УДК 681.5.013

А.Р. Гайдук, Е.А. Плаксиенко

АВТОМАТИЗАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ*

Многие технологические и производственные процессы являются многомерными, т.е. они характеризуются несколькими управляемыми переменными, и несколькими управляющими воздействиями – управлениями. Задача автоматизации таких процессов осложняется тем, что они являются нелинейными и описываются несколькими нелинейными уравнениями, при этом требования к различным переменным автоматизируемого процесса могут быть различными. Ввиду чрезвычайно большого разнообразия нелинейностей задача построения систем автоматизации нелинейными многомерными процессами является очень сложной. В данной работе ставится задача разработать аналитический метод синтеза оптимальных алгоритмов автоматизации нелинейных многомерных технологических процессов. Разработка метода базируется на идее академика А.А. Красовского – использования неопределенного функционала качества, некоторые из функций и параметров которого выбираются в процессе решения задачи оптимизации. Для решения задачи привлекается также метод преобразования заданных нелинейных уравнений системы автоматизации к специальной форме – управляемой форме Жордана. Эта форма позволяет аналитически найти, так называемое, линеаризующее управление, под влиянием которого нелинейные уравнения процесса, без потери точности описания, становятся линейными, а исходный неопределенный нелинейно-квадратичный функционал переходит в обычный квадратичный критерий качества. Окончательный вид оптимального алгоритма автоматизации определяется в результате решения с помощью MATLAB известного уравнения Риккати. Основными научными результатами статьи являются условия разрешимости задачи оптимальной автоматизации многомерного нелинейного технологического процесса как при отсутствии связей между подсистемами, так и при наличии этих связей. Полученные условия заключаются в ограничениях на производные нелинейностей автоматизируемого процесса. Найдены также условия асимптотической устойчивости как в большом, так и в целом установившегося процесса многомерных нелинейных систем автоматизации. Разработанный метод синтеза может применяться для построения систем автоматизации химических, энергетических и других технологических процессов, а также процессов специального назначения, так как нелинейные уравнения многих из этих процессов могут быть приведены к управляемой форме Жордана. Метод позволяет обеспечить желаемые свойства оптимальной нелинейной многомерной системы автоматизации, путем назначения соответствующих значений коэффициентов неопределенного нелинейно-квадратичного функционала качества.

Технологический процесс; многомерный; нелинейность; автоматизация; управляемая форма Жордана; синтез; неопределенный нелинейно-квадратичный функционал качества; устойчивость; переходный процесс.

A.R. Gaiduk, E.A. Plaksienko

AUTOMATION OF NONLINEAR MULTYVARIABLE TECHNOLOGICAL PROCESSES BASED ON NONLINEAR-QUADDRATIC FUNCTIOAL

Many technological and industrial processes are multivariable as they are characterized several controlled variable and several control actions – controls. The problem of automation of such processes is complicated that they are nonlinear and are described by the several nonlinear equations, and requirements to the difference automated variables can be various. In view of the extremely big variety of the nonlinearities the problem of construction of the automation systems

* Материалы статьи подготовлены в рамках выполнения работ по гранту Российского научного фонда (№ 14-19-01533) в Южном федеральном университете.

for the nonlinear multivariable processes is very difficult. The article is devoted to develop of the analytical design method of the optimal automation algorithms of the nonlinear multivariable technological processes. The method development is based on the idea of academician A.A. Krasovsky – to use uncertain qualities criteria, some functions and parameters of which are appointed during the decision of the optimization problem. For the decision of the problem the method of transformation of the set nonlinear equations of an automation system are involved in special, Jordan controlled form also. This form allows analytically finding, so-called, linearization control which the nonlinear equations of the process, without loss of accuracy of the description, become linear and the initial uncertain nonlinear-quadratic functional passes in usual the quadratic criterion. The final kind of optimal algorithm of automation is defined as a result of the decision with help MATLAB of known Riccati equation. The basic scientific results of this article are conditions of resolvability of the optimal automation problem of multivariable nonlinear technological process both at absence of connections between subsystems, and at presence of these connections. The received conditions consist in restrictions on derivatives of the automation process nonlinearities. The conditions of asymptotic stability of the steady-state process of the multivariable nonlinear automation systems both in domain and global are found also. The developed design method can be applied to construction of the systems of automation of chemical, power and other technological processes and also processes of the special purpose, because the nonlinear equations of many of these processes can be converted to the Journal controlled form. The method allows providing desirable properties of optimal nonlinear automation multivariable systems by a choice of the corresponding values of the parameters of uncertain nonlinear-quadratic criteria.

Technological process; multivariable; nonlinearity; automation; Jordan controlled form; design; uncertain nonlinear-quadratic criteria; stability; transient.

Введение. Современные сложные технологические процессы чаще всего представляют собою ряд взаимосвязанных нелинейных подпроцессов, которые характеризуются совокупностью индивидуальных управляющих воздействий и выходных величин. Как правило, они описываются рядом нелинейных дифференциальных уравнений довольно сложной формы, т.е. являются многомерными системами [2–4]. Задача синтеза алгоритмов автоматизации многомерных технологических процессов существенно осложняется их многомерностью. В этих случаях обычно рассматривается каждый подпроцесс в отдельности как линейный объект, а влияние остальных интерпретируется как влияние внешних воздействий [5–8]. С другой стороны, повышающиеся требования к качеству технологических процессов обуславливают необходимость более полного учета их свойств и особенностей, в том числе их нелинейности, многомерности и связности каналов управления. Эти факторы обуславливают актуальность разработки новых методов синтеза алгоритмов управления многомерными нелинейными объектами [2, 4, 8, 9].

Одним из методов существенного уменьшения сложности решения задач автоматизации нелинейных технологических и производственных процессов является метод преобразования их уравнений к некоторым простым (каноническим) формам [10–14]. Такой прием позволяет упростить решение задачи и сделать его аналитическим, т.е. получить оптимальные и структуру, и параметры системы автоматизации путем решения некоторой системы уравнений.

Например, предложенное в работе [12] преобразование уравнений нелинейной аффинной по управлению системы к регулярной форме Лукьянова-Уткина, что позволяет осуществить синтез многомерных систем управления с желаемыми свойствами за счет создания многомерных скользящих режимов. В работах [8, 9, 11] и др. уравнения нелинейных систем преобразуются к нормальной канонической управляемой форме (форме Бруновского [11]), что позволяет достаточно просто найти стабилизирующее управление, в том числе, и с компенсацией внешних возмущений. Однако проверка возможности такого преобразования и сама процедура преобразования нелинейных уравнений к форме Бруновского являются довольно сложными. Управление широким классом нелинейных аффинных по управлению процессов может быть найдено методом пассификации [15], хотя проверка условий возможности применения этого метода к уравнениям конкретного нелинейного объекта очень сложна, как и построение искомого нелинейного управления.

