\ i = \overline{1,m}$ и $\varphi_1,...,\varphi_k$, согласно АКАР, интерпретируются как внешние и внутренние управления, соответственно;

2) применяется аналитический вывод управлений $u_i^A,\ i \in I$ в пространстве состояний согласно схеме решения вариационной задачи: $\Phi_1 = \int\limits_0^\infty \sum\limits_{l=1}^m \left[ \left(\psi_i^{(1)}\right)^2 + \left(\omega_i^{(1)}\right)^2 \left(\dot{\psi}_i^{(1)}\right)^2 \right] dt \to \min$ (нетрудно убедиться, что решения уравнения $\omega_i^{(1)}\dot{\psi}_i^{(1)} + \psi_i^{(1)} = 0,\ \left(\omega_i^{(1)} > 0\right),\ i = \overline{1,m}$ являются решениями уравнения Эйлера–Лагранжа $\frac{\partial F}{\partial \psi_i^{(1)}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial \dot{\psi}_i^{(1)}} = 2\phi\left(\psi_i^{(1)}\right)\frac{\partial \phi}{\partial \psi_i^{(1)}} - 2\omega^2 \ddot{\psi}_i^{(1)} = 0$ для задачи $\Phi_1 \to \min$):

$$u_i^A = -\left(\frac{\partial \psi_i^{(1)}}{\partial x_i}\right)^{-1}\left(\omega_i^{-1}\psi_i^{(1)} + \frac{\partial \psi_i^{(1)}}{\partial x_i} f_i\right) = -f_i - \left(\frac{\partial \psi_i^*}{\partial x_i}\omega_i^{(1)}\right)^{-1}\psi_i^*,\ i \in I,$$
$$u_i^A = -f_i + \dot{\varphi}_{i-s}^{(1)} - \left(\frac{\partial \psi_{i-s}^{(1)}}{\partial x_i}\omega_i^{(1)}\right)^{-1}\psi_i^{(1)},\ \ \dot{\varphi}_{i-s}^{(1)} = \sum_{r=m+1}^{k}\frac{\partial \varphi_{i-s}^{(1)}}{\partial x_r} f_r,\ i \in \bar{I} = \{s+1,...,m\}. \quad (5)$$

В формулах (5) вместо $f_i$ может быть использована *любая* аппроксимация $\hat{f}_i$, при этом погрешность от такой замены будет расцениваться как неизвестная шумовая составляющая, которую предстоит погасить конструируемым регулятором (в методе АКАР такой механизм имеет место, например в [18, 19]).

II. Внешние управления ищутся по формуле

$$u_i = u_i^A + \upsilon_i,\ \upsilon_i = f_i - \hat{f}_i + \upsilon_i^A(t),\ i \in \{1,...,m\},$$

где невязки $\upsilon_i$ подлежат определению, а также корректируются уравнения с номерами $1,...,m$ в (1) в соответствии с новым представлением $u_i(t)$:

$$\dot{x}_i = -\left(\frac{\partial \psi_i^*}{\partial x_i}\omega_i^{(1)}\right)^{-1}\psi_i^* + \upsilon_i,\ i \in I,$$
$$\dot{x}_i = -\left(\frac{\partial \psi_{i-s}^{(1)}}{\partial x_i}\omega_i^{(1)}\right)^{-1}\psi_i^{(1)} + \dot{\varphi}_{i-s}^{(1)} + \upsilon_i,\ i \in \bar{I} = \{s+1,...,m\}. \quad (6)$$

Неопределенность, связанная с отсутствием информации относительно $f_i,\ i \in \{1,...,m\}$ в описании (1), переведена, согласно формулам (6), в переменные $\upsilon_i = \upsilon_i(t),\ i \in I$.

