

УДК 681.51

А.А. Колесников, Е.С. Крееренко, О.С. Динчари

**СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ  
АВИАКОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ: ЗАДАЧА ВЫВОДА  
В КОСМИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВО**

*Доставка на околоземную орбиту тяжелых транспортных средств остается актуальной задачей современной аэрокосмической отрасли. Предпочтительным и экономичным является старт космических кораблей с космодромов вблизи экватора. Как показала практика, старт ракет-носителей с плавучей платформы «Морской старт» представляет серьезную угрозу мировому океану в случае неудачного запуска. Наиболее целесообразным для вывода космических кораблей на орбиту представляется использование авиационно-космической системы (АКС) воздушного старта на базе сверхтяжелого самолета-амфибии. АКС состоит из самолета подъема, разгонного блока (РБ) и воздушно-космического самолета (ВКС). Рассмотрен новый подход к синтезу законов автоматического управления движением АКС на основе методов нелинейной динамики, который позволяет всесторонне и в полном объеме учесть естественные динамические свойства АКС как нелинейного, многомерного и многосвязного объекта управления. В качестве метода синтеза выбран метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР). В соответствии с поставленной целью синтезированы законы управления, обеспечивающие подъем самолета-носителя на заданную высоту с достижением желаемой скорости полета; отделение разгонного блока с ВКС от самолета-носителя; разгон связки «РБ – ВКС» до гиперзвуковой скорости. Задача реализована в программной среде Maple. В ходе компьютерного моделирования продемонстрировано, что синтезированные законы управления обеспечивают асимптотическую устойчивость замкнутой нелинейной системы и выполнение заданных технологических инвариантов.*

*Авиационно-космическая система; синтез законов управления; инвариантное многообразие; функциональное уравнение.*

А.А. Kolesnikov, E.S. Kreerenko, O.S. Dinchari

**SYNERGETIC SYNTHESIS OF CONTROL LAWS OF AEROSPACE  
SYSTEMS: INJECTION IN COSMIC SPACE**

*Main task of modern aerospace industry is delivery of heavy vehicles to the orbit. The preferred and economical is launching spacecraft from the spaceports near the equator. Basing on experience, the launch of carrier rocket from floating platform «Marine launch» might constitute a serious threat to World's ocean in case of faulty launch. Launching spacecraft by aerospace system of air start near equator which based on super-heavy amphibious aircraft is more referenced from economical point of view. Aerospace system consists of launch aircraft, upper-stage rocket and spaceplane. The new approach to synthesis of control laws of aviation-airspace system based on nonlinear dynamics procedures is considered in the given paper. There is used the synergetic method of analytical designing of aggregated regulators (ADAR) to synthesize the basic control laws. In accordance with the object view there are solved following tasks: synthesize control laws, which providing lift of launch aircraft at predetermined altitude and desirable airspeed; upper-stage rocket separating from launch aircraft; reaching hypervelocity acceleration. The task is implemented in software «Maple». While computer modeling control laws provides asymptotic stability of closed nonlinear system and achievement of predetermined technologic invariant.*

*Aerospace system; synthesis of control laws; invariant manifold; functional equation.*

**1. Введение.** С каждым новым шагом на пути освоения космического пространства все большую актуальность приобретает задача доставки на орбиту грузов и транспортных средств большой массы. Для решения этой задачи целесообразно использовать многоступенчатые авиационно-космические системы, интерес

к которым значительно возрос в последние годы как в России (проекты Воздушный старт, МАКС), так и за рубежом (Hoto1, Space Ship Two) [1–8]. При эксплуатации летательных аппаратов (ЛА) одной из важнейших проблем является повышение безопасности полетов. Как правило, к нештатным ситуациям приводят отказы в системах ЛА, человеческий фактор и внешние воздействия. Как показывает опыт эксплуатации, одной из существенных причин возникновения нештатных ситуаций, аварий и катастроф являются ошибки при пилотировании. Действенным вкладом в решение проблемы снижения риска неуправляемого развития нештатной ситуации и повышения безопасности полетов является разработка и внедрение систем автоматического управления. Авиационно-космическая система как объект управления представляет собой многоуровневую многосвязную нелинейную динамическую систему [9–11]. Для синтеза законов управления таким объектом не могут быть применимы методы, основанные на линейной идеологии классической теории управления, так как они не способны учесть в полной мере естественные свойства рассматриваемого динамического объекта, взаимосвязь и взаимозависимость входящих в него подсистем. Наиболее широкий подход к анализу и синтезу систем управления дает синергетическая теория управления (СТУ), базирующаяся на принципах направленной самоорганизации в нелинейных динамических системах [9]. На принципах и подходах СТУ основан метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [10–12], позволяющий получить процедуру синтеза законов управления для нелинейных многомерных многосвязных динамических объектов. Этот метод неоднократно применялся для синтеза законов управления нелинейными динамическими объектами различной природы и продемонстрировал свою результативность [12–16]. Рассмотрим применение метода АКАР для синтеза законов управления авиационно-космической системой.

**2. Описание АКС.** Авиационно-космическая система состоит из самолета-амфибии 1 и расположенного на его верхней поверхности разгонного блока 2 с воздушно-космическим самолетом 3 (рис. 1) [17]. АКС предназначена для доставки на околоземную орбиту тяжелых космических аппаратов. При реализации «воздушного старта» сверхтяжелый самолет-амфибия используется в качестве базовой платформы для запуска разгонного блока с космическим самолетом. Доставка ВКС на орбиту состоит из подъема авиационно-космической системы на заданную высоту с достижением желаемой скорости, отделения РБ и ВКС от самолета-носителя, разгона связки «РБ–ВКС» до гиперзвуковой скорости, разделения РБ и ВКС, вывода ВКС на орбиту заданного радиуса. Рассмотрим синтез законов управления АКС на следующих этапах: 1) подъем АКС на заданную высоту с достижением желаемой скорости полета; 2) разделение связки «РБ–ВКС» с самолетом носителем; 3) разгон связки «РБ–ВКС» до гиперзвуковой скорости.