Сложность применения метода преобразования заключается в определении соответствующего преобразования нелинейных уравнений. Чаще всего, преобразование нелинейных уравнений выбирается таким, чтобы в преобразованной форме эквивалентные уравнения оказывались линейными или близкими к ним, что в наибольшей степени упрощает решение задачи автоматизации [8, 9, 11] и др. Именно, поэтому процесс построения соответствующего преобразования часто оказывается сложнее последующего процесса построения собственно автоматизирующего управления.

В данной работе рассматриваются особенности оптимального решения задачи автоматизации нелинейных процессов на основе аналитического метода синтеза с применением управляемой формы Жордана (УФЖ) [13, 14, 16]. Возможность решения задачи автоматизации на основе данного метода обусловлена тем, что УФЖ позволяет преобразовать нелинейные уравнения к линейной стационарной модели с помощью специального линеаризующего управления. Практическое значение предлагаемого метода синтеза обусловлено тем, что уравнения очень многих реальных нелинейных технологических процессов имеют УФЖ или могут быть представлены в УФЖ соответствующим переобозначением переменных или же специальным нелинейным преобразованием [13, 14, 16, 22]. Представление существенно нелинейных уравнений в УФЖ позволяет обеспечить устойчивость требуемого хода технологического процесса, который, в терминологии А.М. Ляпунова, фактически является невозмущенным движением соответствующей нелинейной системы [2, 4, 8, 9]. Предложенный метод позволяет не только аналитически найти решение задачи автоматизации нелинейного технологического процесса, оптимальное в смысле неопределенного нелинейно-квадратичного функционала качества, но и обеспечить требуемую длительность и желаемый характер переходных процессов [17, 18, 19].

Уравнения нелинейных многомерных технологических процессов в УФЖ. В структурном плане многомерные технологические процессы можно рассматривать как совокупность нескольких взаимосвязанных друг с другом подпроцессов, каждый из которых имеет управляемую переменную y_i и управление u_i. Уравнения нелинейных многомерных технологических процессов в отклонениях в УФЖ имеют [13, 14, 20, 21] вид:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \boldsymbol{\phi}_1(\tilde{\mathbf{x}}_1) + \mathbf{e}_{n_1} u_1, \quad y_1 = \tilde{x}_{11}, \tag{1}$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_i = \boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_i) + \mathbf{e}_{n_i} u_i, \; y_i = \tilde{x}_{1i}, \; i = \overline{2, m}, \tag{2}$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_i \in \Omega_{xi} \in R^{n_i}$ – вектор состояния *i*-й подсистемы, описывающий процессы в соответствующем подроцессе в отклонениях; $\mathbf{e}_{n_i}$ – n_i-й столбец единичной $n_i \times n_i$-матрицы; y_i, u_i – управляемая переменная и управление *i*-го подпроцесса (подсистемы); $\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_i) \in R^n$, $i = \overline{1, m}$ – нелинейная вектор-функция, компоненты которой $\phi_{ji}(\tilde{\mathbf{x}}_1, \tilde{\mathbf{x}}_2, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_i)$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n_i - 1}$ – дифференцируемые необходимое число раз по всем своим аргументам функции векторных аргументов такие, что

$$\left|\frac{\partial \phi_{j,i}(\tilde{\mathbf{x}}_1,\tilde{\mathbf{x}}_2,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_i)}{\partial \tilde{x}_{j+1,i}}\right| \geq \varepsilon_i > 0,\ j=\overline{1,n_i-1},\ \tilde{\mathbf{x}}_i \in \Omega_{\tilde{x}i}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi_{j,i}(\tilde{\mathbf{x}}_1,\tilde{\mathbf{x}}_2,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_i)}{\partial \tilde{x}_{\eta,i}} \equiv 0,\ \eta=\overline{j+2,n_i},\ j=\overline{1,n_i-1},\ \tilde{\mathbf{x}}_i \in \Omega_{\tilde{x}i}, \quad (4)$$

где $\Omega_{\tilde{x}i}$ – некоторые области пространств R^{n_i}; функции $\phi_{n_i i}(\tilde{\mathbf{x}}_1,\tilde{\mathbf{x}}_2,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_i)$ – могут быть не дифференцируемыми, $i=\overline{1,m}$.

Из условий (3), (4) следует, что в общем случае компоненты вектор-функций $\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1,\tilde{\mathbf{x}}_2,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_i)$ имеют вид $\phi_{j,i}(\tilde{\mathbf{x}}_1,\tilde{\mathbf{x}}_2,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_{i-1},\tilde{x}_{1,i},\tilde{x}_{2,i}\ldots,\tilde{x}_{j+1,i})$. Именно поэтому производные функций $\phi_{j,i}(\tilde{\mathbf{x}}_1,\tilde{\mathbf{x}}_2,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_i)$ по $\tilde{x}_{j+1,i}$ не равны нулю в области $\Omega_{\tilde{x}i}$, а сами эти функции совершенно не зависят от переменных $\tilde{x}_{j+2,i},\tilde{x}_{j+3,i}\ldots,\tilde{x}_{n_i,i}$, которые также являются компонентами вектора $\tilde{\mathbf{x}}_i$ i-й подсистемы. При этом каждая область $\Omega_{\tilde{x}i}$ включает положение равновесия $\tilde{\mathbf{x}}_i=\mathbf{0}$ i-й подсистемы, $i=\overline{1,m}$. Вектор-функции $\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1,\tilde{\mathbf{x}}_2,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_i)$ удовлетворяют условиям существования и единственности решений соответствующих дифференциальных систем, причем $\boldsymbol{\phi}_i(\mathbf{0})=\mathbf{0}$. Каждая вектор-функция $\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1,\tilde{\mathbf{x}}_2,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_i)$, $i=\overline{2,m}$ описывает свойства как собственно i-й подсистемы, так и ее связи с «предыдущими» (от первой до $(i-1)$-ой) подсистемы. Предполагается, что при всех $i=\overline{1,m}$ векторы состояния $\tilde{\mathbf{x}}_i$ доступны измерению датчиками.

Постановка задачи автоматизации. Попытка автоматизации многомерного процесса с помощью централизованных управлений $u_i=u_i(\tilde{\mathbf{x}}_1,\ldots\tilde{\mathbf{x}}_i)$, $i=\overline{1,m}$, каждое из которых, в общем случае, зависит от всех векторов $\tilde{\mathbf{x}}_1,\ldots\tilde{\mathbf{x}}_i$, представляется не рациональной ввиду большой сложности реализации таких управлений [1, 2, 8, 18]. Поэтому в данной работе ставится задача автоматизации многомерного процесса на основе оптимальных локальных (децентрализованных) управлений $u_i=u_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$, $i=\overline{1,m}$. Пример системы автоматизации с локальными управлениями показан на рис. 1, при $m=3$. При этом возникает непростая задача поиска условий, при которых эти локальные управления обеспечивают не только оптимальность локальных процессов, но и устойчивость положений равновесия $\tilde{\mathbf{x}}_i=0$, $i=\overline{1,m}$ многомерной системы (1) – (4) при наличии нелинейных связей между подсистемами.