III. Переменные управления $\upsilon_i$ находятся как решения неравенств

$$\upsilon_i\left(\psi_i \frac{\partial \psi_i}{\partial x_i} + \dot{\upsilon}_i\right) < \omega_i^{-1}\psi_i^2, \quad (7)$$

обеспечивающих отрицательность $\dot{V}(t) < 0$ производной функции Ляпунова $V(t) = 0.5\sum_{i=1}^{m}\left(\left(\psi_i^{(1)}\right)^2 + \upsilon_i^2\right)$, и, следовательно, приводят к выполнению условия, гарантирующего асимптотическую устойчивость управляемому объекту.

*Замечание*. Следует отметить, что частное решение неравенства (7) вида (8)

$$\psi_{i-1}^{(1)} + \dot{\upsilon}_i = 0,\ i = \overline{1,m}; \tag{8}$$

отвечает виду правых частей описания переменных (в динамической модели возмущающих воздействий при построении расширенной модели синтеза системы управления) в методе синтеза гарантирующих регуляторов при наихудших возмущениях [18, 19].

IV. Находятся функции $\varphi_l,\ l = \overline{1,k}$ по схеме:

1) декомпозируется система (1), замечая, что на целевых инвариантных многообразиях $\psi_i^{(1)} = 0,\ i = \overline{1,m}$, заданных на 1-м шаге АКАР-синтеза, выполняются соотношения: $x_i = x_{i0},\ i \in I;\ x_i = \varphi_{i-s}(\cdot),\ i \in \overline{I}$ ;

2) задается вторая совокупность макропеременных (2-й шаг иерархического АКАР-синтеза) с целью достижения оставшихся целевых инвариантов $\psi_i^*,\ i \in \overline{I}$ , для декомпозированной системы:

$$\psi_j^{(\mathrm{II})} = x_j - x_{j0} = \psi_j^*,\ j \in J \tag{9}$$

3) решается вариационная задача, в соответствии с которой макропеременные $\psi_j^{(\mathrm{II})},\ j \in J$ должны удовлетворять системе функциональных уравнений: $\omega_j^{(\mathrm{II})}\dot{\psi}_j^{(\mathrm{II})}(t) + \psi_j^{(\mathrm{II})}(t) = 0,\ j \in J$ , устойчивые решения которых доставляют безусловный минимум функционалу $\Phi_2 = \int_0^\infty \sum_{j\in J}\left[\left(\psi_j^{(\mathrm{II})}\right)^2 + \left(\omega_j^{(\mathrm{II})}\right)^2\left(\dot{\psi}_j^{(\mathrm{II})}\right)^2\right]dt$; решение этих уравнений с учетом уравнений декомпозированной системы (6) и требований (9) дает выражения для функций $\varphi_l,\ l = \overline{1,k}$, внутренних управлений. Синтез системы управления закончен.

**Примеры конструирования систем управления на базе алгоритма управления с компенсацией неопределенности.** Рассмотрим два объекта с нелинейным и неполным описанием (плохо формализуемых объекта), для получения управления которыми применим указанный выше алгоритм.

**Пример 1.** Известно, что модель Ферхюльста хорошо описывает процессы в разнообразных прикладных областях: в физике, химии (описания автокаталитических реакций), биологии (рост бактерий в чашки Петри), в социологии (описание демографической динамики), в экономике (модель роста выпуска продукции в условиях конкуренции) и т.д. Однако управление такой моделью – задача непростая в силу ее нестабильности и хаотичности при определенных значениях параметров. В докладе рассмотрена возможность построения аналитической системы управления по состоянию в указанной модели, причем управление должно осуществляться по параметру (оказывающему непосредственное влияние на характер хаотичности модели).

