

19. *Kolesnikov A.A.* Sinergeticheskaya teoriya upravleniya: kontseptsii, metody, tendentsii razvitiya [Synergetic control theory: concepts, methods, trends], *Izvestiya TRTU [Izvestiya TSURe]*, 2001, No. 5 (23), pp. 7-27.
20. *Popov A.N., Zelenina N.A.* Sinergeticheskii sintez sistem orbital'nogo manevrirovaniya kosmicheskikh apparatov [Synergetic synthesis systems orbital maneuvering spacecraft], *Materialy V Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii «Sistemnyy sintez i prikladnaya sinergetika»* [Materials of V International scientific conference "System synthesis and applied synergetics"]. Pyatigorsk. FGAOU VPO «SKFU» (filial) v g. Pyatigorske 2013. V 3-kh vol. Vol. 2, pp. 88-93.
21. *Kolesnikov A.A.* Sinergeticheskaya kontseptsiya sistemnogo sinteza: edinstvo protsessov samoorganizatsii i upravleniya [Synergetic concept of system synthesis: the unity of the processes of self-organization and management], *Izvestiya TRTU [Izvestiya TSURe]*, 2006, No. 6 (61), pp. 10-38.
22. *Kolesnikov A.A.* Analiticheskoe konstruirovaniye nelineynykh agregirovannykh regula-torov po zadannoy sovokupnosti invariantnykh mnogoobraziy. I. Skalyarnoe upravlenie [Analytical design of nonlinear aggregated regulators on a predetermined number of invariant manifolds. I. Scalar control], *Elektromekhanika [Electrical Engineering]*, 1987, No. 3.
23. *Sabatini M., Bevilacqua R., Pantaleoni M., Izzo D.* A Search for Invariant Relative Satellite Motion, accepted for publication in *Journal of Non Linear Dynamics and Systems*, also Proceedings of the 4th Workshop on Satellite Constellations and Formation Flying, Sao Jose Dos Campos, Brazil, 14-16 February 2005, pp. 222-229.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.Б. Чернышев.

Попов Андрей Николаевич – Южный федеральный университет; e-mail: anpopov@sfnu.ru; 347922, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: +78634318090; кафедра синергетики и процессов управления; и.о. заведующего кафедрой; к.т.н.

Зеленина Нелли Андреевна – e-mail: nelly155@yandex.ru; магистрант.

Popov Andrey Nickolaevitch – South Federal University; e-mail: anpopov@sfnu.ru; 2, Chekhova street, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634318090; the department of synergetics and control processes; head of department; cand. of eng. sc.

Zelenina Nelly Andreevna – e-mail: nelly155@yandex.ru; master student.

УДК 681.5

А.А. Колесников

**МЕТОД СИНЕРГЕТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
САМООРГАНИЗУЮЩИМИСЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ
СИСТЕМАМИ***

На основе синергетического подхода в статье разработан новый метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов колебаний – АКАРК, который является дальнейшим развитием широко известного метода АКАР в синергетической теории управления. Существенными отличительными особенностями метода АКАРК, на наш взгляд, являются: во-первых, использование в процедуре синтеза законов управления в виде энергии или первых интегралов движения систем; во-вторых, использование новых, по сравнению с методом АКАР, инвариантных соотношений для задач синтеза законов управления нелинейными колебаниями с заданными амплитудой и частотой. Согласно синергетической теории управления, в основе метода АКАРК лежит концепция гармоничного единства процессов технологической самоорганизации и управления. На основе этой кон-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-08-00782 а.

цепции могут быть синтезированы обобщенные законы энергоэффективного управления колебательными и вибрационными режимами нелинейных объектов разной природы: при создании нового класса унифицированных генераторов нелинейных колебаний; при создании нового класса систем управления движением авиакосмических систем; при создании нового класса вибромеханических систем; при создании нового класса систем энергоэффективного управления подвижными объектами разной природы; при создании нового класса энергоэффективных систем управления сложными нелинейными объектами, обладающими хаотической динамикой и др. Предлагаемый метод АКАРК обладает существенными преимуществами перед известными методами теории нелинейных колебаний. Разработанный метод АКАРК нашел применение как для развития современной теории нелинейных колебаний, так и при проектировании нового класса колебательных и вибрационных систем разного применения. Таким образом, предложенный в статье новый метод синтеза самоорганизующихся нелинейных колебательных систем разной природы базируется на использовании желаемой энергии в качестве целевых аттракторов синтезируемых систем. Такой подход позволил как обобщить известные результаты классической теории нелинейных колебаний, так и разработать новые методы энергоэффективного управления широким классом сложных динамических объектов, распространенных в различных областях науки и техники.

Синтез; система; нелинейные колебания; энергетические инварианты; законы энергоэффективного управления.

