

19. *Fischell E.M., Schmidt H.* Classification of underwater targets from autonomous underwater vehicle sampled bistatic acoustic scattered fields, *JASA*, 2015, Vol. 138, pp. 3773.
20. *Mashoshin A.I.* Ob odnom podkhode k sovместному resheniyu zadach klassifikatsii i opredeleniya koordinat podvodnykh ob"ektov po ikh gidroakusticheskomu polyu [An Approach to the Problems of Simultaneous Classification and Localization of Underwater Objects from Their Underwater Sound Fields], *Akusticheskij zhurnal* [Akusticheskij Zhurnal], 1999, Vol. 45, No. 1, pp. 124-127.
21. *Lucas C., Heard G.J., Pelavas N.* DRDC Starfish acoustic sentinel and phase gradient histogram tracking, *Proceedings of 3rd Underwater Acoustics Conference and Exhibition, 21-26 June 2015, Crete island, Greece*, 2015, pp. 669-676.
22. *Bao C., Ma S., Zhang Z., Hu X., Wu Y., Meng Z.* A robust passive source localization method using a single vector sensor, *Proceedings of 3rd Underwater Acoustics Conference and Exhibition, 21-26 June 2015, Crete island, Greece*, 2015, pp. 857-864.
23. *Skarsoulis E., Papadakis P., Kalogerakis M., Piperakis G., Orfanakis E.* A passive acoustic localization system for broadband sources, *Proceedings of 3rd Underwater Acoustics Conference and Exhibition, 21-26 June 2015, Crete island, Greece*, 2015, pp. 341-348.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.Г. Голубев.

Машошин Андрей Иванович – АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»; e-mail: aimashoshin@mail.ru; 197046, Санкт-Петербург, ул. Малая Посадская, 30; тел.: 89217632345; д.т.н.; профессор; начальник НИЦ интегрированных систем освещения обстановки.

Mashoshin Andrei Ivanovich – Concern CSRI Elektropribor, JSC; e-mail: aimashoshin@mail.ru; 30, Malaya Posadskaya street, St. Petersburg, 197046, Russia; phone: +79217632345; dr. of eng. sc.; professor; chief of scientific center.

УДК 519.8

DOI 10.18522/2311-3103-2016-11-132139

А.А. Семенякина

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ДИФФУЗИИ-КОНВЕКЦИИ НА ОСНОВЕ СХЕМ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ

Статья посвящена параллельной реализации задач диффузии-конвекции, выполненной на многопроцессорной вычислительной системе Южного федерального университета. Разработанные схемы повышенного (четвертого) порядка точности, учитывающие частичную заполненность контрольных областей, были использованы при решении задач гидрофизики для моделирования распространения загрязняющих веществ, оказывающих негативное влияние на экологическое состояние прибрежных систем. Аппроксимация задачи диффузии-конвекции, к которой сводится нахождение решения задачи транспорта загрязняющих веществ в прибрежных системах, выполнялась на основе схем повышенного порядка точности. Для повышения запаса устойчивости явных схем были использованы регуляризованные схемы. Алгоритм расчета, учитывающий частичную заполненность ячеек, лишен недостатка, связанного со ступенчатым представлением границы области на прямоугольной сетке. В работе приведена построенная модель транспорта нефтепродуктов в прибрежных системах, отличающаяся от известных учетом многих факторов, влияющих на картину распространения загрязнений в акватории водоема: нейтральной и неиспаряющейся псевдофракций нефтяного пятна; испарений легкой фракции; растворения и растекания нефтяного slicka; осаждения; диффузии; адвекции и биоразложения. На базе многопроцессорной вычислительной системы была разработана библиотека прикладных программ, включающая численную реализацию двухслойных итерационных методов вариационного типа, предназначенная для решения тридиагональных сеточных уравнений, возникающих при дискретизации задач диффузии-конвекции. Было разработано экспериментальное программное обеспечение, предназначенное для математического моделирования всевозможных сценариев развития экологической обстановки прибрежных систем на примере Азово-Черноморского бассейна при нефтяных разливах. Проведено моделирование распространения нефти и нефтепродук-

тов при аварийном разливе, произошедшем в районе Керченского пролива в ноябре 2007 года. При параллельной реализации были использованы методы декомпозиции сеточных областей для вычислительно трудоемких задач диффузии-конвекции, учитывающие архитектуру и параметры многопроцессорной вычислительной системы. Полученные результаты позволили сделать вывод о том, что разработанные численные методы позволяют повысить точность прогнозного моделирования транспорта загрязняющих веществ в прибрежных системах и дают возможность получать оперативные прогнозы экологического состояния водоемов в кратчайшие временные промежутки.