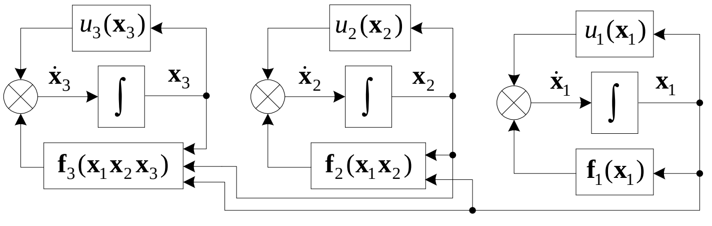

Рис. 1. Децентрализованное управление многомерным процессом

В данной работе рассмотрим случай, когда функции, описывающие связи между подсистемами, являются аддитивными, так что уравнения автоматизируемого процесса (1), (2) имеют следующий вид:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 = \boldsymbol{\phi}_1(\tilde{\mathbf{x}}_1) + \mathbf{e}_{n_1} u_1, \quad y_1 = \tilde{x}_{11}, \tag{5}$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_i = \boldsymbol{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_{i-1}) + \boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i) + \mathbf{e}_{n_i} u_i, \ i = \overline{2, m}. \tag{6}$$

Здесь вектор-функции $\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ описывают динамику отдельных i-х подсистем, а вектор-функции $\boldsymbol{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_{i-1})$, $i = \overline{2, m}$ – аддитивные связи между этими подсистемами. При этом связь i-ой подсистемы с другими подсистемами, во-первых не зависит от собственного вектора состояния $\tilde{\mathbf{x}}_i$, а зависит только от «предыдущих» векторов $\tilde{\mathbf{x}}_\nu$, $\nu = \overline{1, i-1}$. Кроме того, нелинейные вектор-функции $\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ в уравнениях (5), (6), по-прежнему, удовлетворяют условиям (3), (4), т.е. уравнение (5) и каждое из уравнений (6) при $\boldsymbol{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_{i-1}) \equiv \mathbf{0}$, $i = \overline{2, m}$, по определению многомерной УФЖ имеет эту форму [13].

При выполнении неравенств (3), (4) задача оптимальной автоматизации многомерной системы (5), (6) заключается в определении каждого локального управления $u_i = u_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$, $i = \overline{1, m}$, как функции только вектора $\tilde{\mathbf{x}}_i$, таким образом, чтобы при всех $\boldsymbol{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_{i-1}) \equiv \mathbf{0}$, $i = \overline{2, m}$ на траекториях подсистем неопределенные нелинейно-квадратичные функционалы имели минимумы, т.е.

$$J_i = \int_0^\infty [\tilde{\mathbf{x}}_i^T \mathbf{S}_i^T(\tilde{\mathbf{x}}_i) \mathbf{Q}_i \mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i) \tilde{\mathbf{x}}_i + \rho_i \gamma_{1i}^2(\tilde{\mathbf{x}}_i)(u_i - u_{\text{лин}i})^2] dt \to \min_{u_i}, \tag{7}$$

а при $\boldsymbol{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_{i-1}) \neq \mathbf{0}$, $i = \overline{2, m}$ положение равновесия $\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{0}$ каждой i-й подсистемы было асимптотически устойчивым, т.е. решения $\tilde{\mathbf{x}}_i(t, \tilde{\mathbf{x}}_{0i})$ всех уравнений (5), (6) при $\tilde{\mathbf{x}}_{0i} \in \Omega_{0i} \in \Omega_{\mathbf{x}i}$ удовлетворяли бы неравенствам:

$$\lim_{t \to \infty} \left\| \tilde{\mathbf{x}}_i(t, \tilde{\mathbf{x}}_{0i}) \right\| = 0, \ \tilde{\mathbf{x}}_i(t, \tilde{\mathbf{x}}_{0i}) \in \Omega_{\tilde{\mathbf{x}}}, \quad i = \overline{1, m}, \tag{8}$$

где $\tilde{\mathbf{x}}_{0i}$ – вектора начальных условий.

В выражении (7) постоянные матрицы $\mathbf{Q}_i \geq 0$ и числа $\rho_i > 0$ выбираются, исходя из желаемого характера переходных процессов i-ой подсистемы (5), (6); матрицы $\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}})$, функции $\gamma_{1i}(\tilde{\mathbf{x}})$, $u_{\text{лин}\,i} = u_{\text{лин}\,i}(\tilde{\mathbf{x}})$ на данном этапе являются неопределенными. Они находятся в процессе решения оптимизационной задачи (5)–(7).

Решение задачи оптимизации. С целью построения управлений $u_i = u_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$, оптимальных управлений в смысле условия (7), введем нелинейное преобразование $\mathbf{w}_i = \zeta_i(\mathbf{x}_i)$, где $\mathbf{w}_i = [w_{1i} \quad w_{2i} \quad \ldots \quad w_{n_i i}]^T$ – новый вектор переменных состояния $w_{ji} = w_{ji}(t)$. Переменные состояния $w_{ji} = w_{ji}(t)$, $j = \overline{1, n_i}$, $i = \overline{1, m}$, а также вспомогательные величины $\gamma_{1i}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ и $\gamma_{2i}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ определяются следующими выражениями:

$$w_{1i} = \tilde{x}_{1i},\; w_{ji} = \sum_{\nu=1}^{j-1} \frac{\partial w_{j-1,i}}{\partial \tilde{x}_{\nu,i}} \phi_{\nu i}(\tilde{\mathbf{x}}_i),\; j = \overline{2, n_i},\; i = \overline{1, m}, \quad (9)$$

$$\gamma_{1i}(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{\partial w_{n_i,i}}{\partial x_{n_i,i}} = \prod_{i=1}^{n_i-1} \frac{\partial \phi_{ji}(\tilde{\mathbf{x}}_i)}{\partial \tilde{x}_{j+1,i}},\; \gamma_{2i}(\tilde{\mathbf{x}}_i) = \sum_{\nu=1}^{n_i-1} \frac{\partial w_{n_i,i}(\tilde{\mathbf{x}}_i)}{\partial \tilde{x}_{\nu i}} \phi_{\nu i}(\tilde{\mathbf{x}}_i),\; i = \overline{1, m}, \quad (10)$$

где $\phi_{j,i}(\tilde{\mathbf{x}}_i) = \phi_{j,i}(\tilde{x}_{1i}, \ldots, \tilde{x}_{j+1,i}, 0, \ldots, 0)$.