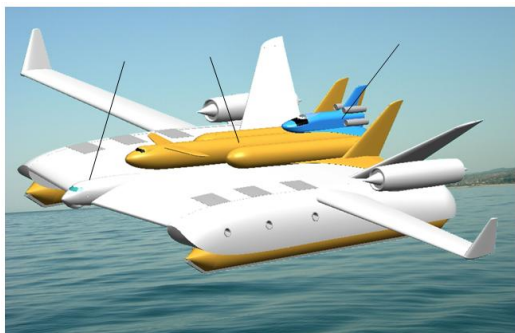


Рис. 1. Авиационно-космическая система

**3. Подъем АКС.** Для синтеза автопилотного закона воспользуемся моделью продольного движения летательного аппарата [18], представив ее в виде:

$$\begin{aligned} m\dot{V}(t) &= \sum_{j=1}^k P_j \cos \alpha - m_{CH} g \sin(\vartheta - \alpha) - X - \sum_{i=1}^n N_i \sin(\vartheta - \alpha); \\ \dot{H}(t) &= V \cdot \sin(\vartheta - \alpha); \\ mV\dot{\alpha}(t) &= mV\omega_z - \sum_{j=1}^k P_j \sin \alpha + m_{CH} g \cos(\vartheta - \alpha) - Y + \sum_{i=1}^n N_i \cos(\vartheta - \alpha); \\ \dot{\omega}_z(t) &= \frac{1}{I_z} M_{za}; \quad \dot{\vartheta}(t) = \omega_z; \quad \dot{x}(t) = V \cos(\vartheta - \alpha), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где  $\sum_{j=1}^k P_j$  – суммарная сила тяги двигателей;  $\sum_{i=1}^n N_i$  – суммарная сила воздействия

на самолет-носитель со стороны РБ и ВКС;  $j$  – порядковый номер двигателя;  $i$  – порядковый номер опоры механизма крепления РБ к СН. Сила аэродинамического сопротивления  $X$ ; подъемная аэродинамическая сила  $Y$ , момент тангажа  $M_{za}$  зависят от конфигурации ЛА и его расположения относительно набегающего потока:

$$X = c_x q S; \quad Y = c_y q S; \quad M_{za} = m_z q S b_a,$$

где  $c_x, c_y, m_z$  – безразмерные коэффициенты аэродинамических сил и момента тангажа,  $S$  – площадь крыла СН,  $b_a$  – средняя аэродинамическая хорда крыла СН,  $q$  – скоростной напор, определяемый формулой  $q = \rho V^2 / 2$ ;  $\rho$  – плотность воздуха. С учетом особенностей компоновочной схемы самолета-носителя (рис. 1) выражения для коэффициентов  $c_x, c_y$  и  $m_z$  примут вид:

$$c_x = c_x(\alpha) + c_x^{\delta_\theta} \delta_\theta; \quad c_y = c_y(\alpha) + c_y^{\delta_\theta} \delta_\theta; \quad m_z = m_z(\alpha) + m_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z + m_z^{\delta_\theta} \delta_\theta, \quad (3.2)$$

где  $c_x^{\delta_\theta}, c_y^{\delta_\theta}, m_z^{\delta_\theta}$  – производные коэффициентов силы сопротивления, подъемной силы и момента тангажа по углу отклонения руля высоты;  $m_z^{\bar{\omega}_z}$  – производная коэффициента момента тангажа по относительной угловой скорости изменения угла тангажа  $\bar{\omega}_z, \bar{\omega}_z = \frac{b_a \omega_z}{V_k}$ ;  $\delta_\theta$  – угол отклонения руля высоты.

С учетом приведенных выражений система уравнений (3.1) примет вид:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{j=1}^k P_j \frac{\cos \alpha}{m} - (m_{CH} g + \sum_{i=1}^n N_i) \frac{\sin(\vartheta - \alpha)}{m} - \frac{qS}{m} (c_x(\alpha) + c_x^{\delta_\theta} \delta_\theta); \\ \dot{H} &= V \cdot \sin(\vartheta - \alpha); \\ \dot{\alpha} &= \omega_z - \sum_{j=1}^k P_j \frac{\sin \alpha}{mV} + (m_{CH} g + \sum_{i=1}^n N_i) \frac{\cos(\vartheta - \alpha)}{mV} - \frac{qS}{mV} (c_y(\alpha) + c_y^{\delta_\theta} \delta_\theta); \\ \dot{\omega}_z &= \frac{qS b_a}{I_z} \left[ m_z(\alpha) + m_z^{\bar{\omega}_z} \frac{b_a \omega_z}{V} + m_z^{\delta_\theta} \delta_\theta \right]; \\ \dot{\vartheta} &= \omega_z; \quad \dot{x} = V \cos(\vartheta - \alpha), \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $m$  – масса АКС;  $m_{CH}$  – масса СН;  $V$  – линейная скорость полета АКС;  $H$  – высота полета;  $\alpha$  – угол атаки относительно строительной горизонтали СН;  $\omega_z$  – угло-

вая скорость тангажа;  $\mathcal{G}$  – угол тангажа;  $I_z$  – осевой момент инерции АКС;  $g$  – ускорение свободного падения;  $x$  – продольное перемещение АКС.

Зависимости  $c_x, c_y, m_z$  от угла атаки  $\alpha$  представляют собой суммы аэродинамических коэффициентов СН  $c_{xCH}(\alpha), c_{yCH}(\alpha), m_{zCH}(\alpha)$  и добавок от РБ  $\Delta c_{xRB}(\alpha), \Delta c_{yRB}(\alpha), \Delta m_{zRB}(\alpha)$  и ВКС  $\Delta c_{xBKC}(\alpha), \Delta c_{yBKC}(\alpha), \Delta m_{zBKC}(\alpha)$ :

$$\begin{aligned} c_x(\alpha) &= c_{xCH}(\alpha) + \Delta c_{xRB}(\alpha) + \Delta c_{xBKC}(\alpha); \\ c_y(\alpha) &= c_{yCH}(\alpha) + \Delta c_{yRB}(\alpha) + \Delta c_{yBKC}(\alpha); \\ m_z(\alpha) &= m_{zCH}(\alpha) + \Delta m_{zRB}(\alpha) + \Delta m_{zBKC}(\alpha). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Для синтеза базовых законов управления запишем математическую модель (3.3) в переменных состояния:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \frac{u_2}{m} \cos(x_3) - (m_{CH}g + \sum_{i=1}^n N_i) \frac{\sin(x_5 - x_3)}{m} - \frac{qS}{m} (c_x(\alpha) + c_x^{\delta_6} u_1); \\ \dot{x}_2(t) &= x_1 \sin(x_5 - x_3); \\ \dot{x}_3(t) &= x_4 - \frac{u_2}{mx_1} \sin(x_3) + (m_{CH}g + \sum_{i=1}^n N_i) \frac{\cos(x_5 - x_3)}{mx_1} - \frac{qS}{mx_1} (c_y(\alpha) + c_y^{\delta_6} u_1); \\ \dot{x}_4(t) &= \frac{qSb_a}{I_z} \left[ m_z(\alpha) + m_z^{\delta_6} \frac{b_a x_4}{x_1} + m_z^{\delta_6} u_1 \right]; \\ \dot{x}_5(t) &= x_4; \quad \dot{x}_6(t) = x_1 \cos(x_5 - x_3), \end{aligned} \quad (3.5)$$

