

А.А. Кочкаров, Р.Т. Агишев

СОГЛАСОВАННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ГРУПП МАЛЫХ МНОГОРОТОРНЫХ БПЛА ДЛЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ ГРУЗОВ*

Основной задачей работы являлось построение компьютерной модели для оценки максимально возможной массы, переносимой группой малых многороторных БПЛА. В данной работе рассмотрена динамика системы, состоящей из четырех квадрокоптеров, жестко прикрепленных к концам структуры в виде креста для транспортировки грузов. Рассмотрено движение такой системы с полезной нагрузкой, расположенной на перекрестии. Движение подобной конфигурации описывается с помощью математической модели квадрокоптера. На ее основе произведено моделирование движения системы вдоль различных траекторий: прямой, синусоиды, ромба. Набор траекторий позволяет исследовать поведение системы при выполнении различных маневров. Для каждой из них оценены координатные ошибки следования кривой в условиях изменяющейся среды: учтено наличие воздушного сопротивления движению системы, проведено моделирование порывов ветров. Наложены ограничения по времени полета из начальной точки в конечную. Установлены требования к точности достижения пункта доставки. Точность включает в себя малое отклонение центра масс системы по координате по отношению к конечному пункту, близость к нулю скорости движения креста в малой окрестности конечной точки. Также, в отсутствие ветра, малым должен быть и угол отклонения системы «груз + несущие квадрокоптеры» от горизонтали в конечной точке. С помощью метода Зиглера-Никольса были подобраны коэффициенты ПД-регуляторов, после чего смоделировано движение такой системы вдоль трех траекторий при наличии ветра. Исследована реакция системы при ее движении на сигнал ветра, заданный, как непрерывное изменение во времени скорости и направления ветра, так и в виде ступенчатых функций. В случае успешной транспортировки система остается в устойчивом положении. Проведены оценки полной энергии, затрачиваемой квадрокоптерами на перенос груза для выбранных траекторий, в зависимости от силы и направления ветра. Спроектированная модель универсальна. Она позволяет производить исследования, предварительно задавая желаемые параметры летательных аппаратов, например, грузоподъемность и емкость батарей.

Квадрокоптер; нагрузка; ПИД-регулятор; траектория; группа БПЛА.

A.A. Kochkarov, R.T. Agishev

COLLABORATIVE INTERACTION OF GROUPS OF SMALL MULTIROTOR UAVS FOR PAYLOAD TRANSPORTATION

The main goal of this work was creating a computer simulation to estimate maximum payload a group of small multirotor UAVs can carry. This paper investigates symmetric payload transportation with quadrotors. Dynamics of the system of four quadrotors rigidly connected by the cross-like structure with a payload at the center of the cross are represented. The motion of system is described using mathematical quadrotor model. Simulation of motion of the system along 3 different trajectories ("line", "sine", and "diamond") was conducted. The set of trajectories allows investigating system's behavior during performing of different maneuvers. Trajectory following coordinate errors were estimated for each of the 3 curves. The presence of the wind is taken into account. In addition the windflaw was simulated. The model includes time limitation of flight between starting and endpoint. Accuracy requirements to achieve endpoint are established. Precision involves small coordinate deviations of the center of mass at the endpoint, system's velocity should be close to zero at the end of simulation. Also if the wind is small, the final angular deviation from the horizon should be close to zero. Control system for the structure is constructed

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-01-00342, грант № 16-29-04268) и гранта Президента РФ (НШ-6831.2016.8).

such that the centre of mass follows desired trajectory. System's behavior under variety of wind signals was researched. Speed and direction of wind could be set up as continuous or stepped functions of time. In case of successful transportation of payload system remains at hover at the endpoint. Energy consumption experiments were simulated As a result necessary amount of energy for every trajectory was estimated. Created simulation is universal. It allows setting desired parameters of UAVs (like maximum thrust and battery capacity) before the simulation is started.

Quadrotor; payload; PID-regulator; trajectory; group of UAVs.