Введенные переменные $w_{ji} = w_{ji}(t)$ и величины (9), (10) позволяют [12, 14] для уравнений (5), (6), сформировать локальные управления

$$u_i = u_{\text{лин}\, i} + \gamma_{1i}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}_i) v_i,\; u_{\text{лин}\, i} = -\gamma_{1i}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}_i) \gamma_{2i}(\tilde{\mathbf{x}}_i) - \phi_{ni}(\tilde{\mathbf{x}}_i). \quad (11)$$

Как показано в работах [12, 14, 16], уравнения (5), (6), (8) при управлениях (11) и условиях $\mathbf{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \ldots, \tilde{\mathbf{x}}_{i-1}) \equiv \mathbf{0}$, $i = \overline{2, m}$, после преобразования к векторам $\mathbf{w}_i$ (9) имеют следующий вид:

$$\dot{\mathbf{w}}_i = \mathbf{\Lambda}_{n_i} \mathbf{w}_i + \mathbf{b}_{n_i i} v_i,\; \mathbf{\Lambda}_{n_i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix},\; \mathbf{b}_{n_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},\; i = \overline{1, m}, \quad (12)$$

т.е., очевидно, являются линейными. Именно поэтому управления, определяемые выражениями (9)–(11), называются линеаризующими.

По условиям задачи вектор-функции $\boldsymbol{\phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$, $i = \overline{1, m}$ в уравнениях (5), (6) являются дифференцируемыми, причем $\zeta_i(0) = 0$ при всех $i = \overline{1, m}$, поэтому преобразования $\mathbf{w}_i = \zeta_i(\mathbf{x}_i)$ (9) можно всегда представить в квазилинейной форме, $\mathbf{w}_i = \mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)\tilde{\mathbf{x}}_i$, где $\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ – некоторая $n_i \times n_i$-матрица. Построение матриц $\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ рассматривалось в работах [12, 20].

Основной особенностью матриц $\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$, $i = \overline{1, m}$ является их непрерывность, ограниченность и невырожденность в области $\Omega_{\tilde{x}}$, что гарантируется условиями (3). Поэтому существует обратимое преобразование $\tilde{\mathbf{x}}_i = \xi_i(\mathbf{w}_i) = \mathbf{S}_i^{-1}(\mathbf{w}_i)\mathbf{w}_i\Big|_{\mathbf{w}_i = \mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)} = \tilde{\mathbf{x}}_i$, где $\mathbf{S}_i^{-1}(\mathbf{w}_i)$ – обратная матрица, $i = \overline{1, m}$.

С учетом соотношений $\mathbf{w}_i = \mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)\tilde{\mathbf{x}}_i$, и управления (11) интегралы J_i в условиях (7) принимает вид

$$J_i = \int_0^\infty [\mathbf{w}_i^T \mathbf{Q}_i \mathbf{w}_i + \rho_i v_i^2] dt,\; i = \overline{1, m}. \quad (13)$$

Хорошо известно, что каждый функционал J_i вида (13) имеет минимум на траекториях линейной системы (12), если соответствующее оптимальное управление $v_i = v_i(\mathbf{w}_i)$ определяется выражением

$$v_i(\mathbf{w}_i) = -\rho_i^{-1} \mathbf{b}_n^T \mathbf{P}_i \mathbf{w}_i,\; i = \overline{1, m}. \quad (14)$$

Здесь $\mathbf{P}_i$ – симметричная, положительно определенная матрица, являющаяся решением следующего уравнения Риккати:

$$\mathbf{P}_i\mathbf{\Lambda}_{ni}+\mathbf{\Lambda}_{ni}^T\mathbf{P}_i-\mathbf{P}_i\mathbf{b}_{ni}\rho_i^{-1}\mathbf{b}_{ni}^T\mathbf{P}_i+\mathbf{Q}_i=\mathbf{0},\ i=\overline{1,m}. \tag{16}$$

Условия оптимальности нелинейной системы (5), (6) при $\mathbf{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_{i-1})\equiv\mathbf{0}$, $i=\overline{2,m}$, в смысле минимума нелинейно-квадратичного функционала (7) определяются следующей теоремой.

***Теорема* 1**. Предположим, в уравнениях (5), (6) функции $\mathbf{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_{i-1})\equiv\mathbf{0}$, $i=\overline{2,m}$; при всех $i=\overline{1,m}$ эти уравнения удовлетворяют условиям (3), (4); функции $\gamma_{1i}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$, $\gamma_{2i}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ и $u_{\text{лин}\,i}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ определены равенствами (10)–(11), матрицы $\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)$, $i=\overline{1,m}$ равенствами $\mathbf{w}_i=\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)\tilde{\mathbf{x}}_i$, а матрицы $\mathbf{P}_i$ являются решениями уравнений Риккати (16). Тогда локальные управления $u_i=u_i(\mathbf{x}_i)$, оптимальные в смысле нелинейно-квадратичных функционалов (7) в области $\Omega_{\tilde{x}}$, определяется выражением

$$u_{\text{опт}\,i}=-\gamma_{1i}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}_i)\gamma_{2i}(\tilde{\mathbf{x}}_i)-\gamma_{1i}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}_i)\rho^{-1}\mathbf{b}_{ni}^T\mathbf{P}_i\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)\tilde{\mathbf{x}}_i-\phi_{ni}(\tilde{\mathbf{x}}_i). \tag{17}$$

Доказательство теоремы приведено в [18]. Из теоремы 1 следует, что каждое локальное управление $u_{\text{опт}\,i}(\tilde{\mathbf{x}}_i)$ (17) при отсутствии связей между подсистемами, фактически, минимизирует нелинейный, квадратичный функционал J_i из условия (7), т.е. выполняется это условие, на траекториях нелинейной i-й подсистемы, уравнения которой представлены в управляемой форме Жордана.

Подчеркнем, что последнее условие не является жестким ограничением на применение метода синтеза оптимальных систем управления, вытекающего из приведенных соотношений. Дело в том, что уравнения многих реальных нелинейных управляемых систем либо имеют УФЖ, либо могут быть приведены к этой форме достаточно простым преобразованием [11, 13, 18, 20].

Из теоремы 1 следует и оптимальность системы (5), (6), (17) в смысле критерия (7), и устойчивость всех её локальных положений равновесия $\tilde{\mathbf{x}}_i\equiv 0$, $i=\overline{1,m}$, но только лишь при отсутствии связей между блоками, т.е. при $\mathbf{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_{i-1})\equiv\mathbf{0}$, $i=\overline{2,m}$.