где  $x_1 = V$ ,  $x_2 = H$ ,  $x_3 = \alpha$ ,  $x_4 = \omega_z$ ,  $x_5 = \mathcal{G}$ ,  $x_6 = x$  – переменные состояния;

**Управляющие воздействия:**  $u_1 = \delta_6$ ;  $u_2 = \sum_{j=1}^k P_j$ . **Цели управления** – вывод

АКС на заданную высоту с заданной скоростью:  $H = H^*$ ,  $V = V^*$ .

**Постановка задачи.** Сформулируем задачу синтеза двухканального регулятора: требуется методом АКАР найти в аналитической форме вектор управления, как функцию координат состояния системы (3.5), который обеспечит подъем АКС на заданную высоту  $H^*$  (на которой произойдет разделение системы «РБ – ВКС» с самолетом-носителем), а также движение АКС с заданной скоростью  $V^*$  на этой высоте.

**Синтез законов управления.** Согласно синергетическому методу АКАР введем следующие макропеременные:

$$\psi_1 = x_1 - x_1^*; \quad \psi_2 = x_4 - \varphi_1, \quad (3.6)$$

где  $x_1^* = V^*$  – технологический инвариант;  $\varphi_1$  – внутреннее управление.

Макропеременные (3.6) должны удовлетворять решению системы функциональных уравнений [9].

$$T_1 \cdot \dot{\psi}_1 + \psi_1 = 0; \quad T_2 \cdot \dot{\psi}_2 + \psi_2 = 0, \quad (3.7)$$

здесь  $T_1, T_2$  – постоянные времени, влияющие на качество динамики процессов в замкнутой системе «объект–регулятор». Условие асимптотической устойчивости в целом уравнений (3.7) относительно многообразий  $\psi_1 = 0, \psi_2 = 0$  имеет вид:  $T_1 > 0, T_2 > 0$ . На пересечении  $\psi_{12} = 0$  инвариантных многообразий  $\psi_1 = 0, \psi_2 = 0$  наблюдается эффект динамического “сжатия” фазового пространства, и декомпозированная система примет вид:

$$\dot{x}_2(t) = x_1^* \sin(x_5 - x_3); \quad \dot{x}_5(t) = \varphi_1. \quad (3.8)$$

Для декомпозированной системы (3.8) введем макропеременную  $\psi_3$

$$\psi_3 = x_1^* \sin(x_5 - x_3) + x_2 - x_2^*, \quad (3.9)$$

которая должна удовлетворять решению функционального уравнения:

$$T_3 \cdot \dot{\psi}_3 + \psi_3 = 0, \quad (3.10)$$

где  $x_2^*$  – желаемое значение переменной, соответствующее поставленной цели управления  $x_2^* = H^*$ , т.е. конечное условие;  $T_3$  – постоянная времени. Из совместного решения уравнений (3.8), (3.9), (3.10) получим выражение для «внутреннего» управления  $\varphi_1$ , в виде функции от переменных состояния  $x_2, x_3, x_5$ , постоянной времени  $T_3$  и желаемых значений параметров  $x_1^*, x_2^*$ :

$$\varphi_1 = -\left(1 + \frac{1}{T_3}\right) \operatorname{tg}(x_5 - x_3) - \frac{x_2 - x_2^*}{T_3 x_1^* \cos(x_5 - x_3)}. \quad (3.11)$$

Внешние управления  $u_1, u_2$  найдем из совместного решения системы (3.7) с учетом выражения для  $\varphi_1$ , уравнений модели объекта (3.5) и макропеременных (3.6). Выражения для управляющих воздействий: угла отклонения руля высоты  $\delta_6$  и тяги двигателей  $\sum_{j=1}^k P_j$  являются внешними управлениями и представляют собой

функции, зависящие от переменных состояния системы. В аналитическом виде автопилотный закон управления рулем высоты равен:

$$u_1 = -\frac{A_1 \cos(x_5 - x_3) \cdot \sin(x_5 - x_3) + A_2 \sin(x_5 - x_3) + A_3 \cos(x_5 - x_3)}{A_5 \cos(x_5 - x_3)^2} - \frac{A_4}{A_5}, \quad (3.12)$$

где  $A_1 \div A_5$  описываются выражениями:

$$A_1 = I_z x_1 (T_2 x_1 + x_1^* + T_3); \quad A_2 = T_2 I_z x_1 x_4 (x_2 - x_2^*); \quad A_3 = I_z x_1 (x_2 - x_2^*); \quad (3.13)$$

$$A_4 = T_2 T_3 q S b_a x_1^* (b_a m_z^{\delta_6} x_4 + m_z(\alpha) \cdot x_1) + T_3 I_z x_1 x_1^* x_4; \quad A_5 = T_2 T_3 q S b_a m_z^{\delta_6} x_1 x_1^*.$$

В результате преобразований закон управления тягой двигателей примет вид:

$$u_2 = -\frac{(B_1 + B_2) \sin(x_5 - x_3) + B_3}{B_8 \cos(x_3)} - \frac{(B_4 \cos(x_5 - x_3) + B_5) \sin(x_5 - x_3) + B_6 \cos(x_5 - x_3) + B_7}{B_8 \cos(x_3) \cos(x_5 - x_3)^2}, \quad (3.14)$$

где  $B_1 \div B_8$  равны

$$B_1 = T_1 T_2 T_3 q S b_a x_1^* (-c_x(\alpha) \cdot m_z^{\delta_6} x_1 + c_x^{\delta_6} b_a m_z^{\delta_6} x_4 + c_x^{\delta_6} m_z(\alpha) \cdot x_1);$$

$$B_2 = T_1 T_3 I_z c_x^{\delta_6} x_1 x_1^* x_4 + T_2 T_3 m b_a m_z^{\delta_6} (x_1^2 x_1^* - (x_1^*)^2 x_1);$$

$$B_3 = -T_1 T_2 T_3 b_a m_z^{\delta_6} x_1^* x_1 (m_{CH} g + \sum_{i=1}^n N_i);$$

$$B_4 = T_1 I_z c_x^{\delta_6} x_1 (T_2 x_1 + T_3 x_1^* + x_1^*); \quad B_5 = T_2 x_4 B_5; \quad B_6 = T_1 I_z c_x^{\delta_6} x_1 (x_2 - x_2^*);$$

$$B_7 = T_1 T_2 I_z c_x^{\delta_6} x_1 x_1^* x_4 (T_3 + 1); \quad B_8 = T_1 T_2 T_3 b_a m_z^{\delta_6} x_1 x_1^*.$$

Подставив выражения для управляющих воздействий (3.12–3.15) в модель объекта управления (3.5), задав параметры регуляторов и выбрав инварианты, получим замкнутую систему, зависящую только от переменных состояния.