Введение. В последние годы все большее применение в различных областях находят беспилотные летательные аппараты [1–5]. В гражданской сфере чаще всего используются квадрокоптеры, т.е. дроны с четырьмя винтами. Легкость, малый размер, маневренность, простота управления - основные достоинства квадрокоптеров, которые позволяют использовать их во многих отраслях. Установка на квадрокоптеры дополнительного оборудования (например, камер) позволяет справляться с проблемами преследование нарушителей, обзора местности в тяжелых условиях (наводнение). Часто эти малые летательные аппараты используются в сельском хозяйстве и для доставки товаров, как это делают такие компании, как Amazon и DHL [6]. Транспортировка грузов является одной из важнейших задач квадрокоптеров. Задача настоящей работы заключается, как раз, в создании модели для описания переноса тяжелых, в расчете на одноквадрокоптер, грузов с помощью группы БПЛА. Для достижения желаемого результата на подобную модель разумно наложить ограничения по времени полета из начальной точки в конечную. Также немаловажно установить требования к точности достижения пункта доставки. Точность включает в себя малое отклонение по координате, по скорости движения, также малым должен быть и угол отклонения системы «груз + несущие квадрокоптеры» от горизонтали. Для приближения к реальности нельзя, кроме того, не учитывать наличие ветра.

I. Математическая модель движения БПЛА.[7] Движением квадрокоптера можно управлять, изменяя скорости вращения винтов. Аппарат движется относительно неподвижной инерциальной системы отсчета, связанной с Землей. Угловое положение аппарата задаем тремя углами Крылова: углами крена φ , тангажа θ и рыскания ψ , определяющими вращение вокруг осей соответственно.

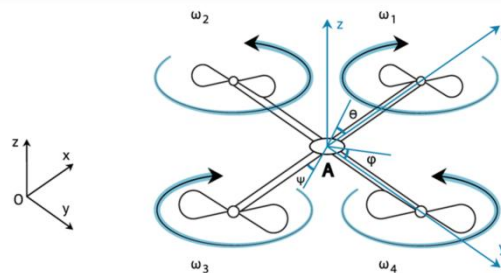


Рис. 1. Конфигурация «+» квадрокоптера

Второй закон Ньютона для квадрокоптера будет иметь вид:

$$m \frac{dv}{dt} = f,$$

f – вектор суммарной силы, приложенной к аппарату.

При переходе системы из неподвижной системы координат в подвижную уравнение движение принимает вид:

$$m \frac{dv}{dt} = m \left(\frac{d_A v}{dt} + w \times v \right) = f,$$

Связь между линейными скоростями и инерциальной и подвижной системой отчета задается соотношением:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = R v_A,$$

где R – матрица поворота от подвижной системы координат к инерциальной [8]:

$$R = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & C_\psi S_\theta S_\varphi - S_\psi C_\varphi & C_\psi S_\theta C_\varphi + S_\psi S_\varphi \\ S_\psi C_\theta & S_\psi S_\theta S_\varphi + C_\psi C_\varphi & S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi \\ -S_\theta & S_\varphi C_\theta & C_\varphi C_\theta \end{bmatrix},$$

где $S_x = \sin(x)$, $C_x = \cos(x)$

На квадрокоптер действует сила тяжести. В подвижной системе координат сила тяжести принимает вид:

$$F_g = \begin{bmatrix} mg \sin(\theta) \\ -mg \sin(\varphi) \cos(\theta) \\ -mg \cos(\varphi) \cos(\theta) \end{bmatrix}.$$

Также на квадрокоптер действует подъемная сила:

$$F = k(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2),$$

где k – экспериментально определяемая постоянная, а ω_i – скорость вращения i -го винта.

Описание движения квадрокоптера задает следующая совокупность уравнений:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = -g \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_\psi S_\theta C_\varphi + S_\psi S_\varphi \\ S_\psi S_\theta C_\varphi - C_\psi S_\varphi \\ C_\varphi C_\theta \end{bmatrix} \frac{F}{m}.$$

Эту систему необходимо дополнить силой сопротивления набегающего потока воздуха:

$$F_{\text{сопр}} = c_d \frac{\rho v^2}{2} S,$$

Допустим далее, что тело квадрокоптера является симметричным, представляет собой шар радиусом R_s и массой M_s , на расстоянии от которого находятся моторы, представленные в виде материальных точек массой M_m на расстоянии длины лучей l от центра, что изображено на 0.

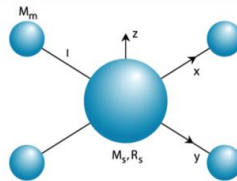


Рис. 2. Схематическое изображение квадрокоптера

Тензор инерции такого тела имеет вид:

$$J = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix},$$

где компоненты тензора выглядят следующим образом:

$$J_x = J_y = \frac{2M_s R_s^2}{5} + 2l^2 M_m,$$

$$J_z = \frac{2M_s R_s^2}{5} + 4l^2 M_m,$$

Линеаризованная с учетом малости углов тангажа и крена математическая модель квадрокоптера в подвижной системе отсчета имеет вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -g\theta - \text{sign}(\dot{x})c_d \frac{\rho \dot{x}^2}{2} S_x \\ \ddot{y} = g\varphi - \text{sign}(\dot{y})c_d \frac{\rho \dot{y}^2}{2} S_y \\ \ddot{z} = g - \frac{F}{m} - \text{sign}(\dot{z})c_d \frac{\rho \dot{z}^2}{2} S_z \\ \ddot{\varphi} = \frac{2}{J_x} lk\omega_0(\omega_4 - \omega_2) \\ \ddot{\theta} = \frac{2}{J_y} lk\omega_0(\omega_3 - \omega_1) \\ \ddot{\psi} = \frac{2}{J_z} b\omega_0(-\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4) \end{cases}.$$