A.A. Kolesnikov

METHOD OF SYNERGETIC CONTROL OF SELF-ORGANIZING NONLINEAR OSCILLATION SYSTEM

On the basis of the synergetic approach in the article we present the new method of analytical design of aggregated regulators of oscillations – ADARO, which is a further development of the well-known ADAR method of synergetic control theory. The essential characteristics of the ADARO method, in our opinion, are: firstly, the use of control laws in the form of energy or first integrals of system motion in the design procedure; secondly, the use of new, as compared with the ADAR method, invariant relations for problems of control law design of nonlinear oscillations with given amplitude and frequency. According to the synergetic control theory, the ADARO method is based on the concept of harmonious unity of technological processes of self-organization and control. On the basis of this concept can be synthesized the generalized law of energy-efficient control of oscillatory and vibrational modes of nonlinear objects of different nature: the creation of a new class of unified generators of nonlinear oscillations – when creating a new class of aerospace motion control systems – while creating a new class of vibromechanic systems – when creating a new class of energy-efficient systems of various mobile units control – the creation of a new class of energy-efficient control systems for complex nonlinear objects possessing chaotic dynamics, etc. The proposed ADARO method has significant advantages over the prior art methods of the theory of nonlinear oscillations. The developed ADARO method has been applied to design of the modern theory of nonlinear oscillations, and the design of a new class of oscillating and vibrating systems of different applications. Thus, the proposed new method of the synthesis of self-organizing nonlinear oscillatory systems of different nature is based on the use of a desired energy as a target attractors of synthesized systems. Such approach provides as generalization of the known results of the classical theory of nonlinear oscillations, as well as to develop new methods of energy-efficient control of a extensive class of complex dynamic objects of various areas of science and technology.

Synthesis; system; nonlinear oscillations; energy invariants; energy-efficient control laws.

Введение. Колебательные процессы играют чрезвычайно важную роль в современных физических, химических, биологических, технических и экономических науках. Достаточно упомянуть, что классическая и небесная механики – это, в первую очередь, науки о колебаниях. Если в природных процессах колебания являются отражением соответствующих естественных закономерностей взаимодействия между частями общей системы, то в технике колебательные явления могут выступать как в качестве основных режимов функционирования, так и оказаться нежелательными и противоречащими нормальному протеканию технологи-

ческого процесса. Примером первого типа колебаний, т.е. полезных движений, являются разнообразные вибромеханические процессы. В этом случае под действием быстрых движений в нелинейных колебательных системах возникают необычные эффекты: вибрационное перемещение, т.е. направленное в среднем «медленное» движение; направленное изменение физико-механических свойств тел; стабилизация положения равновесия; изменение реологических характеристик – псевдосжижение, виброползучесть, возникновение виброкипящего слоя и т.д. Второй тип колебаний, т.е. нежелательных движений, проявляется в системах подавления электрических и упругих колебаний, в системах виброизоляции и др. Оба типа колебательных движений характерны, например, для авиакосмических, электроэнергетических и трибомеханических систем.

Таким образом, проблема управления нелинейными колебательными объектами и процессами с регулярной и хаотической динамикой имеет важное прикладное значение. Дело не только в борьбе с хаосом, обычно ухудшающим или даже разрушающим сложные системы. В соответствии с доктриной современной нелинейной науки хаос может играть существенную конструктивную роль и даже служить источником порядка.

Развиваемый в работе метод синергетического управления самоорганизацией нелинейных колебаний опирается на базовые положения концепции единства процессов самоорганизации и управления синергетической теории нелинейного системного синтеза и фундаментальные понятия аналитической механики: законы сохранения энергии и первые интегралы, представляющие собой инвариантные многообразия синтезируемых нелинейных колебательных систем.

1. Постановка задачи. В синергетической теории управления (СТУ) [1–5] при синтезе объективных законов управления нелинейными многомерными и многосвязными объектами одной из ключевых задач является выбор и обоснование инвариантных многообразий – целевых аттракторов $\Psi = 0$. Эта важная задача имеет неформальный характер и обычно решается в СТУ [1–5] в зависимости от конкретных технологических требований к системе управления объектов соответствующей природы. Учитывая значительное разнообразие задач управления обширным классом нелинейных объектов, выбор и обоснование указанных инвариантных многообразий носит в СТУ [1–5] самостоятельный характер, связанный с глубоким пониманием сущности процессов управления соответствующим объектом – в электроэнергетике, электромеханике, робототехнике, авиации, космонавтике и др. Иначе говоря, в известной СТУ [1–5] по указанным причинам отсутствует единая, формальная процедура выбора инвариантных многообразий – технологических инвариантов. Следует, однако, подчеркнуть, что в динамике поведения обширного класса технических объектов существуют единые, базовые процессы, определяющие сущность основной задачи управления – это нелинейные колебательные процессы. Проблема управления такими колебаниями относится к важнейшему направлению в современной теории колебаний и нелинейной теории управления [6].