**Исходные данные для моделирования.** Инварианты:  $H^* = 10000$  м – высота разделения «РБ – ВКС» с самолетом-носителем;  $V^* = 800$  км/ч – желаемая скорость в момент разделения. Начальные условия:  $V(0) = 100$  м/с;  $H(0) = 400$  м;  $\alpha(0) = 6$  град;  $\omega_z(0) = 0$  град/с;  $\mathcal{G}(0) = 10$  град;  $x(0) = 15000$  м. Параметры регуляторов:  $T_1 = 8$  с;  $T_2 = T_3 = |(x_2^* - x_2(0)) / 20|$  с.

**Переходные процессы.** Замкнутая нелинейная система дифференциальных уравнений (3.5), (3.12), (3.14) решена численно в программном комплексе Maple методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Результаты представлены на рис. 2–13. На рис. 2–8 приведены переходные процессы изменения фазовых координат системы, а на рис. 9–10 – управляющие воздействия от времени. Видно, что АКС достигает заданного значения скорости полета (рис. 2) и набирает требуемую высоту (рис. 3). Угловая скорость тангажа затухает (рис. 8), Фазовые портреты проекций фазовых траекторий изображающей точки системы на плоскости, образованные координатами состояния (рис. 11–13) демонстрируют, что движение замкнутой системы асимптотически устойчиво во всей области фазового пространства при различных сочетаниях начальных условий координат состояния. Исключения составляют точки, в которых рассматриваемая математическая модель объекта не определена (при угле атаки  $x_3 = \pi/2$ ). На рис. 11, 12 фазовые траектории притягиваются к аттрактору в виде линии  $x_1^* = 222,2$  м/с, а на рис. 13 двигаются вдоль аттрактора и стягиваются в точку с координатами  $x_1^* = 222,2$  м/с,  $x_2^* = 10000$  м.

**4. Этап разделения.** В процессе разделения РБ и ВКС с СН на самолет-носитель перестают действовать силы, возникающие в опорах механизма крепления РБ к СН. Таким образом, на самолет-носитель со стороны разгонного блока и ВКС воздействует кусочно-постоянное возмущение.

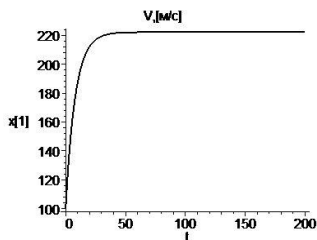


Рис. 2. Скорость АКС, м/с

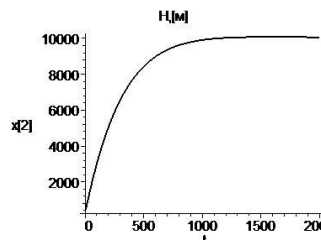


Рис. 3. Высота полета, м

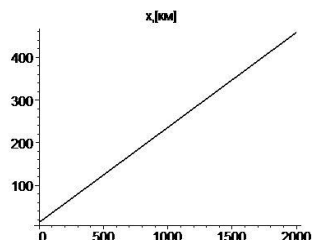


Рис. 4. Длина пути, км

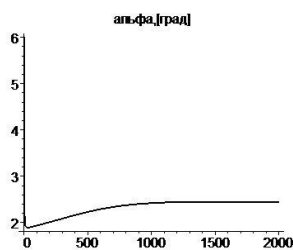


Рис. 5. Угол атаки, град.

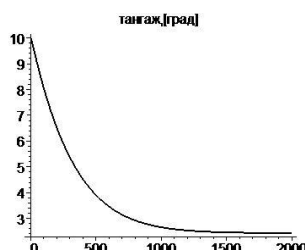


Рис. 6. Угол тангажа, °

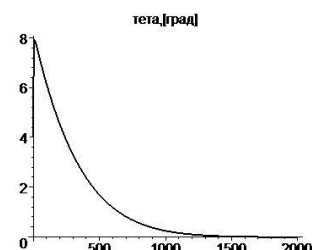


Рис. 7. Наклон траектории, °

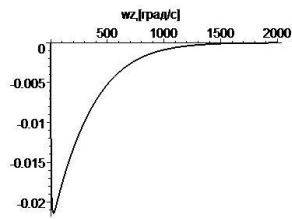


Рис. 8. Угловая скорость, °/с

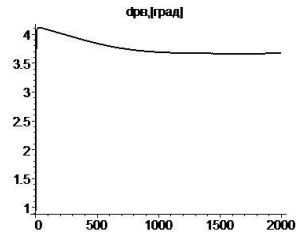


Рис. 9. Управление  $u_1$ , град.

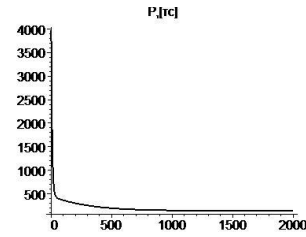


Рис. 10. Управление  $u_2$ , Т·с

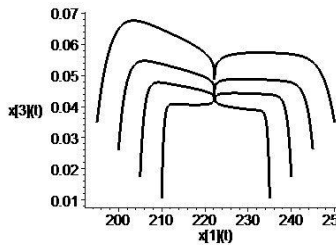


Рис. 11. Фазовый портрет, инвариант  $x_1^* = 222$  м/с

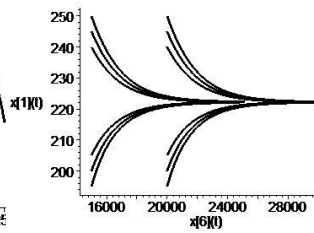


Рис. 12. Фазовый портрет, инвариант  $x_1^* = 222$  м/с

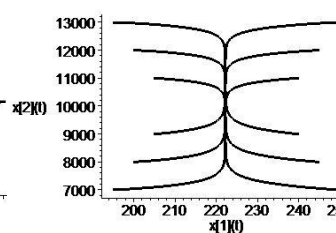


Рис. 13. Фазовый портрет,  $x_1^* = 222$  м/с;  $x_2^* = 10000$  м

**Сформулируем задачу синтеза.** Требуется синтезировать закон векторного управления, способный обеспечить инварианты  $V = V^*$ ,  $H = H^*$  и парировать неизвестные внешние возмущения.