Математическая модель; задача диффузии-конвекции; схемы повышенного порядка точности; транспорт нефтепродуктов; библиотека прикладных программ; многопроцессорная вычислительная система.

A.A. Semenyakina

PARALLEL SOLUTION OF THE DIFFUSION-CONVECTION PROBLEMS BASED ON SCHEMES OF HIGH ORDER OF ACCURACY

The article is devoted to parallel implementation of the tasks of diffusion-convection, performed on multiprocessor computer system of the Southern federal university. Developed schemes of the higher (fourth) order of accuracy that taking into account the partial filling of control cells have been used for solving of problems of hydrophysics for modeling the distribution of contaminants which have a negative influence on the ecological situation of coastal systems. Approximation of the diffusion-convection problem has been performed on the basis of difference schemes of high order of accuracy. Regularized schemes have been used to improve the stability of explicit schemes. The calculation algorithm takes into account the partial filling of cells, devoid of disadvantage associated with a stepped representation of the boundary region in a rectangular grid. The paper presents the model of petroleum products transportation in coastal systems which differs in the consideration of many factors influencing the contaminants distribution in the waters: neutral and non-evaporating pseudofractal oil spills; evaporation of the light fraction; dissolving and spreading of the oil slick; deposition; diffusion; advection and biodegradation. A library of application programs have been developed on the basis of multiprocessor computer system, which includes numerical implementation of two-layer iterative methods of variational type, designed to solve thirteen-diagonal grid equations from discretization diffusion-convection problems. The experimental software has been designed for mathematical modeling of various scenarios of development of ecological conditions in coastal systems on the example of Azov-Black sea basin in case of oil spill. The simulation of the oil and petroleum products distribution was performed during an emergency spill that occurred in the Kerch Strait in November 2007. The methods of decomposition regions for computing time-consuming diffusion-convection tasks have been used in the parallel implementation, taking into account the architecture and parameters of the multiprocessor computer system. The obtained results demonstrate that the developed numerical methods allow improving the accuracy of predictive modeling of pollutant transport in coastal ecosystems, and provide an opportunity to obtain operational forecasts of the ecological state of water bodies in the shortest possible time intervals.

Mathematical model; diffusion-convection problem; schemes of high order of accuracy; transport of oil products; library of application programs; multiprocessor computer system.

Введение. В случае аварийного загрязнения прибрежных систем необходимо своевременное обеспечение данными о произошедшем выбросе загрязняющих веществ (ЗВ) в акватории водоемов. Для этого необходимо построение адекватных моделей и разработка эффективных численных методов, позволяющих повысить точность предсказательного моделирования распространения ЗВ в прибрежных системах для оперативного принятия мер [9–11, 14, 17]. Поэтому проблема прогнозного моделирования распространения ЗВ в акватории прибрежных систем является на сегодняшний день актуальной.

Нефть и нефтепродукты представляют собой смесь углеводородов с различной растворимостью в воде: для нефти (в зависимости от химического состава) растворимость составляет 10–50 мг/дм³; для бензинов – 9–505 мг/ дм³; для кероси-

нов – 2–5 мг/ дм³. Растворимая доля нефти в воде от всей ее массы мала ($5 \cdot 10^{-3}$ %), но при этом необходимо учитывать два обстоятельства: в число растворяющихся компонентов нефти попадают наиболее токсичные ее компоненты; нефть может образовывать с водой стойкие эмульсии, так что в толщу воды может перейти до 15 % всей нефти.