Введем вектор состояния $\mathbf{w}=[\mathbf{w}_1^T\ \ \mathbf{w}_2^T\ \ \ldots\ \ \mathbf{w}_{\mathrm{m}}^T]^T$ всей системы и перейдем к доказательству её асимптотической устойчивости. С этой целью, прежде всего, заменим векторы $\tilde{\mathbf{x}}_i$ на векторы $\mathbf{w}_i$ в соответствии с преобразованием $\tilde{\mathbf{x}}_i=\xi_i(\mathbf{w}_i)$, которое является обратным преобразованию $\mathbf{w}_i=\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)\tilde{\mathbf{x}}_i$. В результате уравнения (5), (6) с учетом управления (17) и соотношений (12)–(16) будут иметь вид

$$\dot{\mathbf{w}}_1=\mathbf{D}_1\mathbf{w}_1, \tag{18}$$

$$\dot{\mathbf{w}}_i=\mathbf{D}_i\mathbf{w}_i+\mathbf{\Psi}_i(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1}),\ i=\overline{2,m}. \tag{19}$$

где

$$\mathbf{D}_i=\mathbf{\Lambda}_{n_i}-\mathbf{b}_{n_i}\rho_i^{-1}\mathbf{b}_{ni}^T\mathbf{P}_i;\ \mathbf{\Psi}_i(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1})=\mathbf{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1,\ldots,\tilde{\mathbf{x}}_{i-1})\Big|_{\tilde{\mathbf{x}}_i=\xi_i(\mathbf{w}_i)}, \tag{20}$$

Пусть матрицы $\mathbf{C}_i$, $i=\overline{1,m}$ являются положительно определенными при всех $i=\overline{1,m}$. Из первых выражений (20) и теоремы 3.7 из [12], следует, что системы $\dot{\mathbf{w}}_i=\mathbf{D}_i\mathbf{w}_i$, $i=\overline{1,m}$ являются асимптотически устойчивыми, т.е. матрицы $\mathbf{D}_i$ – гурвицевы. Следовательно, функция $V(\mathbf{w})=\sum_i^m \mathbf{w}_i{}^T\mathbf{H}_i\mathbf{w}_i$, где матрицы $\mathbf{H}_i$ суть решения уравнений Ляпунова

$$\mathbf{D}_i^T\mathbf{H}_i+\mathbf{H}_i\mathbf{D}_i=-\mathbf{C}_i, \tag{21}$$

является положительно определенной функцией, определенной на векторе $\mathbf{w}=[\mathbf{w}_1^T \quad \mathbf{w}_2^T \quad \ldots \quad \mathbf{w}_{\mathrm{m}}^T]^T$.

Теорема 2. Если выполнены условия (3), (4) и управления u_i в уравнениях (6) определяются выражением

$$u_{\text{опт}i}=-\gamma_{1i}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}_i)\gamma_{2i}(\tilde{\mathbf{x}}_i)-\gamma_{1i}^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}_i)\rho^{-1}\mathbf{b}_{ni}^T\mathbf{P}_i\mathbf{S}_i(\tilde{\mathbf{x}}_i)\tilde{\mathbf{x}}_i-\phi_{ni}(\tilde{\mathbf{x}}_i),\ i=\overline{1,m}$$

то положение равновесия $\mathbf{w}=\mathbf{0}$ системы (18), (19) является асимптотически устойчивым в области $\Omega_{\mathbf{w}}$.

Доказательство. Производная по времени от положительно определенной функции $V(\mathbf{w})=\sum_i^m \mathbf{w}_i{}^T\mathbf{H}_i\mathbf{w}_i$ вдоль траекторий системы (18), (19) определяется выражением

$$V(\mathbf{w})=\sum_i^m\Big\{\Big(\mathbf{w}_i^T\mathbf{D}_i^T+\boldsymbol{\Psi}_i^T(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1})\Big)\mathbf{H}_i\mathbf{w}_i+\mathbf{w}_i^T\mathbf{H}_i\big(\mathbf{D}_i\mathbf{w}_i+\boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1})\big)\Big\}. \tag{22}$$

Отсюда с учетом равенств (21) следует

$$\dot{V}(\mathbf{w})=\sum_i^m\Big\{-\mathbf{w}_i^T\mathbf{C}_i\mathbf{w}_i+\boldsymbol{\Psi}_i^T(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1})\mathbf{H}_i\mathbf{w}_i+\mathbf{w}_i^T\mathbf{H}_i\boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1})\Big\}. \tag{23}$$

Вектора-столбцы $\boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1})$, $i=\overline{2,m}$ (20) являются нелинейными дифференцируемыми, причем $\boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{0},\ldots,\mathbf{0}_{i-1})=\mathbf{0}$, поэтому они могут быть представлены в квазилинейной форме, следующего вида

$$\boldsymbol{\Psi}_i^T(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1})=[\mathbf{w}_1^T\mathbf{M}_{i1}^T(\bar{\mathbf{w}}_1),\ldots,\mathbf{w}_{i-1}^T\mathbf{M}_{i,i-1}^T(\bar{\mathbf{w}}_{i-1})],\ i=\overline{2,m}. \tag{24}$$

где $\bar{\mathbf{w}}_\nu$, $\nu=\overline{1,i-1}$ – подвектора вида $\bar{\mathbf{w}}_\nu^T=[\mathbf{w}_1^T \quad \mathbf{w}_2^T \quad \ldots \quad \mathbf{w}_\nu^T]$ [13, 18]; $\mathbf{M}_{i\nu}(\bar{\mathbf{w}}_\nu)$ – нелинейные, в общем случае, прямоугольные матрицы, размеры которых определяются размерами якобианов вектор-функций $\boldsymbol{\Psi}_i(\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_{i-1})$, а сами матрицы $\mathbf{M}_{i\nu}(\bar{\mathbf{w}}_\nu)$ определяются путем интегрирования по некоторому пути соответствующих якобианов [22]. Подчеркнем, что квазилинейное представление типа (24) нелинейных дифференцируемых векторов или функций является точным [13], в отличие, например, от первого приближения или разложения в конечный ряд любого типа.