Для решения поставленной задачи в соответствии с процедурой метода АКАР дополним математическую модель (3.5) интегрирующим звеном и запишем расширенную математическую модель синергетического синтеза:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= \frac{u_2}{m} \cos(x_3) - (m_{CH} g + \sum_{i=1}^n N_i) \frac{\sin(x_5 - x_3)}{m} - \frac{qS}{m} (c_x(\alpha) + c_x^{\delta_x} u_1); \\ \dot{x}_2(t) &= x_1 \sin(x_5 - x_3) + z_1; \\ \dot{x}_3(t) &= x_4 - \frac{u_2}{mx_1} \sin(x_3) + (m_{CH} g + \sum_{i=1}^n N_i) \frac{\cos(x_5 - x_3)}{mx_1} - \frac{qS}{mx_1} (c_y(\alpha) + c_y^{\delta_y} u_1); \\ \dot{x}_4(t) &= \frac{qS b_a}{I_z} \left[ m_z(\alpha) + m_z^{\bar{\omega}_z} \frac{b_a x_4}{x_1} + m_z^{\delta_z} u_1 \right]; \\ \dot{x}_5(t) &= x_4; \\ \dot{x}_6(t) &= x_1 \cos(x_5 - x_3); \\ \dot{z}_1(t) &= k(x_2 - x_2^*), \end{aligned} \quad (4.1)$$

где  $z_1$  – динамическая переменная, представляющая собой оценку внешнего неизмеряемого возмущения,  $k$  – постоянный коэффициент.

Последнее уравнение в системе дифференциальных уравнений (4.1) является динамической моделью неизмеряемого возмущения, действующего на систему. При составлении модели возмущения учитывалось требование выполнения технологического инварианта  $H = H^*$ .

Процедура синтеза аналогична процедуре, представленной в пункте 3. Запишем инвариантные многообразия:

$$\psi_1 = x_1 - x_1^* = 0; \quad \psi_2 = x_4 - \varphi_1 = 0, \quad (4.2)$$

которые должны удовлетворять системе функциональных уравнений:

$$T_1 \cdot \dot{\psi}_1 + \psi_1 = 0; \quad T_2 \cdot \dot{\psi}_2 + \psi_2 = 0, \quad (4.3)$$

где  $T_1, T_2$  – постоянные времени. Декомпозированная система примет вид:

$$\dot{x}_2(t) = x_1^* \sin(x_5 - x_3) + z_1; \quad (4.4)$$

$$\dot{x}_5(t) = \varphi_1;$$

$$\dot{z}_1(t) = k(x_2 - x_2^*).$$

Для системы (4.4) введем инвариантное многообразие  $\psi_3$ :

$$\psi_3 = x_1^* \sin(x_5 - x_3) + z_1 + x_2 - x_2^* = 0. \quad (4.5)$$

$\varphi_1$  найдем из уравнения:

$$T_3 \cdot \dot{\psi}_3 + \psi_3 = 0. \quad (4.6)$$

Внутреннее управление

$$\varphi_1 = \left(1 + \frac{1}{T_3}\right)tg(x_3 - x_5) - \frac{(T_3 + 1)z_1 + (T_3 k + 1)(x_2 - x_2^*)}{T_3 x_1^* \cos(x_3 - x_5)}. \quad (4.7)$$

В соответствии с методом АКАР, решив совместно (4.2), (4.5), функциональные уравнения (4.3), (4.6) и уравнения модели (4.1), получим выражения для управляющих воздействий, зависящих от переменных состояния системы.

$$u_1 = f(x_1 \div x_5, z_1); \quad u_2 = f(x_1 \div x_5, z_1). \quad (4.8)$$

Подставив полученные выражения в расширенную модель объекта (4.1), установив постоянные параметры регулятора и задав инварианты, получим замкнутую систему для моделирования. При моделировании вместо оценки возмущения  $z_1$  в правую часть уравнения управляемой переменной  $x_2$  вводим кусочно-постоянное возмущение:  $\Delta H = 10 м$ .

Инварианты:  $H^* = 9950 м$  – высота, до которой снижается самолет-носитель после разделения системы «РБ – ВКС» с самолетом-носителем;  $V^* = 215 м/с$  – желаемая скорость, которую должен развить самолет-носитель после разделения. Начальные условия:  $V(0) = 222 м/с$  – скорость движения АКС при разделении;  $H(0) = 10000 м$  – высота при разделении;  $\alpha(0) = 2.4 град$ ;  $\omega_z(0) = 0 град/с$ ;  $\vartheta(0) = 2.4 град$ ;  $x(0) = 413660 м$  – путь, пройденный АКС до этапа разделения.

Параметры регуляторов:  $T_1 = 8 с$ ;  $T_2 = T_3 = \left| \frac{x_2^* - x_2(0)}{20} \right| с$ .

**Переходные процессы** представлены на рис. 14–19.

Результаты моделирования показывают, что синтезированный астатический регулятор обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой системы относительно инвариантов  $V = V^*$ ,  $H = H^*$ , а также инвариантность к воздействию внешнего неизмеряемого кусочно-постоянного возмущения.



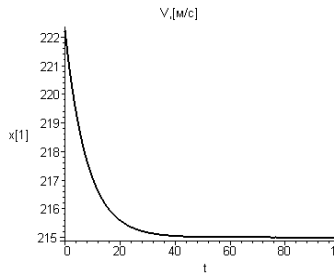


Рис. 14. Скорость полета самолета-носителя, м/с

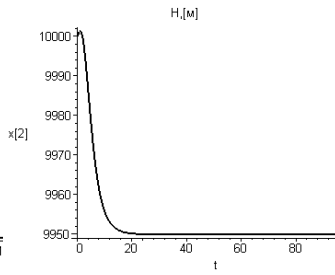


Рис. 15. Высота полета самолета-носителя, м

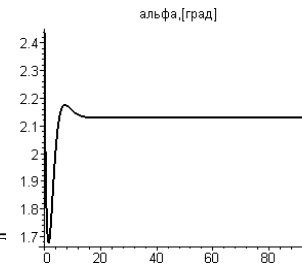


Рис. 16. Угол атаки, град.