Сформулируем задачу управления по параметру в модели Ферхюльста, полагая $\lambda = \lambda(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \lambda(t)x(t)\big(1-\alpha x(t)\big), \\ \dot{\lambda}(t) &= f_\lambda(x,\lambda)+u. \end{aligned} \tag{10}$$

Такое описание соответствует постановке задачи (1), так как функция $f_\lambda(x,\lambda)$ – неизвестна. Сформулируем цель управления объектом (10) или, целевое многообразие, например, в виде: *а*) $\psi_\lambda^* = \lambda(t) - \lambda^*$, где $\lambda^*$ – заданное (желаемое) значение параметра; *б*) $\psi_x^* = x(t) - x^*$, где $x^*$ – заданное значение переменной $x(t)$. Согласно представленному алгоритму соответствующие обоим случаям системы управления будут иметь вид (рис. 1, случай б)):

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t) = \lambda(t)x(t)\big(1-\alpha x(t)\big), \\ &\dot{\lambda}(t) = f_\lambda(x,\lambda)+u, \\ &u = u^A + \upsilon, \\ &u^A = -\omega_1^{-1}\psi_\lambda^* - \hat{f}_\lambda, \\ &\dot{\upsilon} = -\psi_\lambda^*; \end{aligned}$$

а

$$\begin{aligned} &\dot{x} = f_1,\ f_1 = \lambda(t)x(t)\big(1-\alpha x(t)\big), \\ &\dot{\lambda} = f_\lambda(x,\lambda)+u,\ u = u^A+\upsilon+z, \\ &u^A = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\right)^{-1}\left(f_1 - \frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}z - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\dot{z} + \omega_1^{-1}\psi^{(1)}\right), \\ &\dot{z} = \eta\psi,\ \dot{\upsilon} = -\psi,\ \omega_1,\eta > 0, \\ &\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda} = -\big(1+\omega_2\eta k\big)^{-1}\left(\frac{\partial f_1}{\partial\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda} + \frac{\partial f_1}{\partial\lambda}\right), \\ &\frac{\partial\varphi}{\partial z} = -\big(1+\omega_2\eta k\big)^{-1}, k > 0. \end{aligned} \tag{11}$$

б

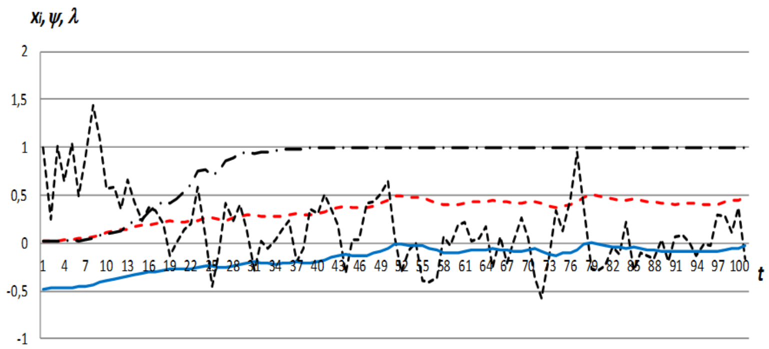



*Рис. 1. Траектории системы (11) в нерасчетных условиях: аддитивный шум по параметру* $\lambda(t) := \lambda(t)+\xi(t),\ \xi \sim N(0,1)$ *(короткий пунктир); x(t) – длинный красный пунктир, целевое многообразие* $\psi^* = x(t) - 0{,}5$ *– сплошная синяя линия, траектория неуправляемой модели Ферхюльста*

**Пример 2.** Приведем для сравнения результаты синтеза двух систем управления для объекта «самолет-амфибия», построенных по классическому алгоритму АКАР [17-19] и вышеизложенному алгоритму, а также результаты сравнительного моделирования.

Задача синтеза системы управления продольным движением [19] объекта с описанием (12,а):

$$
\begin{array}{ll}
\dot{x}_1(t) = -g\sin x_5 + a_1u_1 + z_1, & \dot{x}_1(t) = f_1 + a_1u_1,\\
\dot{x}_2(t) = -g\cos x_5 + a_2u_2 + z_2, & \dot{x}_2(t) = f_2 + a_2u_2,\\
\dot{x}_3(t) = a_3u_3 + z_3, & \dot{x}_3(t) = f_3 + a_3u_3,\\
\dot{x}_4(t) = x_1\sin x_5 + x_2\cos x_5, & \dot{x}_4(t) = x_1\sin x_5 + x_2\cos x_5,\\
\dot{x}_5(t) = x_3, & \dot{x}_5(t) = x_3,\\
\dot{x}_6(t) = x_1\cos x_5 - x_2\sin x_5, & \dot{x}_6(t) = x_1\cos x_5 - x_2\sin x_5,\\
\text{а} & \text{б}
\end{array}
\qquad (12)
$$