II. Уравнения движения системы

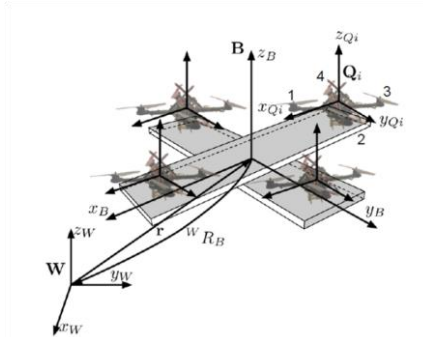


Рис. 3.

Будем рассматривать динамику системы, состоящей из квадрокоптеров, жестко прикрепленных к полезной нагрузке. Для описания движения введем две системы координат: W (world), инерционную, связанную с землей, и B (body), центр которой совпадает с центром масс нагрузки.

Полная сила тяги, производимая i -ым квадрокоптером, а также моменты в связанной системе отсчета B будут определяться матричным соотношением [9]:

$$\begin{bmatrix} F_{q,i} \\ M_{xq,i} \\ M_{yq,i} \\ M_{zq,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & l & 0 & -l \\ -l & 0 & l & 0 \\ k_F & -\frac{k_M}{k_F} & \frac{k_M}{k_F} & -\frac{k_M}{k_F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{i,1} \\ F_{i,2} \\ F_{i,3} \\ F_{i,4} \end{bmatrix}.$$

Полные сила тяги и моменты, создаваемые квадрокоптерами в инерциальной системе отсчета будут описываться [9]:

$$\begin{bmatrix} F_B \\ M_{xB} \\ M_{yB} \\ M_{zB} \end{bmatrix} = \sum_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ y_i & \cos \psi_i & -\sin \psi_i & 0 \\ -x_i & \sin \psi_i & \cos \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{q,i} \\ M_{xq,i} \\ M_{yq,i} \\ M_{zq,i} \end{bmatrix}$$

Обозначая через m полную массу системы, получаем уравнение движения центра масс [9]:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + R_B^W \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_B \end{bmatrix}.$$

Здесь ${}^W R_B$ обозначена матрица поворота при переходе из системы отсчета W в B . Полученное уравнение позволяет найти траекторию движения центра масс подвеса в зависимости от вырабатываемых каждым квадрокоптером сил тяги.

Уравнение Эйлера для вращательного движение твердого тела [9]:

$$I \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{xB} \\ M_{yB} \\ M_{zB} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times I \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

позволяет найти угловые ускорения тела-нагрузки. Будем считать, что x_B - y_B - z_B – главные оси инерции, т.е. I – диагональная матрица. Последние 2 матричных выражения и определяют соответственное поступательное движение и вращение подвеса.

Одной из основных компонент квадрокоптера в задаче подъема грузов служит ПИД-регулятор высоты [10, 18]. Он служит для удержания БПЛА на заданной высоте (desired). В среде MatLab/Simulink [11, 19] был смоделирован подобный регулятор, на вход которого подается ступенчатый сигнал, характеризующий подъем на определенную высоту.

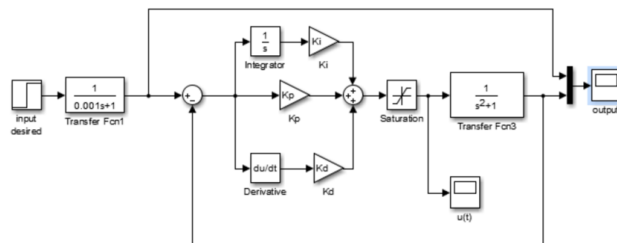


Рис. 4. PID-регулятор

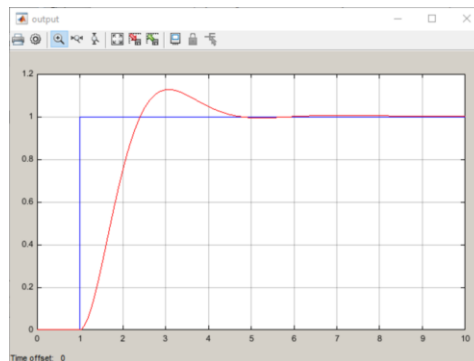


Рис. 5. Показания осциллографа

На рис. 5 синим цветом изображен график желаемой высоты (1 метр), красным – стабилизированный сигнал на выходе ПИД-регулятора.