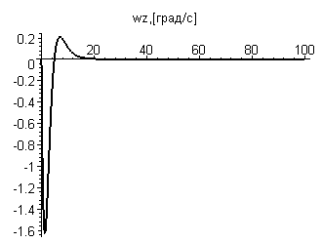


Рис. 17. Угловая скорость °/с

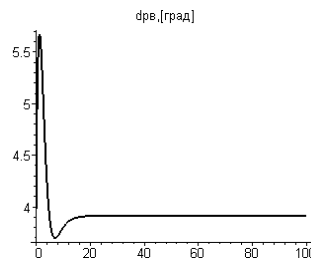


Рис. 18. Управление  $u_1$ , град.

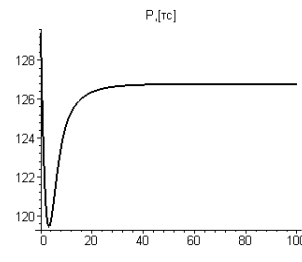


Рис. 19. Управление  $u_2$ , Г·с

**5. Разгон до гиперзвуковой скорости.** На данном этапе осуществляется горизонтальный разгон связки «РБ – ВКС» до числа Маха, равного 5. Движение самолета-разгонщика происходит под действием реактивной силы, возникающей в результате отделения от тела частиц элементарной массой  $[dm_1]$ . При этом масса самолета-разгонщика  $t$  является величиной переменной и его движение описывается векторным уравнением Мещерского [19, 20]:

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{P}_r + \vec{F}. \quad (5.1)$$

Масса  $t$  является функцией времени и может быть представлена в виде суммы:

$$m(t) = m_0 + m_1(t), \quad (5.2)$$

где  $m_0 = \text{const}$  – неизменная часть массы;  $m_1(t) \geq 0$  – реактивная масса;  $P_r$  – реактивная сила, которая определяется по формуле:

$$P_r = a_r \cdot \frac{dm_1}{dt}, \quad (5.3)$$

где  $a_r$  – относительная скорость отделяющихся частиц.

Спроектировав уравнение Мещерского (5.1) на оси полусвязанной системы координат, с учетом дифференциальных уравнений (3.5), а также уравнения, учитывающего изменение массы в результате отделения частиц, получим математическую модель реактивного движения РБ с ВКС:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -g \sin(x_5 - x_3) + \frac{2a_r u_2}{m_{t0} - 2x_7} \cos(x_3) - \frac{qS}{m_{t0} - 2x_7} (c_x(\alpha) + c_x^{\delta_6} u_1); \\ \dot{x}_2(t) &= x_1 \sin(x_5 - x_3); \\ \dot{x}_3(t) &= x_4 + g \frac{\cos(x_5 - x_3)}{x_1} - \frac{2a_r u_2}{(m_{t0} - 2x_7)x_1} \sin(x_3) - \frac{qS}{(m_{t0} - 2x_7)x_1} (c_y(\alpha) + c_y^{\delta_6} u_1); \\ \dot{x}_4(t) &= \frac{qS b_a}{I_z} \left[ m_z(\alpha) + m_z^{\omega_z} \frac{b_a x_4}{x_1} + m_z^{\delta_6} u_1 \right]; \\ \dot{x}_5(t) &= x_4; \quad \dot{x}_6(t) = x_1 \cos(x_5 - x_3); \quad \dot{x}_7(t) = u_2, \end{aligned} \tag{5.4}$$

где  $x_1 = V$ ,  $x_2 = H$ ,  $x_3 = \alpha$ ,  $x_4 = \omega_z$ ,  $x_5 = \mathcal{G}$ ,  $x_6 = x$ ,  $x_7 = m_1$  – переменные состояния;  $m_{t0}$  – масса системы в начальный момент времени;  $u_1 = \delta_6$ ;  $u_2 = \dot{m}_1$  – управления.

**Цель** – разгон связки «РБ – ВКС» до гиперзвуковой скорости:  $H = H^*$ ,  $V = V^*$ .

**Поставим задачу** найти в аналитической форме вектор управления, как функцию координат состояния системы (5.4), обеспечивающий разгон гиперзвукового самолета-разгонщика до желаемой скорости  $V^*$  с поддержанием заданной высоты полета  $H^*$ . Процедура синтеза представлена в разделе 3.

Управляющие воздействия  $u_1, u_2$  в зависимости от переменных состояния:

$$u_1 = f(x_1 \div x_7); \quad u_2 = f(x_1 \div x_7). \tag{5.5}$$

**Исходные данные:**  $H^* = 10000$  м;  $V^* = 1498$  м/с;  $V(0) = 222.2$  м/с;  $H(0) = 9980$  м;  $\alpha(0) = 3$  град;  $\omega_z(0) = 0$  град/с;  $\mathcal{G}(0) = 3$  град;  $x(0) = 400$  км;  $T_1 = 4$  с;  $T_2 = T_3 = 1$  с.

Результаты моделирования представлены на рис. 20–31. На рис. 30, 31 приведено изменение массы всей системы и масса израсходованного топлива.

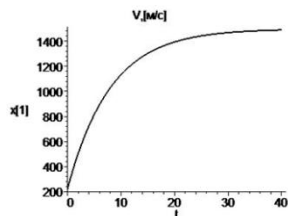


Рис. 20. Скорость РБ, м/с

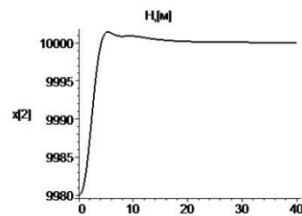


Рис. 21. Высота полета РБ, м

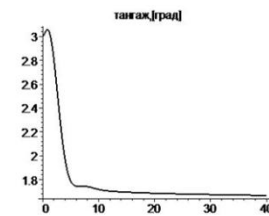


Рис. 22. Угол тангажа, град.

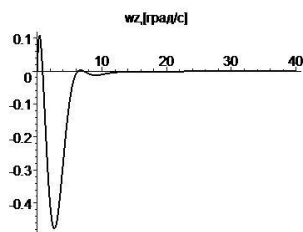


Рис. 23. Угловая скорость %с

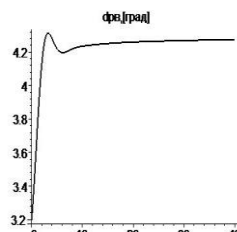


Рис. 24. Управление  $u_1$ , град.