В теории управления нелинейными колебаниями можно выделить две ключевые проблемы:

- ◆ во-первых, это проблема генерации устойчивых нелинейных колебаний, т.е. проблема синтеза нового класса генераторов нелинейных колебаний, которые по своим свойствам превосходят и обобщают издавна известные генераторы Ван-дер-Поля, Релея, Пуанкаре и др. Это весьма распространенные в разных областях науки и техники генераторы – в теории автоколебаний [7], в радиотехнике, электромеханике и др. По существу – это проблема синтеза генераторов регулярных колебаний с заданными свойствами;

- ♦ во-вторых, это проблема «подавления» внешних нежелательных колебаний и обеспечение в синтезируемой системе либо колебаний с желаемыми свойствами, либо существенное или полное их подавление. Указанная проблема является одной из ключевых задач управления электромеханики, авиации, транспортных средств и др.

В методе АКАРК с единых теоретических позиций рассматриваются две важные и взаимосвязанные проблемы управления нелинейными колебаниями – это проблема синтеза генераторов с заданными свойствами и проблема полного или частичного подавления внешних колебаний, действующих на объект соответствующей природы. В основу решения этих проблем целесообразно положить единый подход, основанный на общих свойствах колебательных систем любой природы. Как показано в [8], такими общими свойствами являются *энергетические инварианты* – во-первых, это *энергия синтезируемой системы* и, во-вторых, *ее первые интегралы движения*.

Отсюда следует, что для синтеза систем управления нелинейными колебаниями необходимо разработать новый метод синтеза таких систем, основанный на базовых понятиях аналитической механики [9, 10]. На наш взгляд, таким методом является метод АКАРК, который развивает новый подход в теории управления нелинейными колебаниями.

Очевидно, что с целью развития нового подхода к решению проблем генерации и подавления нелинейных колебаний необходимо, опираясь на идеологию СТУ и основанный на ней базовый метод АКАР [1–5], нашедших эффективное применение в разных областях техники [11–13], произвести модификацию метода АКАР на основе общего класса инвариантных многообразий. К первому классу таких многообразий относится энергия синтезируемой колебательной системы, а ко второму – первые интегралы движения этой системы. В связи с этим такая модификация по аналогии с методом АКАР и была названа нами *методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов колебаний* – АКАРК.

2. Базовые положения метода АКАРК. На основе принципа «расширения – сжатия» фазового пространства синергетической теории управления [1–5] в статье разрабатывается новый метод *аналитического конструирования агрегированных регуляторов колебаний* – АКАРК, опирающийся на базовую идею известного метода АКАР [1–5] введения притягивающих инвариантных многообразий $\psi_s(x_1, \dots, x_n) = 0$ (рис. 1), на которых согласуются естественные (энергетические, механические, тепловые и т.д.) свойства объекта и требования задачи управления нелинейными колебаниями. С точки зрения теории управления отличительная особенность постановки проблемы синергетического синтеза колебательных систем состоит в способе генерации такой совокупности обратных связей – законов управления $\mathbf{u}(\psi) = \mathbf{u}(\mathbf{x})$, которая переводит систему из произвольного исходного состояния сначала в окрестность многообразий $\psi_s(\mathbf{x}) = 0$, а затем обеспечивает асимптотически устойчивое движение системы вдоль этих многообразий вплоть до попадания её на целевые колебательные аттракторы. На этих аттракторах гарантируется выполнение заданных требований к синтезируемой системе – генерация или подавление колебаний.

Базовые положения метода АКАРК в задачах управления нелинейными колебаниями опираются на концептуальные основы СТУ [1–5] и приводят к следующим его этапам.

Этап 1. Записываются исходные дифференциальные уравнения объекта, например, в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= f_k(x_1, \dots, x_n) + M_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, m-1, \quad m \leq n, \\ \dot{x}_{k+1}(t) &= f_{k+1}(x_1, \dots, x_n) + u_{k+1} + M_{k+1}(t), \\ &\dots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, \dots, x_n) + u_n + M_r(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где x_1, \dots, x_n – координаты состояния объекта; $M_1(t), \dots, M_r(t)$ – внешние возмущающие воздействия; u_{k+1}, \dots, u_k – управления.