Подставляя равенства (24) в (23) получим

$$\dot{V}(\mathbf{w}) = -\mathbf{w}_1^T \mathbf{C}_{21} \mathbf{w}_1 +$$
$$+ \mathbf{w}_1^T \mathbf{M}_{21}^T \mathbf{H}_2 \mathbf{w}_2 - \mathbf{w}_2^T \mathbf{C}_2 \mathbf{w}_2 + \mathbf{w}_2^T \mathbf{H}_2 \mathbf{M}_{21} \mathbf{w}_1 +$$
$$+ \mathbf{w}_1^T \mathbf{M}_{31}^T \mathbf{H}_3 \mathbf{w}_3 + \mathbf{w}_2^T \mathbf{M}_{32}^T \mathbf{H}_3 \mathbf{w}_3 - \mathbf{w}_3^T \mathbf{C}_3 \mathbf{w}_3 + \mathbf{w}_3^T \mathbf{H}_3 \mathbf{M}_{31} \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_3^T \mathbf{H}_3 \mathbf{M}_{32} \mathbf{w}_2 +$$
$$\vdots$$

В этом выражении для краткости опущены аргументы $\bar{\mathbf{w}}_\nu$ нелинейных матриц $\mathbf{M}_{i\nu}(\bar{\mathbf{w}}_\nu)$. Выражения $\mathbf{w}_i^T \mathbf{M}_{\nu i}^T \mathbf{H}_\nu \mathbf{w}_\nu$ являются скалярными функциями при всех i и ν поэтому справедливы равенства $(\mathbf{w}_i^T \mathbf{M}_{\nu i}^T \mathbf{H}_\nu \mathbf{w}_\nu)^T = \mathbf{w}_\nu^T \mathbf{H}_\nu \mathbf{M}_{\nu i} \mathbf{w}_i$, так как матрицы $\mathbf{H}_\nu$, как решения уравнений (21), являются симметричными. Это позволяет предыдущее равенство представить в квадратичной форме следующего вида

$$\dot{V}(\mathbf{w}) = -\mathbf{w}^T \mathbf{G} \mathbf{w}, \quad \mathbf{w} \in \Omega_{\mathbf{w}}, \tag{25}$$

где матрица

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -2\mathbf{H}_2\mathbf{M}_{21} & \mathbf{C}_1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -2\mathbf{H}_{m-1}\mathbf{M}_{m-1,1} & -2\mathbf{H}_{m-1}\mathbf{M}_{m-1,2} & \dots & \mathbf{C}_{m-1} & 0 \\ -2\mathbf{H}_m\mathbf{M}_{m,1} & -2\mathbf{H}_m\mathbf{M}_{m,2} & \dots & -2\mathbf{H}_{m-1}\mathbf{M}_{m-1,m-1} & \mathbf{C}_m \end{bmatrix},$$

очевидно, является положительно определенной, так как по условиям выбора матрицы $\mathbf{C}_i > 0$, $i = \overline{2, m}$.

Таким образом, в области $\Omega_{\mathbf{w}}$, положительно определенная функция $V(\mathbf{w})$ (22) имеет в силу системы (18)–(20) отрицательно определенную производную (25), т.е. функция $V(\mathbf{w})$ (22) является функцией Ляпунова для указанной системы. Отсюда следует асимптотическая устойчивость положения равновесия $\mathbf{w} \equiv \mathbf{0}$, системы (18) – (20) в области $\Omega_{\mathbf{w}}$.

Доказательство устойчивости положений равновесия $\tilde{\mathbf{x}}_i = 0$, $i = \overline{1, m}$ уравнений (1), (5), (8) при $\mathbf{\Phi}_i(\tilde{\mathbf{x}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{x}}_{i-1}) \neq \mathbf{0}$ в области $\Omega_{\tilde{x}}$ следует из ограниченности, непрерывности и обратимости преобразований $\tilde{\mathbf{x}}_i = \xi_i(\mathbf{w}_i)$, $i = \overline{1, m}$.

Следствие 1. Если условия теоремы 1 и теоремы 2 выполняются во всех пространствах R^{n_i}, то все положения равновесия $\mathbf{x}_i \equiv \mathbf{0}$, $i = \overline{1, m}$ системы автоматизации (5)–(6) являются асимптотически устойчивыми в целом.

Приведенные теоремы и следствие позволяют предложить метод аналитического синтеза многомерных нелинейных оптимальных систем автоматизации АСНСА с применением УФЖ. В данном случае применительно к нелинейным многомерным процессам с аддитивными связями между подпроцессами. Переходя к рассмотрению этого метода, предположим, что число управлений равно числу выходных переменных. Данный метод аналитического синтеза предполагает выполнение следующих шагов:

1. Если уравнения автоматизируемого процесса имеют форму Жордана вида (1), (2), (3), то переход к п. 2. Если эти условия не выполняются, то переменные состояния подвергаются нелинейному преобразованию, так чтобы уравнения заданного процесса

приняли управляемую форму Жордана [22]. Примеры таких преобразований приведены в монографии [13] и работах [14, 16, 19, 23]. Очень часто бывает достаточно изменить обозначения переменных состояния процесса [16, 19].

2. С помощью соотношений (9)–(11) для каждой подсистемы выполняется преобразование $\mathbf{w}_i = \zeta(\mathbf{x}_i)$, находятся функции $\gamma_{1i}(\mathbf{x}_i)$, матрицы $\mathbf{S}_i(\mathbf{x}_i)$ и синтезируются локальные линеаризующие управления $u_{\text{лин}\,i}$, $i = \overline{1, m}$ (11).

3. По заданным подсистемам и найденным величинам при каждом $i = \overline{1, m}$ составляются системы (12) и путем решения уравнения Риккати (16) находятся матрицы $\mathbf{P}_i$. Это дает возможность записать оптимальные управления (17).

4. С применением компьютерного моделирования замкнутой многомерной системы (5), (6), (17) выбираются значения чисел $\rho_i > 0$ и коэффициентов матриц $\mathbf{Q}_i$ так, чтобы переходные процессы системы удовлетворяли требуемым свойствам.

Отметим, что локальные управления (17) являются управлениями по состоянию, что несколько сужает возможность непосредственного применения полученных соотношений. Однако этот недостаток легко устраняется применения наблюдателей состояния. Примеры синтеза линеаризующих управлений имеются в работах [13, 14, 16], а метод синтеза оптимальных в смысле нелинейно-квадратичных функционалов систем автоматизации показан в работах [19, 23]. Поэтому соответствующие примеры здесь не приводятся.

Выводы. В работе предложен метод синтеза систем автоматического управления многомерными нелинейными объектами, уравнения которых могут быть приведены к управляемой форме Жордана с аддитивными связями между блоками. С целью его обоснования доказаны две теоремы об оптимальности и об асимптотической устойчивости систем с предложенными децентрализованными управлениями. Новизна полученных результатов обусловлена применением управляемой формы Жордана для синтеза нелинейных оптимальных систем управления. Преимущество предложенного метода по сравнению с известными, например, методом пассификации или методом приведения к форме Лукьянова-Уткина, в его инженерной направленности, что обусловлено ориентацией на часто применяемое на практике уравнение Риккати. Необходимость приведения нелинейных уравнений объекта к УФЖ не является слишком жестким ограничением, так как уравнения многих реальных объектов приводятся к этой форме путем соответствующего обозначения переменных состояния. Аналогично, предположение о доступности измерению всех переменных состояния снимается применением наблюдателя. Некоторым недостатком предложенного метода является необходимость применения итерационного выбора значений параметров локальных управлений, с целью обеспечения требуемого быстродействия и характера переходных процессов замкнутой системы.