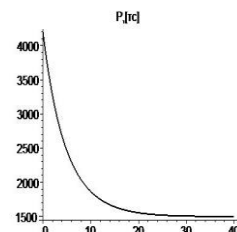


Рис. 25. Управление  $u_2$ , Т·с

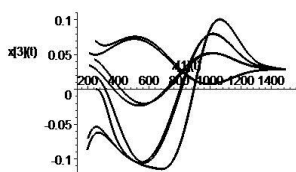


Рис. 26. Фазовый портрет, инвариант  $x_1^* = 1498$  м/с

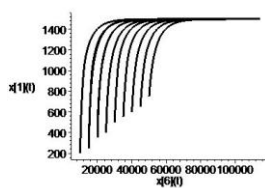


Рис. 27. Фазовый портрет, инвариант  $x_1^* = 1498$  м/с

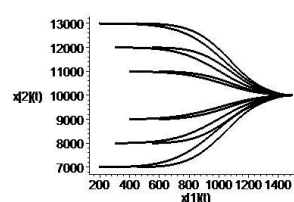


Рис. 28. Фазовый портрет,  $x_1^* = 1498$  м/с;  $x_2^* = 10000$  м

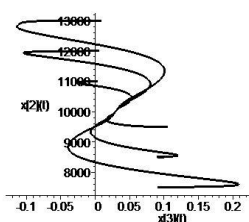


Рис. 29. Фазовый портрет,  $x_2^* = 10000$  м

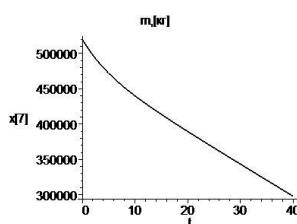


Рис. 30. Изменение массы «РБ–ВКС», кг

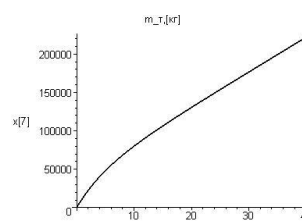


Рис. 31. Расход топлива, кг

**Заключение.** В статье представлен важный научный результат: разработана процедура аналитического синтеза стратегий векторного управления авиационно-космической системой при выводе в космическое пространство с использованием нелинейной модели продольного движения самолета-носителя и модели реактивного движения разгонного блока. Полученные законы управления обеспечивают асимптотическую устойчивость замкнутых нелинейных систем на каждом из рассмотренных этапов полета и реализуют поставленные цели управления:

- ◆ подъем АКС на заданную высоту  $H^*$  (на которой произойдет разделение системы «РБ – ВКС» с самолетом-носителем) с заданной скоростью  $V^*$ ;
- ◆ выдерживание желаемой высоты и скорости полета при разделении РБ и ВКС с самолетом-носителем и парирование внешнего неизмеряемого возмущения;
- ◆ горизонтальный разгон разгонного блока с ВКС до гиперзвуковой скорости.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Черный И. Воздушный старт 2009 // Новости космонавтики. – 2009. – №5. – С. 15.
2. Афанасьев И.Б. Hotol английский. Три потерянных ключа // Новости космонавтики. – 2008. – № 9. – С. 49-53.
3. Афанасьев И.Б. Saenger немецкий. Три потерянных ключа // Новости космонавтики. – 2008. – № 6. – С. 50-57.
4. Афанасьев И.Б. «Воздушный старт» по-американски // Новости космонавтики. – 2006. – № 1. – С. 49-54.
5. Dornheim M.A. New path to space? // Aviation week and space technology. – 2005. – № 10. – P. 40.
6. Linehan D. SpaceShipOne: An Illustrated History. – Colorado: Zenith Press, 2008. – 160 p.
7. Sarigul-Klijn M., Sarigul-Klijn N., Hudson G. Flight Testing of a Gravity Air Launch Method to Enable Responsive Space Access., 2007. 20 p. (AIAA paper 2007-6146).
8. Hampsten K.R., Walker J.M. BladeRunner Aerospace Vehicle // Space Station Service Vehicles Conf AIAA Intl. – Orlando: AIAA, 2009. – P. 56.
9. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.

10. *Veselov G.E.* Синергетический подход к синтезу иерархических систем управления // Известия ТРТУ. – 2006. – № 6 (61). – С. 73-84.
11. Современная прикладная теория управления. Ч. II: Синергетический подход в теории управления / Под. ред. А.А. Колесникова. – Москва-Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000.
12. *Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Мушенко А.С. и др.* Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы. – М.: КомКнига, 2006. – 304 с.
13. *Kolesnikov A.A.* Introduction of synergetic control // Proceedings of the American Control Conference ACC-2014, Portland, OR, USA, 4-6 June 2014. – P. 3013-3016.
14. *Veselov G.E., Popov A.N., Radionov I.A., Mushenko A.S.* Adaptive Power Saving Control for Traction Asynchronous Electrical Drive: Synergetic Approach // Proc. of IEEE «EnergyCon 2014», Dubrovnik, Croatia, 13-16 May 2014. – P. 1446-1453.
15. *Popov Andrey, Radionov Ivan, Mushenko Alexey.* Synergetic synthesis of power saving control for locomotive asynchronous drive systems // Proceedings of 6th ICUMT-2014, 6-8 October 2014, St. Petersburg, Russia. – P. 546-550.
16. *Kreerenko Evgeny.* Synthesis of Control Laws Sea Launch Aerospace System on the Basis of Super-heavy Amphibian Aircraft // Proceedings CHAOS2014 Conference, June 7 – 10, 2014, Lisbon, Portugal. – 2014. – P. 39-47.
17. *Кобзев В.А., Фортинов Л.Г., Гломбинский Е.Н.* Комплексная система для запуска тяжелых воздушно-космических самолетов многоразового использования на околоземную орбиту, супертяжелый реактивный самолет-амфибия для нее (варианты) и способ осуществления запуска // Патент РФ №2397922, приоритет от 30.07.2008 г.
18. *Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В.* Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979. – 352 с.
19. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. – М.: Наука, 1968. – 475 с.
20. *Мещерский И.В.* Работы по механике тел переменной массы. – 2-е изд. – М.: ГИТТЛ, 1952. – 281 с.