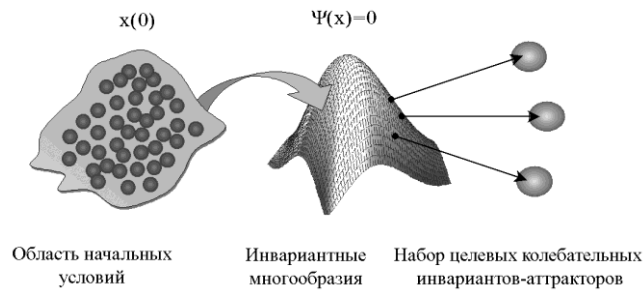


Рис. 1. Постановка проблемы синергетического синтеза систем

Этап 2. К системе (1) добавляется r уравнений, отражающих внутренние и внешние возмущения:

$$\dot{z}_j(t) = g_j(z_1, \dots, z_r, x_1, \dots, x_n), \quad j = 1, \dots, r. \quad (2)$$

Отметим, что при построении уравнений (2) возникают две самостоятельные задачи: во-первых, задача описания реальных возмущений, как частных решений дополнительных дифференциальных уравнений, и, во-вторых, задача формирования связей между уравнениями исходного объекта и уравнениями возмущений.

Этап 3. После выбора уравнений связи получаем расширенную систему дифференциальных уравнений – модель синтеза системы управления нелинейными колебаниями:

$$\begin{aligned} \dot{z}_j(t) &= g_j(z_1, \dots, z_r, x_1, \dots, x_n), & j &= 1, \dots, r; \\ \dot{x}_i(t) &= f_i(x_1, \dots, x_n) + z_j, & i &= r+1, \dots, m-1; \\ \dot{x}_{i+1}(t) &= f_{i+1}(x_1, \dots, x_n) + u_{i+1} + z_{j+1}; \\ &\dots \\ \dot{x}_n(t) &= f_n(x_1, \dots, x_n) + u_n + z_r. \end{aligned} \quad (3)$$

Построенная расширенная модель (3) позволяет поставить задачу синтеза законов управления – регуляторов колебаний: требуется найти такой вектор управления $\mathbf{u}(u_1, \dots, u_m)$ в виде совокупности нелинейных обратных связей, который обеспечивает перевод изображающей точки расширенной системы (3) из произвольного исходного состояния сначала на целевые энергетические многообразия

$$\Psi_s(x_1, \dots, x_n, z_1, \dots, z_r), \quad s = 1, 2, \dots, m, \quad (4)$$

а затем в результате движения вдоль пересечения многообразий $\Psi_s = 0$ (4) попадание в заданное конечное состояние – целевой колебательный аттрактор, обеспечивающее генерацию или подавление колебаний.

3. Метод АКАРК и теория оптимального управления. Отметим, что на траекториях движения замкнутой колебательной системы достигается минимум сопровождающего оптимизирующего функционала (СОФ), например, вида

$$J_{\Sigma} = \int_0^{\infty} \left[\sum_{s=1}^m \varphi_s^2(\psi_s) + \sum_{s=1}^m T_s^2 \dot{\psi}_s^2(t) \right] dt. \quad (5)$$

Согласно (5), движение изображающей точки синтезируемой системы должно удовлетворять системе функциональных уравнений относительно макропеременных

$$T_s \dot{\psi}_s(t) + \varphi_s(\psi_s) = 0, \quad s = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Уравнения (6) являются уравнениями Эйлера – Лагранжа и доставляют минимум СОФ (5), который отражает интегральные свойства синтезируемых систем. На основе (5) могут быть построены различные критерии качества систем [1–5].

Следует отметить, что уравнения (6) – это *инвариантные соотношения*, широко используемые в аналитической механике. В работе [10] показана глубокая связь между инвариантными соотношениями аналитической механики и синергетическими методами нелинейного системного синтеза, включая методы АКАР и АКАРК, базирующиеся на синергетическом подходе к синтезу систем управления объектами разной природы.

В теории аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР), получившей значительное развитие в XX в., основными методами синтеза регуляторов являются – это, во-первых, метод Летова – Калмана, в котором в качестве оптимизирующих функционалов используются квадратичные критерии качества и, как правило, линейные модели объектов [5, 14], и, во-вторых, – это метод А.А. Красовского [15], в котором используется функционал обобщенной работы (ФОР) и нелинейные модели объектов.

Решение задачи синтеза оптимального регулятора методом Летова – Калмана для линейных объектов к настоящему времени получило достаточное развитие на основе численных методов. Недостатками этого метода, на наш взгляд, являются трудности обоснованного выбора весовых коэффициентов квадратичных критериев оптимальности и их физического обоснования [5].

В методе А.А. Красовского оптимизирующий функционал представлен в виде некоторой квадратичной формы координат, в своей совокупности отражающих «обобщенную работу» синтезируемой системы. В этом отношении метод ФОР имеет более ясное физическое обоснование по сравнению с методом Летова – Калмана. Однако для синтеза оптимального регулятора методом ФОР также используются численные методы. Кроме того, метод ФОР применим, в первую очередь, к устойчивым нелинейным объектам и, кроме того, процедура синтеза законов управления в математическом смысле не является аналитической. Разумеется, что метод А.А. Красовского был заметным шагом в развитии методов оптимального управления. Этот метод был применен А.А. Красовским для решения важных задач управления летательными аппаратами [15].