Данный метод является полностью аналитическим и может применяться при построении систем управления и автоматизации нелинейными техническими объектами и процессами различного назначения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Вознесенский И.Н.* О регулировании машин с большим числом регулируемых параметров // Автоматика и телемеханика. – 1938. – № 4. – С. 4-5.
2. *Ротач В.Я.* Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами: учебник для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 296 с.
3. *Глазунов В.Ф., Прокушев С.В.* Автоматизация оборудования для непрерывной обработки текстильных материалов. – Иваново: Изд-во ИГЭУ, 2002. – 348 с.

4. *Гайдук А.Р.* Об управлении многомерными объектами // Автоматика и телемеханика. – 1998. – № 12. – С. 22-37.
5. *Тян В.К.* Редукция синтеза многомерных линейных систем управления к синтезу одномерных с типовым объектом // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 4. – С. 2-7.
6. *Matveev A.S.* From LQR design to nonconvex global optimization: homage to contribution and impact of V.A. Yakubovich. Proc. 1st Conference on Modeling, Identification, and Control of Nonlinear Systems, 2015, IFAC-PapersOnLine, 48-11. – 2015. – P. 551-556.
7. *Neydorf R.A.* Bivariate "Cut-Glue" approximation of strongly nonlinear mathematical models based on experimental data, SAE Int. J. Aerosp. 8(1):2015, doi:10.4271/2015-01-2394. http://papers.sae.org/2015-01-2394.
8. Современные методы управления многосвязными динамическими системами / под ред. А.А. Красовского. Вып. 2. – М.: Энергоатомиздат, 2003. – 556 с.
9. *Филимонов Н.Б.* Проблема качества процессов управления: смена оптимизационной парадигмы // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2010. – № 12. – С. 2-10.
10. *Adamiec-Wójcik I., Brzozowska L.* Homogenous transformations in dynamic of off-shore slender structures. Dynamical systems theory. Łódź, December 2-5, Poland. – 2013. – P. 307-316.
11. 11.*Ким П.Д.* Теория автоматического управления. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
12. *Лукьянов А.Г., Уткин В.И.* Методы сведения уравнений динамических систем к регулярной форме // Автоматика и телемеханика. – 1981. – № 4. – С. 5-13.
13. *Гайдук А.Р.* Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (Полиномиальный подход). – М.: Физматлит, 2012. – 360 с.
14. *Stojković N.M. Gaiduk A.R.* Analytical design of quasilinear control systems // Facta Universitatis. Series: Automatic Control and Robotics. – 2014. – Vol. 13, No. 2. – P. 73-84.
15. *Fradkov A.L., Andrievsky B.A., Ananyevskiy M.S.* Passification based on synchronization of nonlinear systems under communication constraints and bounded disturbances // Automatica. – 2015. – Vol. 55. – P. 287-293.
16. *Gaiduk A.R.* Astatic control design for nonlinear plants on base of JCF // Transaction on Electrical and Electronic Circuits and Systems. – 2013. – Vol. 3, No 2. – P. 80-84.
17. *Цирлин А.М.* Оптимальное управление технологическими процессами. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 406 с.
18. *Neydorf R.A.* Synthesis of time quasi-optimal asymptotically stable control laws, SAE Technical Papers 2015-01-2481, 2015, doi:10.4271/2015-01-2481. http://papers.sae.org/2015-01-2481.
19. *Gaiduk A.R., Plaksienko E.A., Shapovalov I.O.* Optimal control based on Jordan controlled form. Proceedings of the 14th International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control & Signal Processing (CSECS '15). Selcuk University, Konya, Turkey. May 20-22, 2015. – P. 13-18 (CSECS-01).
20. *Воевода А.А., Шоба Е.В.* Стабилизация трехмассовой системы: модальный метод синтеза в пространстве состояний с наблюдателем пониженного порядка // Сборник научных трудов НГТУ. – 2010. – № 1 (59). – С. 25–34.
21. *Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А., Колоколова К.В.* Синтез алгоритмов управления нелинейными многомерными объектами на основе УФЖ // Научный вестник НГТУ. – 2015. – № 2(59). – С. 59-72. DOI: 10.17212/1814-1196.
22. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 472 с.
23. *Гайдук А.Р., Плаксиенко Е.А.* Оптимальное по квадратичному критерию управление нелинейными системами // Научный вестник НГТУ. – 2014. – № 4 (57). – С. 7-18.

REFERENCES

1. *Voznesenskiy I.N.* O regulirovanii mashin c bol'shim chislom reguliruemykh parametrov [On regulation of machines with a large number of control parameters], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1938, No. 4, pp. 4-5.
2. *Rotach V.Ya.* Teoriya avtomaticheskogo upravleniya teploenergeticheskimi protsessami: Uchebnik dlya vuzov [Theory of automatic control of heat power processes: Textbook for high schools]. Moscow: Energoatomisdat, 1985, 296 p.