где $z_1, z_2, z_3$ – неизвестные возмущения, состояла в определении векторного управления $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$, который обеспечивал бы выход объекта на движение со скоростью $x_{10} = V_0$, высотой $x_{40} = H_0$, углом тангажа $x_{50} = \vartheta_0$. Эти требования реализуются естественными технологическими инвариантами $\psi_i^* = x_i - x_{i0},\ i = \overline{1,3}$.

Поставим альтернативную задачу синтеза управления вывода объекта с описанием (12,б) на целевое многообразие и стабилизации его в окрестности заданного многообразия, а именно: требуется найти закон векторного управления, обеспечивающий достижение цели управления $\boldsymbol{\psi}(\boldsymbol{x}) = 0$ и компенсирующий неопределенность $f_1,\ f_2,\ f_3$ в описании по управляемым координатам $x_1,\ x_2,\ x_3$.

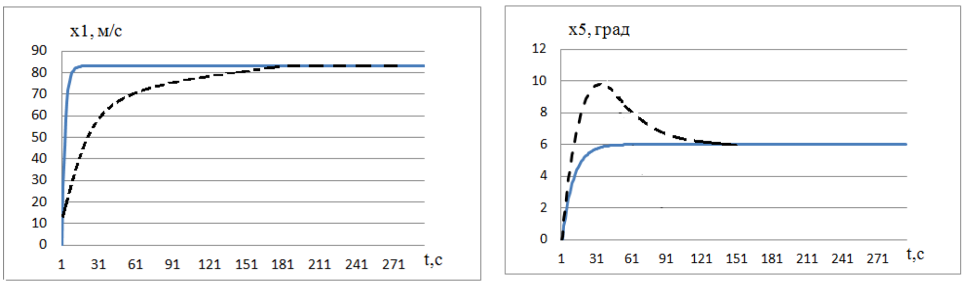
Согласно шагам выше приведенного алгоритма управления с компенсацией неопределенности регулятор будет иметь вид:

$$u_l = u_l^A + \upsilon_l^A,\ u_l^A = -(a_2)^{-1}\hat{f}_l + (a_2)^{-1}\dot{\varphi}_{l-1} - \left(a_l\omega_l^{(1)}\right)^{-1}\psi_l^{(1)},$$

$$\dot{\varphi}_j = \left(\frac{\partial\varphi_j}{\partial x_4} f_4 + \frac{\partial\varphi_j}{\partial x_5} f_5\right), j = 1,2, \dot{\varphi}_0 = 0, \psi_1^{(1)} = \psi_1^*,$$

$$z_l = f_2 - \hat{f}_2(t),\ \ \upsilon_l = z_l + a_l\upsilon_l^A,$$

$$\dot{\upsilon}_l = -\psi_l^{(1)},\ \dot{\varphi}_{l-1} = \left(-\left(\omega_l^{(2)}\right)^{-1} + \left(\omega_l^{(1)}\right)^{-1}\right)\psi_l^{(2)} - \upsilon_l.$$




*а – поведение переменной $x_1$* *Б – поведение переменной $x_5$*

*Рис. 2. Переходные процессы для двух целевых значений стабилизируемых переменных: $x_{10} = V_0 = 83\ м/с,\ x_{40} = H_0 = 2500\ км,\ x_{50} = \vartheta_0 = 6\ град$ при управлении по алгоритму АКАР+ (сплошная линия) в предположении, что $f_1,\ f_2,\ f_3$ – неизвестны; при управлении по алгоритму АКАР (пунктир) в предположении, что $f_1,\ f_2,\ f_3$ – известны*

**Заключение.** В статье представлен алгоритм построения системы управления с компенсацией неопределенности в описании нелинейного многомерного объекта с неполной информацией для решения задачи стабилизации плохо формализуемого объекта, основой для которой явились метод управления в скользящем режиме; метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов; бэкстеппинг.