Смешиваясь с водой, нефть образует эмульсию двух типов: прямую – «нефть в воде» и обратную – «вода в нефти». Прямые эмульсии, составленные капельками нефти диаметром до 0.5 мкм, менее устойчивы и характерны для нефти, содержащей поверхностно активные вещества. При удалении летучих фракций нефть образует вязкие обратные эмульсии, которые могут сохраняться на поверхности в виде тонкой нефтяной пленки, перемещающейся со скоростью примерно в два раза большей, чем скорость течения воды. В процессе распространения по поверхности воды легкие фракции нефти частично испаряются, растворяются, а тяжелые опускаются в толщу воды, оседают на дно, загрязняя донные отложения [1].

Анализ численного решения модельной задачи транспорта веществ показал, что введение разностной производной второго порядка с множителем-регуляризатором позволило существенно ослабить ограничения на допустимую величину шага по времени [2]. Явные регуляризованные схемы показали преимущество по реальным временным затратам (10–15 раз и более) по сравнению с использовавшимися ранее традиционными неявными и нерегуляризованными явными схемами [3].

В работе [4] был предложен вариант метода конечных объемов в случае учета «заполненностей» контрольных областей. Алгоритм расчета, учитывающий частичную «заполненность» ячеек, лишен недостатка, связанного со ступенчатым представлением границы области на прямоугольной сетке. Предложенный метод был применен для решения трехмерных задач гидродинамики [5]. На основе данной модели выполнен расчет полей течений водного потока, которые использованы при расчете транспорта нефтепродуктов.

При решении задачи транспорта нефтепродуктов использованы разработанные схемы повышенного порядка точности [19]. Отметим, что при решении модельной задачи диффузии удалось повысить точность в 66.7 раз, а для задачи диффузии-конвекции – в 48.7 раз [6, 20].

Постановка задачи. Для описания процесса распространения нефтепродуктов с учетом факторов: нейтральной и неиспаряющейся псевдофракций нефтяного пятна; испарений легкой фракции; растворения и растекания нефтяного сляка; испарения; осаждения; диффузии; адвекции и биоразложения, использована система уравнений:

$$\begin{aligned}
 c'_{i,t} + uc'_{i,x} + vc'_{i,y} &= (\mu^* c'_{i,x})'_x + (\mu^* c'_{i,y})'_y - \left(\frac{K_E P_i}{RT} + K_D S_i \right) X_i M_i^m - \\
 &- \frac{1}{q} \frac{\mu_m c_i}{c_i + K_s} M, \quad c'_{i,n} \Big|_{(x,y) \in \gamma} = 0, \\
 M'_t + uM'_x + vM'_y &= (\mu M'_x)'_x + (\mu M'_y)'_y - \frac{\mu_m c_i}{c_i + K_s} M + \lambda M, \\
 M'_n \Big|_{(x,y) \in \gamma} &= 0, \\
 \varphi'_{i,t} + u\varphi'_{i,x} + v\varphi'_{i,y} + w\varphi'_{i,z} &= (\mu\varphi'_{i,x})'_x + (\mu\varphi'_{i,y})'_y + (v\varphi'_{i,z})'_z, \\
 \varphi'_{i,n} \Big|_{(x,y,z) \in \Gamma / (z=0)} &= 0, \quad \varphi'_{i,z} \Big|_{z=0} = K_D S_i X_i M_i^m,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где c_i – концентрация i -ой фракции нефти, находящейся в поверхностном слое, $i = \overline{1, k}$; ρ_ω, ρ – плотности воды и нефти соответственно; $\mu^* = \mu + (\rho - \rho_\omega)gh^3 / \mu$ – функция, описывающая процесс разложения загрязняющего вещества; g – ускорение свободного падения; $h = \sum_1^l c_i$ – толщина пленки, $i = \overline{1, k}$; S_i – растворимость в воде i -й фракции нефти, $i = \overline{k+1, l}$; $K_E = 2,5 \cdot 10^{-3} U^{0,78}$ – коэффициент массопереноса для углеводорода; $R=8,314$ – универсальная газовая постоянная; $M_i^{(m)}$ – значение молярной массы i -ой фракции; U – скорость ветра относительно воды; u, v, w – компоненты вектора скорости водного потока; P_i – давление паров i -го компонента; X_i – молярная доля i -ой фракции нефти, равная $v_i / \sum v_i, i \in \overline{1, l}$; v_i – количество вещества i -ой фракции нефти; T – температура окружающей среды над поверхностью пятна; $K_D = kK_{D0}$ – коэффициент массопереноса растворения; K_{D0} – начальное значение коэффициента массопереноса растворения; K_S – значение коэффициент насыщения; k – коэффициент, который зависит от волнения исследуемой прибрежной системы; M – концентрация микроорганизмов; q – значение коэффициента пропорциональности между количеством бактерий и поглощенным субстратом; μ_m – значение максимальной скорости роста микроорганизмов; λ – скорость отмирания клеток; φ_i – концентрация i -ой фракции нефти, находящейся в растворенном состоянии, $i = \overline{k+1, l}$; n – вектор нормали к поверхности, описывающей границу расчетной области; \mathcal{Y} – область, описывающая поверхностные слои водоема; Γ – расчетная область, описывающая водоем.