Метод АКАРК по сравнению с методом ФОР имеет более ясное физическое содержание в отношении критериев оптимального управления. Дело в том, что критерии оптимальности в методе АКАРК могут быть представлены, например, в виде (5), где $\psi(t)$ – энергия синтезируемой колебательной системы, а составляющая $\dot{\psi}(t)$ – отражает ее мощность. Отсюда следует, что критерий оптимальности в методе АКАРК в большей мере, чем в методе ФОР, отражает конкретное физическое содержание задач синтеза законов управления агрегированных регуляторов колебаний. Кроме того, метод АКАРК применим также и к неустойчивым нелинейным объектам. При этом процедура синтеза законов управления в этом методе является полностью аналитической в математическом смысле.

где

$$D = \begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{mm} \end{vmatrix} \neq 0, \quad D_1 = \begin{vmatrix} \Phi_1 & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1m} \\ \Phi_2 & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Phi_m & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{mm} \end{vmatrix} \neq 0 \text{ при } \Phi_s = 0,$$

$$D_n = \begin{vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1,m-1} & \Phi_1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2,m-1} & \Phi_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{m,m-1} & \Phi_m \end{vmatrix} \neq 0 \text{ при } \Phi_s \neq 0.$$

$$\Phi_s = \gamma_{s1} \dot{\psi}_1(t) + \gamma_{s2} \dot{\psi}_2(t) + \dots + \gamma_{sn} \dot{\psi}_n(t) - \frac{1}{T_s} \varphi_s(\psi_s).$$

Приведенные здесь соотношения позволяют найти конкретные законы векторного управления (9), которые переводят изображающую точку системы в окрестность пересечения целевых колебательных аттракторов $\psi_1 = 0, \dots, \psi_m = 0$. Движение изображающей точки вдоль этого пересечения определяется уравнениями «внутренней» динамики (7). Законы управления (9) вместе с уравнениями связей V_k образуют уравнения динамического агрегированного регулятора нелинейных колебаний, который в зависимости от поставленной задачи обеспечивает генерацию соответствующих колебаний с заданными свойствами либо подавляет внешние возмущения на систему с обеспечением желаемых свойств нелинейных колебаний.

Подчеркнем, что основные положения метода АКАРК аналогичны базовым положениям известного метода АКАР в СТУ [1–5]. Иначе говоря, метод АКАРК является дальнейшей модификацией метода АКАР применительно к обширному классу нелинейных объектов с регулярными и хаотическими колебаниями. Дело в том, что в методе АКАР выбор инвариантных многообразий полностью не является регулярной процедурой и зависит от умения конструктора системы и его понимания конкретной технологической задачи управления. Отличительная особенность метода АКАРК состоит в единообразном выборе энергетических инвариантов в виде энергии синтезируемой системы или ее первых интегралов движения. Подчеркнем, что выбор энергии в виде инвариантного многообразия позволяет решить обширный класс задач управления нелинейными колебаниями.

5. Отличительные особенности метода АКАРК. Подведем некоторые важные итоги рассмотрения нового метода АКАРК, основанного на синергетическом подходе к синтезу систем управления нелинейными колебаниями в объектах разной природы.

Существенные отличия метода АКАРК состоят:

- ♦ *во-первых*, в использовании макропеременных вида $\psi_1 = E$, где E – энергия, и вида $\psi_2 = \psi_{\text{ин}}$ – первый интеграл движения синтезируемой колебательной системы;
- ♦ *во-вторых*, в использовании основных инвариантных соотношений вида:

$$T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 x_i^2 = 0,$$

$$T_2 \dot{\psi}_2(t) + \psi_2 \varphi = 0.$$

Для механических систем x_i – это, как правило, скорость, а для других систем φ – это некоторая определенно–положительная функция координат состояния. Очевидно, указанные инвариантные соотношения являются асимптотически устойчивыми по Ляпунову относительно состояний $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = 0$ при $T_1 > 0$, $T_2 > 0$. Это означает, что изображающая точка синтезируемой колебательной системы неизбежно попадает на желаемые инвариантные многообразия $\psi_1 = 0$ или $\psi_2 = 0$ – колебательные аттракторы системы. Для того чтобы это подтвердить используем следующие функции Ляпунова:

$$V_1 = 0,5\psi_1^2, \quad \text{тогда} \quad \dot{V}_1(t) = \psi_1\dot{\psi}_1(t) = -\frac{\psi_1^2}{T_1} x_i^2 < 0$$

и

$$V_2 = 0,5\psi_2^2, \quad \text{тогда} \quad \dot{V}_2(t) = \psi_2\dot{\psi}_2(t) = -\frac{\psi_2^2}{T_2} \varphi < 0.$$

Отсюда и следуют указанные выше очевидные условия асимптотической устойчивости по Ляпунову относительно инвариантных многообразий $\psi_1 = 0$ и $\psi_2 = 0$ синтезируемых колебательных систем.