Управление конструируется в виде $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}^A + \boldsymbol{\upsilon}$, где первое слагаемое ищется как АКАР-управление, при этом в регуляторе $\boldsymbol{u}^A$ используются некоторые аппроксимации неизвестных составляющих $f_1, \ldots, f_m$, получение которых не является затруднительной операцией, так как по условию управление ищется в пространстве состояний. При этом ошибка аппроксимации интерпретируется как шумовая составляющая, которая будет подавлена конструируемым регулятором $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u}^A + \boldsymbol{\upsilon}$ за счет добавочной переменной управления $\boldsymbol{\upsilon}$, поиск которой опирается на математический аппарат АКАР и вторую теорему Ляпунова. Показано, что из метода Ляпунова следует обоснование вида правых частей для вводимых переменных в процессе расширения фазового пространства (см., например, [18, 19]) при реализации механизма синтеза гарантирующего регулятора.

В ближайшем будущем целесообразно рассмотреть возможность построения системы управления сложным объектом на основе обсуждаемого алгоритма, робастного по отношению к стохастическим помехам (см. выше рис. 1 для примера 1), оказывающим влияние как на функционирование регулятора, так и на поведение объекта управления.

Следует заметить, что обсуждаемая в работе схема построения системы управления с компенсацией неопределенности является математическим основанием систем интеллектуального управления с распознаванием состояний [20] и ранее полученного фактически на базе техники метода АКАР нечеткого регулятора [21].

Результаты работы могут быть актуальны в системах управления плохо формализуемыми динамическими объектами в различных предметных областях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Красовский А.А.* Математическая и прикладная теория. Избранные труды. – М.: Наука, 2002. – 362 с.
2. *Халил Х.К.* Нелинейные системы: монография. – М.: Институт компьютерных исследований; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. – 812 с.
3. *Никифоров В.О.* Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. – СПб.: Наука, 2003. – 282 с.
4. *Fradkov A.L., Miroshnik I.V., Nikifirov V.O.* Nonlinear and adaptive control of complex systems. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 528 p.
5. *Memon A.Y. and Khalil H.K.* Output Regulation of Nonlinear Systems Using Conditional Servocompensators // Automatica. - 2010. - Vol. 46. - P. 1119-1128.
6. *Kokotovic P.V. and Arcak M.* Activation of Nonlinear Feedback Concepts, in System Theory: Modeling, Analysis, and Control–A Tribute to Sanjoy K. Mitter, T.E. Djaferis and I.C. Schick, Eds., The Springer International Series in Engineering and Computer Science, New York, NY: Springer-Verlag New York, LLC. – 1999. - P. 379-389.
7. *Hangos K.M., Bokor J., Szederkenyi G.* Analysis and control of nonlinear process systems. – London: Springer-Verlag London Ltd, 2004. – 308 p.
8. *Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R.* Nonlinear and Adaptive Control with Applications Springer, 2008. – P. 290.
9. *Marino R., Tomei P.* Nonlinear control systems design. – N.J.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1995. – 409 p.
10. *Терехов В.А., Тюкин И.Ю.* Адаптация в нелинейных динамических системах. – М.: ЛКИ, 2008. – 384 с.

11. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление. - М.: Наука, 2002. – 303 с.
12. *Byrnes C.I., Isidori A.* Bifurcation analysis of the zero dynamics and the practical stabilization of nonlinear minimum-phase systems // Asian Journal of Control. - 2002. - P. 171-185.
13. *Isidori A.* Robust Feedback Design for Nonlinear Systems: a Survey // Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences. - 2010. - Vol. 18. - P. 693-714.
14. *Arcak M.* Unmodeled dynamics in robust nonlinear control: Diss. … PhD in electrical and computer engineering. Santa Barbara. 2000. – 103 p.
15. *Narendra K.S., Han Z.* A new approach to adaptive control using multiple models // International Journal of Adaptive Control and Signal Processing. – 2012. - Vol. 26, № 8. - P. 689-820.
16. *Freeman R.A., Kokotović P.V.* Robust Control of Nonlinear Systems. – Boston: Birkhauser, 1996. – 258 p.
17. *Колесников А.А*. Синергетика и проблемы теории управления: сборник научных трудов / под ред. А.А. Колесникова. – М.: Физматлит, 2004. - 504 с.
18. *Колесников А.А*. Метод интегральной адаптации нелинейных систем на инвариантных многообразиях // Труды 3-ей мультиконференции по проблемам управления. – СПб., 2010. - С. 29-34.
19. *Колесников А.А., Кобзев В.А.* Динамика полета и управление: синергетический подход. - Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – 198 с.
20. *Kolesnikova S.I.* Use of a posteriori information to control of a poorly formalizable dynamic object // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – Vol. 46, № 6. – P. 571-579.
21. *Ho D.L., Kolomeiseva M.B.* Adaptive fuzzy logic control of robot-manipulator // IFAC. Workshop on Manufacturing, Modeling, Manegement and Control. – Prague, 2001. – P. 157-160.

REFERENCES

1. *Krasovskiy A.A.* Matematicheskaya i prikladnaya teoriya. Izbrannye trudy [Mathematical and applied theory. Selected works]. Moscow: Nauka, 2002, 362 p.
2. *Khalil Kh.K.* Nelineynye sistemy: monografiya [Nonlinear systems: monograph]. Moscow: Institut komp'yuternykh issledovaniy; Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», 2009, 812 p.
3. *Nikiforov V.O.* Adaptivnoe i robastnoe upravlenie s kompensatsiey vozmushcheniy [Adaptive and robust control with disturbance compensation]. St. Petersburg: Nauka, 2003, 282 p.
4. *Fradkov A.L., Miroshnik I.V., Nikifirov V.O.* Nonlinear and adaptive control of complex systems. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999, 528 p.
5. *Memon A.Y. and Khalil H.K.* Output Regulation of Nonlinear Systems Using Conditional Servocompensators, *Automatica*, 2010, Vol. 46, pp. 1119-1128.
6. *Kokotovic P.V. and Arcak M.* Activation of Nonlinear Feedback Concepts, in System Theory: Modeling, Analysis, and Control–A Tribute to Sanjoy K. Mitter, T.E. Djaferis and I.C. Schick, Eds., The Springer International Series in Engineering and Computer Science, New York, NY: Springer-Verlag New York, LLC, 1999, pp. 379-389.
7. *Hangos K.M., Bokor J., Szederkenyi G.* Analysis and control of nonlinear process systems. London: Springer-Verlag London Ltd, 2004, 308 p.
8. *Astolfi A., Karagiannis D., Ortega R.* Nonlinear and Adaptive Control with Applications Springer, 2008, pp. 290.
9. *Marino R., Tomei P.* Nonlinear control systems design. N.J.: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1995, 409 p.
10. *Terekhov V.A., Tyukin I.Yu.* Adaptatsiya v nelineynykh dinamicheskikh sistemakh [Adaptation in nonlinear dynamic systems]. Moscow: LKI, 2008, 384 p.
11. *Polyak B.T., Shcherbakov P.S.* Robastnaya ustoychivost' i upravlenie [Robust stability and control]. Moscow: Nauka, 2002, 303 p.
12. *Byrnes C.I., Isidori A.* Bifurcation analysis of the zero dynamics and the practical stabilization of nonlinear minimum-phase systems, *Asian Journal of Control*, 2002, pp. 171-185.
13. *Isidori A.* Robust Feedback Design for Nonlinear Systems: a Survey, *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, 2010, Vol. 18, pp. 693-714.
14. *Arcak M.* Unmodeled dynamics in robust nonlinear control: Diss. … PhD in electrical and computer engineering. Santa Barbara. 2000, 103 p.
15. *Narendra K.S., Han Z.* A new approach to adaptive control using multiple models, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2012, Vol. 26, No. 8, pp. 689-820.