Изменение начальной растворимости нефти описывается уравнением: $S = S_0 e^{-0,1t}$, где S_0 – начальная растворимость нефти; t – время.

Для сложных гидродинамических и климатических условий Азово-Черноморского бассейна коэффициент горизонтальной турбулентной диффузии подчиняется закону «четырёх третей» Ричардсона [7]:

$$\mu \approx \varepsilon^{1/3} L^{4/3}, \quad (2)$$

где L – характерный размер диффундирующего пятна; ε – скорость диссипации турбулентной энергии, у поверхности имеет значения порядка $1-10^{-1} \text{ см}^2/\text{с}^3$ и в среднем убывает с глубиной до значений порядка $10^{-3}-10^{-4} \text{ см}^2/\text{с}^3$.

Параллельная реализация. На базе многопроцессорной вычислительной системы (МВС) разработана библиотека прикладных программ [13, 15], включающая численную реализацию двухслойных итерационных методов, которая позволяет решать тринадцатидиагональные сеточные уравнения, полученные в результате аппроксимации задачи транспорта ЗВ, представленной уравнением диффузии-конвекции, на основе схем повышенного (четвертого) порядка точности. Библиотека содержит реализации следующих методов: Якоби, минимальных поправок, скорейшего спуска, Зейделя, верхней релаксации, адаптивного модифицированного попеременно-треугольного (МПТМ) метода вариационного типа [16].

При параллельной реализации использованы методы декомпозиции сеточных областей для вычислительно трудоемких задач диффузии-конвекции, учитывающие архитектуру и параметры МВС [18].

Результаты численных экспериментов. Наибольшая скорость ветра была 11 ноября в районе Керченского пролива и по данным Gismeteo [8] составила 24 м/с.

На рис. 1 приведены результаты численных экспериментов по моделированию транспорта легкой нефти в районе Керченского пролива на 16 ноября 2007 года [12]. Расчет выполнен на основе разработанного программного комплекса.

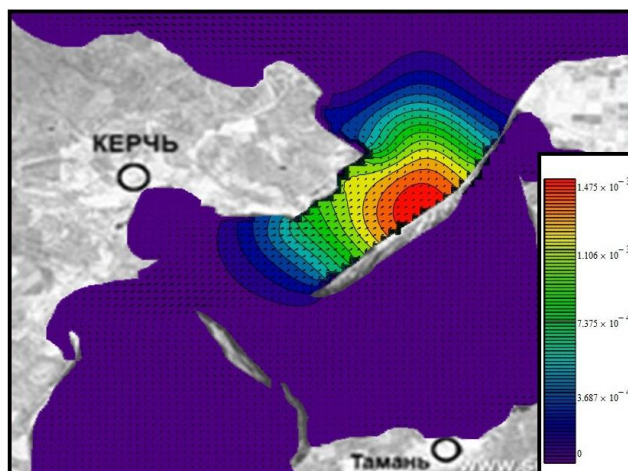


Рис. 1. Поля концентрации легких нефтепродуктов

При сопоставлении полученных результатов (рис. 1) с радиолокационными снимками участка, где произошел катастрофический разлив нефти, получено их качественное соответствие. Время прогноза составило 4 суток с момента разлива.