Приведенные здесь простые и, на первый взгляд, очевидные соображения относительно устойчивости синтезируемых нелинейных колебательных систем содержат, на наш взгляд, некоторые скрытые (латентные) особенности. Дело в том, что выражение $\psi_1 = 0$ – это уравнение декомпозированной консервативной системы, которая, как известно, свойством асимптотической устойчивости по Ляпунову не обладает. Однако, исходная система $T_1\dot{\psi}_1(t) + \psi_1 x_i^2 = 0$ – это диссипативная система. Отсюда следует, что при выходе изображающей точки системы из состояния $\psi_1 = 0$ вступает в действие диссипативное свойство, которое возвращает систему в состояние $\psi_1 = 0$ за время, определяемое параметром $T_1 > 0$. Аналогичные процессы происходят и в системе $T_2\dot{\psi}_2(t) + \psi_2 \varphi = 0$.

В целом это означает, что в результате диссипативно-консервативного взаимодействия в первой системе функция $\psi_1 = 0$ – это притягивающее инвариантное многообразие, на котором возникают устойчивые колебательные процессы с заданными свойствами. Выявленный здесь в методе АКАРК механизм диссипативно-консервативного взаимодействия, на наш взгляд, является новым в теории синтеза систем управления нелинейными колебаниями.

- ♦ *в-третьих*, метод АКАРК обладает ясной физической сущностью в задачах оптимального управления генерацией регулярных колебаний в нелинейных системах, синтезируемых на основе полной энергии.

Отметим некоторые особенности процедуры применения метода АКАРК при синтезе нелинейных колебательных систем. В этом методе формирование устойчивых нелинейных колебаний реализуется путем введения таких «внутренних» управлений в нелинейном объекте, которые преобразуют уравнения его модели таким образом, чтобы желаемая координата, отражающая технологический процесс в системе, неизбежно выходила на режим устойчивых колебаний с заданными свойствами. Указанная координата в зависимости от требований к технологическому процессу и вида структуры модели объекта может быть как промежуточной, так и выходной координатой объекта.

Итак, благодаря введению соответствующих внутренних управлений, преобразующих модель объекта, в системе «объект – регулятор колебаний» возникают устойчивые нелинейные колебания. Применение такого рода нелинейных преобразований путем введения соответствующих «внутренних» управлений существенным образом отличают метод АКАРК от других методов синтеза систем управления нелинейными колебаниями.

Заключение. Метод АКАРК – это метод формирования нелинейных колебаний на основе преобразования нелинейной модели объекта соответствующей природы путем введения «внутренних» управлений. При векторном управлении можно параллельно ввести несколько «внутренних» управлений, что в большинстве случаев, как правило, существенно упрощает процедуру синтеза векторных законов управления нелинейными колебаниями. Синтезированные в методе АКАРК законы управления – это совокупность нелинейных обратных связей, образующих структуру агрегированного регулятора колебаний в объекте соответствующей природы.

Таким образом, метод АКАРК, базирующийся на идеологии СТУ, т.е. введения желаемых энергетических инвариантов – колебательных аттракторов, позволяет путем аналитического синтеза соответствующих законов управления преобразовать нелинейный объект в генератор желаемых устойчивых нелинейных колебаний, либо в систему, подавляющую нежелательные внешние колебательные возмущения. Оба варианта имеют важное прикладное значение в задачах управления различными современными техническими объектами в радиотехнике, электромеханике, авиации и космонавтике, в технологических процессах разного применения и др. Этот перечень эффективного применения метода АКАРК охватывает весьма обширный класс научных и прикладных задач в теории управления колебаниями, которым посвящены многочисленные монографии и статьи [16–18]. Подчеркнем, что в методе АКАРК эти важные задачи успешно решаются на единой научной основе, а именно: путем введения в процедуру синтеза законов управления единообразных инвариантных многообразий в форме энергии синтезируемой колебательной системы или ее первых интегралов движения. Метод АКАРК существенно превосходит известные методы синтеза систем управления нелинейными колебаниями в зарубежной литературе [19–21].

В целом, на наш взгляд, метод АКАРК существенно расширяет возможности для решения фундаментальной проблемы синтеза систем управления нелинейными колебаниями.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
2. Современная прикладная теория управления: Оптимизационный подход в теории управления / под ред. А.А. Колесникова. ФЦ «Интеграция». – М.–Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – Ч. I. – 400 с.
3. Современная прикладная теория управления: Синергетический подход в теории управления / под ред. А.А. Колесникова. ФЦ «Интеграция». – М.–Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – Ч. II. – 559 с.
4. Современная прикладная теория управления: Новые классы регуляторов технических систем / под ред. А.А. Колесникова. ФЦ «Интеграция». – М.–Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – Ч. III. – 656 с.
5. Колесников А.А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. – 2-е изд. – М.: КомКнига, 2012. – 240 с.
6. Нелинейные проблемы теории колебаний и теории управления. Вибрационная механика / под ред. В.В. Белецкого, Д.А. Индейцева и А.Л. Фрадкова. – СПб.: Наука, 2009. – 528 с.
7. Теодорчик К.Ф. Автоколебательные системы. – М.: Гостехиздат, 1952. – 268 с.