3. *Glazunuv V. Ph., Prokushev S.V.* Avtomatizatsiya oborudovaniya dlya nepreryvnoi obrabotki tekstil'nykh materialov [Automation of equipment for the continuous treatment of textile materials]. Ivanovo: IGEU Publ., 2002, 348 p.
4. *Gayduk A.R.* Ob upravlenii mnogomernymi ob"ektami [On the control of multivariable plants], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1998, No. 12, pp. 22-37.
5. *Tyan V.K.* Reduktsiya sinteza mnogomernykh lineinykh system upravleniya k sintezu odnomernykh s tipovym ob"ektom [The reduction of the synthesis of multivariable linear control systems to the synthesis of a one-dimensional typical plant]. *Mekhatronica, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, automation, control], 2008, No. 4, pp. 2-7.
6. *Matveev A.S.* From LQR design to nonconvex global optimization: homage to contribution and impact of V.A. Yakubovich. Proc. 1st Conference on Modeling, Identification, and Control of Nonlinear Systems, 2015, IFAC-Papers On Line, 48-11, 2015, pp. 551-556.
7. *Neydorf R.A.* Bivariate “Cut-Glue” approximation of strongly nonlinear mathematical models based on experimental data, *SAE Int. J. Aerosp*. 8(1): 2015, doi:10.4271/2015-01-2394. Available at: http://papers.sae.org/2015-01-2394.
8. Sovremennye metody upravleniya mnogosvyaznymi dinamicheskimi sistemami [Modern control techniques of multivariable dynamic systems], Ed. by A.A. Krasovskogo. Issue 2. Moscow: Energoatomisdat, 2003, 556 p.
9. *Filimonov N.B.* Problema kachestva processov upravleniya: smena optimizatsionnoi paradigmy [Problem of control processes quality: change of optimization paradigm] *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, automation, control], 2010, No. 12, pp. 2-10.
10. *Adamiec-Wójcik I., Brzozowska L.* Homogenous transformations in dynamic of off-shore slender structures. Dynamical systems theory. Łódź, December 2-5, Poland. 2013, pp. 307-316.
11. *Kim P.D.* Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. T. 2. Mnogomernye, nelinei-nye, optimal'nye i adaptivnye sistemy [Multivariable, nonlinear, optimal and adaptive systems]. Moscow, Fizmatlit, 2004, 464 p.
12. *Luk'yanov A.G., Utkin V.I.* Metody svedeniya uravnenii dinamicheskikh sistem k regulyarnoi forme [Methods of transformation of dynamic systems equations to a regular form]. *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1981, No. 4, pp. 5-13.
13. *Gaiduk A.R.* Teoriya i metody analiticheskogo sinteza sistem avtomaticheskogo upravleniya (Polinomial'nyi podkhod). [Theory and methods of analytical synthesis of automatic control systems (Polynomial approach)]. Moscow: Fizmatlit, 2012, 360 p.
14. *Stojković N.M., Gaiduk A.R.* Analytical design of quasilinear control systems, *Facta Universitatis. Series: Automatic Control and Robotics*, 2014, Vol. 13, No. 2, pp. 73-84.
15. *Fradkov A.L., Andrievsky B.A., Anan'evskiy M.S.* Passification based on synchronization of nonlinear systems under communication constraints and bounded disturbances, *Automatica*, 2015, Vol. 55, pp. 287-293.
16. *Gaiduk A.R.* Astatic control design for nonlinear plants on base of JCF, *Transaction on Electrical and Electronic Circuits and Systems*, 2013, Vol. 3, No 2, pp. 80-84.
17. *Tsirlin A.M.* Optimal'noe upravlenie tehnologicheskimi processami [Optimal control of technological processes]. Moscow: Energoatomisdat. 1986, 406 p.
18. *Neydorf R.A.* Syntheses of time quasi-optimal asymptotically stable control laws. SAE Technical Papers 2015-01-2481, 2015, doi:10.4271/2015-01-2481.
19. *Gaiduk A.R., Plaksienko E.A., Shapovalov I.O.* Optimal control based on Jordan controlled form. Proceedings of the 14th International Conference on Circuits, Systems, Electronics, Control & Signal Processing (CSECS '15). Selcuk University, Konya, Turkey. May 20-22, 2015, pp. 13-18.
20. *Voevoda A.A., Shoba E.V.* Stabilizatsiya trekhmassovoi sistemy: modal'nyi metod sinteza v prostranstve sostoyanii s nablyudatelem ponizhennogo poryadka [Stabilization of three-mass system: modal synthesis method in state space with a reduced order observer], *Sbornik nauchnykh trudov NGTU* [Collection of scientific papers of NSTU], 2010, No. 1 (59), pp. 25-34.
21. *Gaiduk A.R., Plaksienko E.A., Kolokolova K.V.* Sintez algoritmov upravleniya nelineinymi mnogomernymi ob"ektami na osnove UFZh [Synthesis of control algorithms for nonlinear multivariable plants based on JCF], *Nauchnyi vestnik NGTU* [Scientific Bulletin of NSTU], 2015, No. 2 (59), pp. 59-72. doi:10.17212/1814-1196.

22. *Demidovich B.P.* Lektsii po matematicheskoi teorii ustoichivosti. [Lectures on the mathematical theory of stability]. Moscow: Nauka, 1967, 472 p.
23. *Gaiduk A.R., Plaksienko E.A.* Optimal'noe po kvadratichnomu kriteriyu upravlenie nelineinymi sistemami [Optimal control of systems on nonlinear quadratic criterion]. *Nauchnyi vestnik NGTU* [Scientific Bulletin of NSTU], 2014, No. 4 (57), pp. 7-18.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.А. Фатхи.

Гайдук Анатолий Романович – Южный федеральный университет; e-mail: gaiduk_2003@mail.ru; г. Таганрог, ул. Слесарная, 26, кв. 2; тел.: 88634626287; кафедра САУ; профессор.

Плаксиенко Елена Анатольевна – Таганрогский институт управления и экономики; e-mail: pumka@mail.ru; г. Таганрог, 347900, ул. Петровская, 45; тел.: 88634613432; кафедра математики и информатики; доцент, доцент.

Gaiduk Anatoly Romanovich – Southern Federal University; e-mail: gaiduk_2003@mail.ru; 26,Slesarnaya street, app. 2, Taganrog, 347904, Russia; phone: +78634626287; the department of automatic control systems; professor.

Plaksienko Elena Anatolyevna – Taganrog Institute of Management and Economic; e-mail: pumka@mail.ru; 45, Petrovskaya street, Taganrog, 347900, Russia; phone: +78634613432; the department of mathematics and informatics; associate professor.

УДК 581.5:681.3

В.И. Финаев, А.А. Пушнина, И.В. Пушнина

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ*

Цель данной работы состоит в алгоритмизации процедур автоматической оптимизации в условиях неопределённости при решении задач экстремального управления технологическими процессами и производствами. Для достижения поставленной цели в данной работе приведён краткий обзор известных методов моделирования и решения задач систем автоматической оптимизации при известной модели объекта управления и случайных возмущениях. Выполнен также краткий обзор работ, в которых задачи систем автоматической оптимизации решают в условиях неопределённости. Сделан вывод, что в условиях неопределённости и при нечёткой модели объекта управления следует применять экспертные оценки параметров модели. Экспертные оценки параметров модели проверяются методами имитационного моделирования. Обоснована актуальность применения моделей принятия решений и имитационного моделирования для синтеза САО, поддерживающей оптимальные параметры работы объекта управления. Разработана имитационная модель системы автоматической оптимизации и определены задачи имитационного моделирования. Приведено содержательное описание работы системы автоматической оптимизации и статистического последовательного алгоритма поиска управляющих решений. Оценка точности случайного поиска пробного смещения управления может быть получена с применением биномиального критерия или нормального критерия. Разработана схема алгоритма имитационной модели системы автоматической оптимизации с нормальным критерием. Разработан алгоритм имитационной модели последовательного критерия для коррекции параметров системы автоматической оптимизации. Разработан алгоритм ситуационной модели, применение которой делает устойчивой систему автоматической оптимизации к возмущениям, действующим на объект управления. Отличие ситуационной

* НИР 213.01-07-2014/02ПЧВГ Разработка методов многокритериальной оптимизации параметров гибридных адаптивных интеллектуальных регуляторов плохо формализованных технических объектов.