Заключение. Разработана математическая модель транспорта нефтепродуктов, отличающаяся от известных учетом многих факторов, влияющих на распределение нефтепродуктов в водоеме. Для повышения запаса устойчивости явных схем были использованы регуляризованные схемы [2]. На базе МВС было разработано экспериментальное программное обеспечение, предназначенное для математического моделирования транспорта нефтепродуктов в прибрежных системах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Глухенький И.Ю., Лаврентьев А.В., Попова Г.Г. Моделирование аварийных разливов нефти в Керченском проливе // Безопасность в техносфере. – 2011. – № 6. – С. 3-6.
2. Четверушкин Б.Н. Пределы детализации и формулировка моделей уравнений сплошных сред // Математическое моделирование. – 2012. – Т. 24, № 11. – С. 33-52.
3. Сухинов А.И., Проценко Е.А., Чистяков А.Е., Шретер С.А. Сравнение вычислительных эффективностей явной и неявной схем для задачи транспорта наносов в прибрежных водных системах // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии. – 2015. – Т. 16, № 3. – С. 328-338.
4. Сухинов А.И., Тимофеева Е.Ф., Чистяков А.Е. Построение и исследование дискретной математической модели расчета прибрежных волновых процессов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2011. – № 8 (121). – С. 22-32.
5. Сухинов А.И., Чистяков А.Е. Параллельная реализация трехмерной модели гидродинамики мелководных водоемов на супервычислительной системе // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии. – 2012. – Т. 13. – С. 290-297.

6. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Семенякина А.А., Никитина А.В. Параллельная реализация задач транспорта веществ и восстановления донной поверхности на основе схем повышенного порядка точности // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии. – 2015. – Т. 16, № 2. – С. 256-267.
7. Белоцерковский О.М. Турбулентность: новые подходы. – М.: Наука, 2003. – 183 с.
8. Gismeteo. – URL: <https://www.gismeteo.ru/diary/5211/2007/11/> (дата обращения: 27.09.2015).
9. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Проценко Е.А. Математическое моделирование транспорта наносов в прибрежной зоне мелководных водоемов // Математическое моделирование. – 2013. – Т. 25, № 12. – С. 65-82.
10. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Семенякина А.А., Никитина А.В. Численное моделирование экологического состояния Азовского моря с применением схем повышенного порядка точности на многопроцессорной вычислительной системе // Компьютерные исследования и моделирование. – 2016. – Т. 8, № 1. – С. 151-168.
11. Sukhinov A., Nikitina A., Chistyakov A., Semenov I., Semenyakina A., Khachunts D. Mathematical modeling of eutrophication processes in shallow waters on multiprocessor computer system // Proceedings of the 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies. – 2016. – P. 320-333.
12. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Timofeeva E.F., Shishenya A.V. Mathematical model for calculating coastal wave processes // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2013. – Vol. 5, No. 2. – P. 122-129.
13. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2014. – Vol.6, No. 4. – P. 351-363.
14. Sukhinov A., Chistyakov A., Savitski O., Semenyakina A., Nikitina A. Mathematical modeling of acoustic antenna radiation on multi-processor system, Proceedings of the 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies. – 2016. – P. 699-709.
15. Sukhinov A., Nikitina A., Chistyakov A., Semenyakina A. Complex of models, explicit regularized schemes of high-order of accuracy and applications for predictive modeling of after-math of emergency oil spill // Proceedings of the 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies. – 2016. – P. 308-319.
16. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E. Adaptive modified alternating triangular iterative method for solving grid equations with a non-self-adjoint operator // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2012. – Vol. 4, No. 4. – P. 398-409.
17. Сухинов А.И., Никитина А.В., Чистяков А.Е., Семенов И.С., Проценко Е.А., Семенякина А.А., Хачунц Д.С. Математическое моделирование процессов эвтрофикации в мелководных водоемах на многопроцессорной вычислительной системе // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». – 2016. – С. 36-53.
18. Никитина А.В., Семенякина А.А., Чистяков А.Е. Параллельная реализация задачи диффузии-конвекции на основе схем повышенного порядка точности // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2016. – № 7 (145). – С. 3-8.
19. Семенякина А.А. Схемы повышенного порядка точности для задачи диффузии-конвекции // Информатика, вычислительная техника и инженерное образование. – 2013. – № 4 (15). – С. 18-29.
20. Проценко С.В., Кузнецова И.Ю., Семенякина А.А. Точность разностных схем второго и четвертого порядков погрешности аппроксимации для решения задачи диффузии-конвекции // Сборник научных трудов Международной научно-практической конференции «Новейшие достижения в науке и образовании: отечественный и зарубежный опыт»: в 2-х частях. – 2015. – С. 49-52.