16. *Freeman R.A., Kokotović P.V.* Robust Control of Nonlinear Systems. Boston: Birkhauser, 1996, 258 p.
17. *Kolesnikov A.A.* Sinergetika i problemy teorii upravleniya: sbornik nauchnykh trudov [Synergetics and problems of control theory: proceedings of], Under ed. A.A. Kolesnikova. Moscow: Fizmatlit, 2004, 504 p.
18. *Kolesnikov A.A.* Metod integral'noy adaptatsii nelineynykh sistem na invariantnykh mnogoobraziyakh [Method of integral adaptation of nonlinear systems in the invariant manifolds], *Trudy 3-ey mul'tikonferentsii po problemam upravleniya* [Proceedings of the 3rd multiconference on control problems]. St. Petersburg, 2010, pp. 29-34.
19. *Kolesnikov A.A., Kobzev V.A.* Dinamika poleta i upravlenie: sinergeticheskiy podkhod [Flight dynamics and control: a synergistic approach]. Taganrog: Izd-vo TTI YuFU, 2009, 198 p.
20. *Kolesnikova S.I.* Use of a posteriori information to control of a poorly formalizable dynamic object, *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing,* Vol. 46, No. 6, pp. 571-579.
21. *Ho D.L., Kolomeiseva M.B.* Adaptive fuzzy logic control of robot-manipulator, I*FAC. Workshop on Manufacturing, Modeling, Manegement and Control*. Prague, 2001, pp. 157-160.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.А. Колесников.

**Колесникова Светлана Ивановна** – Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники; e-mail: skolesnikova@yandex.ru; г. Томск, пр-т Ленина, 40; д.т.н.; профессор.

**Kolesnikova Svetlana Ivanovna** – Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics; e-mail: skolesnikova@yandex.ru; 40, Lenin av., Tomsk, Russia; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 681.51

**А.Н. Попов, Н.А. Зеленина**

# СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ СИСТЕМ ОРБИТАЛЬНОГО МАНЕВРИРОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ*

*Решение большинства задач управления движением искусственных спутников Земли (ИСЗ) невозможно без осуществления орбитального маневрирования. Орбитальным маневрированием называют всякое целенаправленное изменение орбиты ИСЗ. Наибольшее распространение в практике орбитального маневрирования получили импульсные маневры, предполагающие создание мгновенного вектора тяги с помощью маневровых двигателей в определенных точках орбиты движения ИСЗ. Импульсный подход имеет ряд ограничений: зависимость оптимальности перелета от радиуса и значения угла наклонения конечной орбиты, необходимость с целью оптимального расхода топлива осуществлять маневрирование в точках орбиты, где скорость ИСЗ минимальна, и др. Рассматривается применение принципов и методов синергетической теории управления для синтеза алгоритмов управления ИСЗ, обеспечивающих выполнение требуемых орбитальных маневров. Представлены процедуры синергетического синтеза для случая сохранения плоскости исходной орбиты (копланарное маневрирование) и для случая перехода в отличную от исходной орбитальную плоскость (пространственное маневрирование). Параметры желаемой орбиты (радиус, эксцентриситет и углы поворота плоскости орбиты относительно экваториальной плоскости) задаются в виде соответствующих инвариантов движения замкнутой системы, которые в свою очередь входят в структуру формируемых в ходе процедуры синтеза притягивающих инвариантных многообразий. В качестве инвариантов движения ИСЗ используются известные инварианты Кеплера, что позволяет говорить о соответствии разработанных алгоритмов естественным физическим закономер-*

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №13-08-00995-а).