## REFERENCES

1. *Chernyy I.* Vozdushnyy start 2009 [Air launch 2009], *Novosti kosmonavtiki* [News of Cosmonautics], 2009, No. 5, pp. 15.
2. *Afanas'ev I.B.* Hotol angliyskiy. Tri poteryannykh klyucha [Hotol English. Three lost key], *Novosti kosmonavtiki* [News of Cosmonautics], 2008, No. 9, pp. 49-53.
3. *Afanas'ev I.B.* Saenger nemetskiy. Tri poteryannykh klyucha [Saenger German. Three lost key], *Novosti kosmonavtiki* [News of Cosmonautics], 2008, No. 6, pp. 50-57.
4. *Afanas'ev I.B.* «Vozdushnyy start» poamerikanski ["Air launch" American], *Novosti kosmonavtiki* [News of Cosmonautics], 2006, No. 1, pp. 49-54.
5. *Dornheim M.A.* New path to space?, *Aviation week and space technology*, 2005, No. 10, pp. 40.
6. *Linehan D.* SpaceShipOne: An Illustrated History. Colorado: Zenith Press, 2008, 160 p.
7. *Sarigul-Klijn M., Sarigul-Klijn N., Hudson G.* Flight Testing of a Gravity Air Launch Method to Enable Responsive Space Access., 2007. 20 p. (AIAA paper 2007-6146).
8. *Hampsten K.R., Walker J.M.* BladeRunner Aerospace Vehicle, *Space Station Service Vehicles Conf AIAA Intl.* Orlando: AIAA, 2009, pp. 56.
9. *Kolesnikov A.A.* Sinergeticheskaya teoriya upravleniya [Synergetic control theory]. М.: Energoatomizdat, 1994, 344 p.
10. *Veselov G.E.* Cinergeticheskiy podkhod k sintezu ierarkhicheskikh sistem upravleniya [A synergetic approach to the synthesis of hierarchical control systems], *Izvestiya TRTU* [Izvestiya TSURE], 2006, No. 6 (61), pp. 73-84.
11. *Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya. Ch. II: Sinergeticheskiy podkhod v teorii upravleniya* [Modern applied control theory. Part II: Synergetic approach in control theory], By ed. A.A. Kolesnikova. Moscow-Taganrog: Izd-vo TRTU, 2000.
12. *Kolesnikov A.A., Veselov G.E., Popov A.N., Mushenko A.S. i dr.* Sinergeticheskie metody upravleniya slozhnymi sistemami: mekhanicheskie i elektromekhanicheskie sistemy [Synergetic control methods of complex systems: mechanical and Electromechanical systems]. Moscow: KomKniga, 2006, 304 p.
13. *Kolesnikov A.A.* Introduction of synergetic control, *Proceedings of the American Control Conference ACC-2014, Portland, OR, USA, 4-6 June 2014*, pp. 3013-3016.

14. Veselov G.E., Popov A.N., Radionov I.A., Mushenko A.S. Adaptive Power Saving Control for Traction Asynchronous Electrical Drive: Synergetic Approach, *Proc. of IEEE «EnergyCon 2014», Dubrovnik, Croatia, 13-16 May 2014*, pp. 1446-1453.
15. Popov Andrey, Radionov Ivan, Mushenko Alexey. Synergetic synthesis of power saving control for locomotive asynchronous drive systems, *Proceedings of 6th ICUMT-2014, 6-8 October 2014, St. Petersburg, Russia*, pp. 546-550.
16. Kreerenko Evgeny. Synthesis of Control Laws Sea Launch Aerospace System on the Basis of Super-heavy Amphibian Aircraft, *Proceedings CHAOS2014 Conference, June 7–10, 2014, Lisbon, Portugal*, 2014, pp. 39-47.
17. Kobzev V.A., Fortinov L.G., Glombinskiy E.N. Kompleksnaya sistema dlya zapuska tyazhelykh vozduшно-kosmicheskikh samoletov mnogorazovogo ispol'zovaniya na okolozemnuyu orbitu, supertyazhelyy reaktivnyy samolet-amfibiya dlya nee (varianty) i sposob osushchestvleniya zapuska [A comprehensive system to run heavy aerospace aircraft reusable in earth orbit, heavyweight jet amphibian aircraft for it (versions) and method of implementation of the launch]. Patent RF, No. 2397922, priority from 30.07.2008.
18. Byushgens G.S., Studnev R.V. Aerodinamika samoleta: Dinamika prodol'nogo i bokovogo dvizheniya [Aerodynamics of the airplane: longitudinal and lateral Dynamics of the movement]. Moscow: Mashinostroenie, 1979, 352 p.
19. Krasovskiy N.N. Teoriya upravleniya dvizheniem [Theory of motion control]. Moscow: Nauka, 1968, 475 p.
20. Meshcherskiy I.V. Raboty po mekhanike tel peremennoy massy [Works on mechanics of bodies of variable mass]. 2nd ed. Moscow: GITTL, 1952, 281 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.М. Першин.

**Колесников Анатолий Аркадьевич** – Южный федеральный университет; e-mail: anatoly.kolesnikov@gmail.com; 347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: 88634360707; кафедра синергетики и процессов управления; д.т.н.; профессор.

**Динчари Оксана Сергеевна** – e-mail: Sapphire-13@mail.ru; тел.: 89064147472; кафедра синергетики и процессов управления; аспирант.

**Крееренко Евгений Сергеевич** – AVIAOK; e-mail: talla92xlc@gmail.com; 347900, г. Таганрог, ул. Греческая, 74; тел.: 89064526211; инженер-конструктор.

**Kolesnikov Anatoliy Arkad'evich** – Southern Federal University; e-mail: anatoly.kolesnikov@gmail.com; 2, Checkhov street, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634360707; the department of synergetics and control; dr. of eng. sc.; professor.

**Dinchari Oksana Sergeevna** – e-mail: Sapphire-13@mail.ru; phone: +79064147472; the department of synergetics and control; postgraduate student.

**Kreerenko Evgeny Sergeevich** – AVIAOK; e-mail: talla92xlc@gmail.com; 74, Grecheskaya str., 347900, Taganrog, Russia; phone: +79064526211; design engineer.

УДК 681.5: 621.3.078

**А.А. Кузьменко, А.С. Сеницын, А.А. Сеницына**

**РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭНЕРГОУСТАНОВКОЙ  
«АСИНХРОНИЗИРОВАННЫЙ ГЕНЕРАТОР – ВЕТРОТУРБИНА»:  
ИНТЕГРАЛЬНАЯ АДАПТАЦИЯ\***

*В последние годы возобновляемые источники энергии становятся все более важными благодаря их огромному вкладу в повышение независимости энергетической отрасли от невозобновляемых ресурсов и защиту окружающей среды. Все большее применение в качестве*

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №13-08-01008-а.