REFERENCES

1. Glukhen'kiy I.Yu., Lavrent'ev A.V., Popova G.G. Modelirovanie avariynykh razlivov nefi v Kerchenskom prolyve [Simulation of oil spills in the Kerch Strait], *Bezopasnost' v tekhnosfere* [Safety in the technosphere], 2011, No. 6, pp. 3-6.
2. Chetverushkin B.N. Predely detalizatsii i formulirovka modeley uravneniy sploshnykh sred [The limits of detail and formulation of the model equations of continuous media], *Matematicheskoe modelirovanie* [Metamathematical modeling], 2012, Vol. 24, No. 11, pp. 33-52.

3. Sukhinov A.I., Protsenko E.A., Chistyakov A.E., Shreter S.A. Sravnenie vychislitel'nykh effektivnostey yavnoy i neyavnoy skhem dlya zadachi transporta nanosov v pribrezhnykh vodnykh sistemakh [Comparison of computational efficiencies of explicit and implicit schemes for problem of sediment transport in coastal water systems], *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye: Novye vychislitel'nye tekhnologii* [Computational methods and programming: New computing technology], 2015, T. 16, No. 3, pp. 328-338.
4. Sukhinov A.I., Timofeeva E.F., Chistyakov A.E. Postroyeniye i issledovaniye diskretnoy matematicheskoy modeli rascheta pribrezhnykh volnovykh protsessov [Development and investigation of the discrete mathematical model for coastal wave process modelling], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2011, No. 8 (121), pp 22-32.
5. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E. Parallelnaya realizatsiya trekhmernoy modeli gidrodinamiki melkovodnykh vodoemov na supervychislitel'noy sisteme [Parallel implementation of a three-dimensional model of hydrodynamics of shallow water bodies on superficialities system], *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye: Novye vychislitel'nye tekhnologii* [Computational methods and programming: New computing technology.], 2012, Vol. 13, pp. 290-297.
6. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A., Nikitina A.V. Parallelnaya realizatsiya zadach transporta veshchestv i vosstanovleniya donnoy poverkhnosti na osnove skhem povyshennogo poryadka tochnosti [Parallel implementation of the objectives of the transport of substances and recovery of the bottom surface on the basis of schemes of high order of accuracy], *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye: Novye vychislitel'nye tekhnologii* [Computational methods and programming: New computing technology], 2015, Vol. 16, No. 2, pp. 256-267.
7. Belotserkovskiy O.M. Turbulentnost': novye podkhody [Turbulence: new approaches]. Moscow: Nauka, 2003, 183 p.
8. Gismeteo. Available at: <https://www.gismeteo.ru/diary/5211/2007/11/> (accessed 27 September 2015).
9. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Matematicheskoe modelirovaniye transporta nanosov v pribrezhnoy zone melkovodnykh vodoemov [Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow water bodies], *Matematicheskoe modelirovaniye* [Mathematical modelling], 2013, Vol. 25, No. 12, pp. 65-82.
10. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Semenyakina A.A., Nikitina A.V. Chislennoye modelirovaniye ekologicheskogo sostoyaniya Azovskogo morya s primeneniyyem skhem povyshennogo poryadka tochnosti na mnogoprotseessnoy vychislitel'noy sisteme [Numerical simulation of the ecological state of the Azov sea with the use of schemes of high order of accuracy on a multiprocessor computer system], *Komp'yuternyye issledovaniya i modelirovaniye* [Computer research and modeling], 2016, Vol. 8, No. 1, pp. 151-168.
11. Sukhinov A., Nikitina A., Chistyakov A., Semenov I., Semenyakina A., Khachunts D. Mathematical modeling of eutrophication processes in shallow waters on multiprocessor computer system, *Proceedings of the 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies*, 2016, pp. 320-333.
12. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Timofeeva E.F., Shishenya A.V. Mathematical model for calculating coastal wave processes, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2013, Vol. 5, No. 2, pp. 122-129.
13. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E., Protsenko E.A. Mathematical modeling of sediment transport in the coastal zone of shallow reservoirs, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2014, Vol. 6, No. 4, pp. 351-363.
14. Sukhinov A., Chistyakov A., Savitski O., Semenyakina A., Nikitina A. Mathematical modeling of acoustic antenna radiation on multi-processor system, *Proceedings of the 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies*, 2016, pp. 699-709.
15. Sukhinov A., Nikitina A., Chistyakov A., Semenyakina A. Complex of models, explicit regularized schemes of high-order of accuracy and applications for predictive modeling of after-math of emergency oil spill, *Proceedings of the 10th Annual International Scientific Conference on Parallel Computing Technologies*, 2016, pp. 308-319.
16. Sukhinov A.I., Chistyakov A.E. Adaptive modified alternating triangular iterative method for solving grid equations with a non-self-adjoint operator, *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2012, Vol. 4, No. 4, pp. 398-409.