8. Колесников А.А. Синергетические методы синтеза систем управления колебательными процессами: энергетические инварианты: уч. пособие. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2012. – 117 с.
9. Колесников А.А., Колесников А.А. Инварианты механики и проблема нелинейного системного синтеза // Труды Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление», 12-16 июня 2012. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012. – Т. 3. – С. 74-81.
10. Колесников А.А. Аналитическая механика и проблема управления орбитальным движением космических летательных аппаратов // Труды Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление», 12-16 июня 2012. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2012. – Т. 3. – С. 12-18.
11. Veselov G.E., Popov A.N., Radionov I.A., Mushenko A.S. Adaptive Power Saving Control for Traction Asynchronous Electrical Drive: Synergetic Approach // Proc. of IEEE International Energy Conference «EnergyCon 2014», Dubrovnik, Croatia, 13-16 May 2014. – P. 1446-1453.
12. Popov Andrey, Radionov Ivan, Mushenko Alexey. Synergetic synthesis of power saving control for locomotive asynchronous drive systems // Proceedings of 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT-2014), 6-8 October 2014, St. Petersburg, Russia. – P. 546-55.
13. Veselov Gennady, Sklyarov Andrey, Mushenko Alexey, Sklyarov Sergey. Synergetic Control of a Mobile Robot Group // Proc. of 2nd International Conference on Artificial Intelligence, Modelling and Simulation, “AIMS2014”, Madrid, Spain, 18–20 Nov., 2014. – P. 61-65.
14. Летов А.М. Динамика полета и управление. – М.: Наука, 1969. – 359 с.
15. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. – М.: Наука, 1973. – 560 с.
16. Kolesnikov A.A. Nonlinear oscillation control. Energy invariants // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2009. – Vol. 48, № 2. – P. 185-198.
17. Kolesnikov Alexander A. Method of nonlinear adaptive control of active vibration protection systems // Proc. Of 6-th Chaotic Modeling and Simulation International Conference (CHAOS2013), June 11-14, 2013, Istanbul Turkey. – Vol. 1. – P. 27-39.
18. Колесников А.А., Харин И.Е. Синтез и моделирование систем управления химическими объектами распространенного класса // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 5 (130). – С. 56-61.
19. Jang S., Araki M. Mathematical analysis of fuzzy control systems and on possibility of industrial applications // Trans. Soc. Instrum. And Contr. Eng. – 1990. – Vol. 26, № 11.
20. Spong M.W., Corke P., Lozano R. Nonlinear control of the Reaction Wheel Pendulum // Automatica. – 2001. – Vol. 37. – P. 1845-1851.
21. Wiggins S. Global Bifurcations and Chaos (Analytical Methods). – New York: Springer, 1998.

REFERENCES

1. Kolesnikov A.A. Sinergeticheskaya teoriya upravleniya [Synergetic control theory]. Moscow: Energoatomizdat, 1994, 344 p.
2. Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya: Optimizatsionnyy podkhod v teorii upravleniya [Modern applied control theory: an Optimization approach in control theory], Under ed. A.A. Kolesnikova. FTs «Integratsiya». Moscow: Taganrog: Izd-vo TRTU, 2000, Part I, 400 p.
3. Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya: Sinergeticheskiy podkhod v teorii upravleniya [Modern applied control theory: a Synergetic approach to control theory] Under ed. A.A. Kolesnikova. FTs «Integratsiya». Moscow: Taganrog: Izd-vo TRTU, 2000, Part II, 559 p.
4. Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya: Novye klassy regulyatorov tekhnicheskikh sistem [Modern applied control theory: New classes of regulators technical systems] Under ed. A.A. Kolesnikova. FTs «Integratsiya». Moscow: Taganrog: Izd-vo TRTU, 2000, Part III, 656 p.
5. Kolesnikov A.A. Sinergeticheskie metody upravleniya slozhnymi sistemami: teoriya sistemnogo sinteza [Synergetic methods of control of complex systems: the theory of system synthesis], 2nd ed. Moscow: KomKniga, 2012, 240 p.
6. Nelineynye problemy teorii kolebaniy i teorii upravleniya. Vibratsionnaya mekhanika [Non-linear problems of the theory of oscillations and control theory. Vibrational mechanics], Under ed. V.V. Beletskogo, D.A. Indeytseva i A.L. Fradkova. St. Petersburg: Nauka, 2009, 528 p.
7. Teodorichik K.F. Avtokolebatel'nye sistemy [Self-oscillating system]. Moscow: Gostekhizdat, 1952, 268 p.