17. Sukhinov A.I., Nikitina A.V., Chistyakov A.E., Semenov I.S., Protsenko E.A., Semenyakina A.A., Khachunts D.S. Matematicheskoe modelirovanie protsessov evtrofikatsii v melkovodnykh vodoemakh na mnogoprotessornoy vychislitel'noy sisteme [Mathematical modeling of eutrophication processes in shallow water bodies on multiprocessor computer system], *Vestnik YuUrGU. Seriya «Vychislitel'naya matematika i informatika»* [Bulletin of the South Ural State University. Computational Mathematics and Software Engineering], 2016, pp. 36-53.
18. Nikitina A.V., Semenyakina A.A., Chistyakov A.E. Parallelnaya realizatsiya zadachi diffuzii-konveksii na osnove skhem povyshennogo poryadka tochnosti [Parallel implementation of the tasks of diffusion-convection-based schemes of high order of accuracy], *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Herald of computer and information technologies], 2016, No. 7 (145), pp. 3-8.
19. Semenyakina A.A. Skhemy povyshennogo poryadka tochnosti dlya zadachi diffuzii-konveksii [Schemes of high order accuracy for the problem of diffusion-convection], *Informatika, vychislitel'naya tekhnika i inzhenernoe obrazovanie* [Informatics, computer science and engineering education], 2013, No. 4 (15), pp. 18-29.
20. Protsenko S.V., Kuznetsova I.Yu., Semenyakina A.A. Tochnost' raznostnykh skhem vtorogo i chetvertogo poryadkov pogreshnosti approksimatsii dlya resheniya zadachi diffuzii-konveksii [The accuracy of difference schemes of second and fourth order accuracy approximation for solving the problem of diffusion-convection], *Sbornik nauchnykh trudov Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Noveyshie dostizheniya v nauke i obrazovanii: otechestvennyy i zarubezhnyy opyt»* [Collection of scientific works of the International scientific-practical conference "the Latest achievements in science and education: Russian and foreign experience"]: in 2 part, 2015, pp. 49-52.

Статью рекомендовала к опубликованию д.т.н. Л.А. Мартынова.

Семенякина Алёна Александровна – Южный федеральный университет; e-mail: j.a.s.s.y@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371651; инженер.

Semenyakina Alena Aleksandrovna – Southern Federal University; e-mail: j.a.s.s.y@mail.ru; 44, Nekrasovskiy lane, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371651; engineer.