8. *Kolesnikov A.I.A.* Sinergeticheskie metody sinteza sistem upravleniya kolebatel'nymi protsessami: energeticheskie invarianty: Uch. posobie [Synergetic methods of synthesis of control systems of oscillatory processes: energy invariants: a tutorial]. Taganrog: Izd-vo YuFU, 2012, 117 p.
9. *Kolesnikov A.A., Kolesnikov A.I.A.* Invarianty mekhaniki i problema nelineynogo sistemnogo sinteza [Invariants of mechanics and the problem of nonlinear system synthesis], Trudy Mezhdunarodnoy Chetaevskoy konferentsii «Analiticheskaya mekhanika, ustoychivost' i upravlenie», 12-16 iyunya 2012 [Proceedings of the International Chetaevsky conference "Analytical mechanics, stability and control", 12-16 June 2012]. Kazan': Izd-vo Kazan. gos. tekhn. un-ta, 2012, Vol. 3, pp. 74-81.
10. *Kolesnikov A.I.A.* Analiticheskaya mekhanika i problema upravleniya orbital'nym dvizheniem kosmicheskikh letatel'nykh apparatov [Analytical mechanics and the problem of management of the orbital motion of spacecraft], Trudy Mezhdunarodnoy Chetaevskoy konferentsii «Analiticheskaya mekhanika, ustoychivost' i upravlenie», 12-16 iyunya 2012 [Proceedings of the International Chetaevsky conference "Analytical mechanics, stability and control", 12-16 June 2012]. Kazan': Izd-vo Kazan. gos. tekhn. un-ta, 2012, Vol. 3, pp. 12-18.
11. *Veselov G.E., Popov A.N., Radionov I.A., Mushenko A.S.* Adaptive Power Saving Control for Traction Asynchronous Electrical Drive: Synergetic Approach, *Proc. of IEEE International Energy Conference «EnergyCon 2014», Dubrovnik, Croatia, 13-16 May 2014*, pp. 1446-1453.
12. *Popov Andrey, Radionov Ivan, Mushenko Alexey.* Synergetic synthesis of power saving control for locomotive asynchronous drive systems, *Proceedings of 6th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT-2014), 6-8 October 2014, St. Petersburg, Russia*, pp. 546-55.
13. *Veselov Gennady, Sklyarov Andrey, Mushenko Alexey, Sklyarov Sergey.* Synergetic Control of a Mobile Robot Group, *Proc. of 2nd International Conference on Artificial Intelligence, Modelling and Simulation, "AIMS2014", Madrid, Spain, 18-20 Nov., 2014*, pp. 61-65.
14. *Letov A.M.* Dinamika poleta i upravlenie [Flight dynamics and control]. Moscow: Nauka, 1969, 359 p.
15. *Krasovskiy A.A.* Sistemy avtomaticheskogo upravleniya poletom i ikh analiticheskoe konstruirovaniye [System automatic flight control and analytical design]. Moscow: Nauka, 1973, 560 p.
16. *Kolesnikov A.I.A.* Nonlinear oscillation control. Energy invariants, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2009, Vol. 48, No. 2, pp. 185-198.
17. *Kolesnikov Alexander A.* Method of nonlinear adaptive control of active vibration protection systems, *Proc. Of 6-th Chaotic Modeling and Simulation International Conference (CHAOS2013), June 11-14, 2013, Istanbul Turkey*, Vol. 1, pp. 27-39.
18. *Kolesnikov A.I.A., Kharish I.E.* Sintez i modelirovaniye sistem upravleniya khimicheskimi ob"ektami rasprostranennogo klassa [Synthesis and modeling of common class of chemical objects control system], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences]*, 2012, No. 5 (130), pp. 56-61.
19. *Jang S., Araki M.* Mathematical analysis of fuzzy control systems and on possibility of industrial applications, *Trans. Soc. Instrum. And Contr. Eng.*, 1990, Vol. 26, No. 11.
20. *Spong M.W., Corke P., Lozano R.* Nonlinear control of the Reaction Wheel Pendulum, *Automatica*, 2001, Vol. 37, pp. 1845-1851.
21. *Wiggins S.* Global Bifurcations and Chaos (Analytical Methods). New York: Springer, 1998.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. И.М. Першин.

Колесников Александр Анатольевич – Южный федеральный университет; e-mail: kolesnik7@mail.ru; 347922, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: 88634318090; кафедра синергетики и процессов управления; к.т.н.; доцент.

Kolesnikov Alexander Anatolievich – Southern Federal University; e-mail: kolesnik7@mail.ru; 2, Chekchova street, Taganrog, 347922, Russia; phone: +78634318090; the department of synergetics and control processes; cand. of eng. sc.; associate professor.