Схема на рис. 4 воспроизводит формулу, определяющую работу регулятора:

$$(\ddot{r}_T - \ddot{r}_{des}) + K_d(\dot{r}_T - \dot{r}) + K_p(r_T - r) + K_i \int (r_T - r) dr = 0.$$

Для правильной настройки ПИД-регулятора использовался метод Зиглера-Никольса [10, 11]. В результате выбраны следующие коэффициенты:

$$K_p = 2,94; K_i = 0,91; K_d = 2,37.$$

Следующая симуляция показывает, что теоретически квадрокоптер с хорошо отлаженным ПИД-регулятором способен достичь требуемой высоты за короткое время.

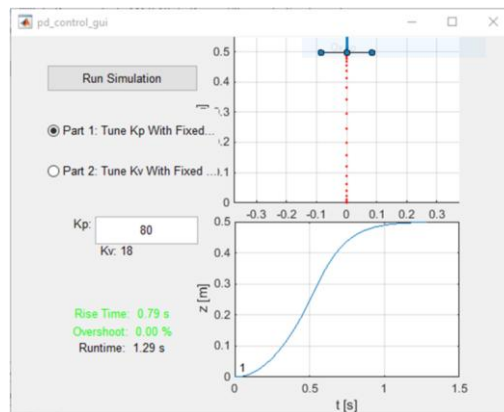


Рис. 6. Достижения заданной высоты

III. Результаты моделирования. Сбалансированное распределение нагрузки означает, что и силы тяги квадрокоптеров должны быть равны, а, значит, и вырабатываемые ими мощности. Каждый БПЛА важен при подъеме и транспортировке грузов, поэтому задача равномерного распределения ставит цель достичь наибольшего времени в полете системы квадрокоптеров с грузом.

Выразим основные требования к системе при подъеме:

$F_i = F/n \forall i = \overline{1, n}$, F – полная сила тяги всех коптеров

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \vec{0} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

С учетом первого условия $\frac{F}{n} (\sum_{i=1}^n \vec{r}_i) \times \vec{e}_3 = \vec{0} \Rightarrow \sum_{i=1}^n \vec{r}_i = \vec{0}$.

Второе условие выражает геометрическую симметричность расположения квадрокоптеров на поднимаемой нагрузке относительно центра масс [12].

Рассмотрим далее подъем груза в виде креста с помощью четырех квадрокоптеров, расположенных симметрично, как показано на рис. 3. Будем считать, что крест – соединение двух одинаковых однородных тонких стержней, длины $2l$, а квадрокоптеры – точечные массы. Такая система удовлетворяет описанной в пункте I математической модели квадрокоптера, движение которой с учетом ветра будет отвечать уравнениями [13]:

$$\mu \dot{\vec{r}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mu g \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F \end{bmatrix} + \vec{W},$$

где $R = {}^w R_B$, $\mu = M + 4t$ – полная масса системы,

M – масса нагрузки, t – масса одного коптера.

$$I \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l(F_2 - F_4) \\ l(F_3 - F_1) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times I \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

$$z\partial e I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$I_{xx} = I_{yy} = 2ml^2 + \frac{1}{6}Ml^2$$

$$I_{zz} = 4ml^2 + \frac{1}{3}Ml^2$$

Той же моделью будет описываться движение системы с дополнительным грузом, расположенным посередине креста. На рис. 7 показана схема с шаром в виде дополнительного груза.

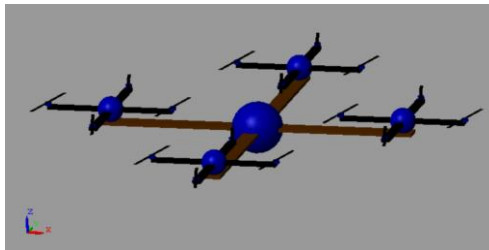


Рис. 7. Модель, собранная в SimMechanics

Визуализация в трехмерном пространстве выполнена с помощью пакета SimMechanics. При добавлении шара или груза иной формы меняются инерционные параметры системы:

$$\mu = M + 4m + m_{\text{гр}}$$

$$I_{xx} = I_{yy} = 2ml^2 + \frac{1}{6}Ml^2 + \frac{2}{5}m_{\text{гр}}R^2$$

$$I_{zz} = 4ml^2 + \frac{1}{3}Ml^2 + \frac{2}{5}m_{\text{гр}}R^2.$$

$m_{\text{гр}}$ – масса шара, R – его радиус

В данной работе смоделировано плоское движение системы вдоль различных траекторий: прямой линии и синусоиды и ромба, см. рис. 8–10. Также учтем возможное наличие ветра в виде силы \vec{W} [14]. Скорость ветра \vec{v} направлена под углом α к оси Oy . Действие силы \vec{W} ощущается сильнее при увеличении скорости движения и зависит от угла наклона креста к горизонтали ϕ . Ее компоненты выражаются следующими равенствами:

$$W_y = \text{sign}(\cos(\alpha)) \frac{1}{2} C_d \rho_{\text{air}} (\dot{y} - v_y)^2 S_y, \text{ где } S_y = |S \sin(\phi)|;$$

$$W_z = \text{sign}(\sin(\alpha)) \frac{1}{2} C_d \rho_{\text{air}} (\dot{z} - v_z)^2 S_z, \text{ где } S_z = |S \cos(\phi)|.$$

Уравнения [15]:

$$\begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{W_y}{\mu} \\ -g + \frac{W_z}{\mu} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-\sin(\phi)}{\mu} & 0 \\ \frac{\cos(\phi)}{\mu} & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_{xx}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix},$$

где u_1 – управляющая сила, u_2 – момент, далее линеаризуются, u_1 и u_2 выражаются через реальные и желаемые координаты:

$$\begin{aligned} \phi_c &= -\frac{1}{g} \left(-\frac{W_y}{\mu} + \ddot{y}_{des} + k_{d,y}(\dot{y}_{des} - \dot{y}) + k_{p,y}(y_{des} - y) \right); \\ u_2 &= I_{xx} \left(k_{p,\phi}(\phi_c - \phi) + k_{d,\phi}(\dot{\phi}_c - \dot{\phi}) \right); \\ u_1 &= \mu \left(g - \frac{W_z}{\mu} + \ddot{z}_{des} + k_{d,z}(\dot{z}_{des} - \dot{z}) + k_{p,z}(z_{des} - z) \right). \end{aligned}$$

В ходе работы были подобраны указанные 6 коэффициентов для ПД-регуляторов.

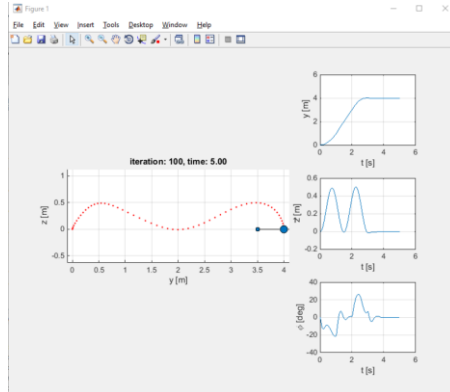


Рис. 8. Движение вдоль синусоиды

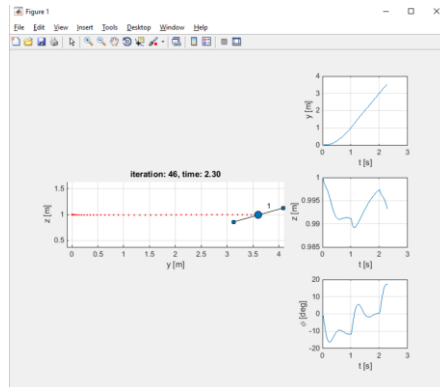


Рис. 9. Движение вдоль прямой

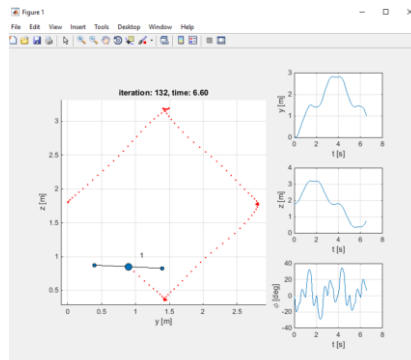


Рис. 10. Движение по ромбу

В созданной компьютерной модели ветер может быть задан, как произвольный сигнал, зависящий от времени [14]. В формулах для горизонтальной и вертикальной сил W_y и W_z скорость и направление ветра задаются функционально: $\alpha(t), v(t)$. Далее на рис. 11 приведены графические данные силы набегающего потока воздуха при движении по прямой линии, $v(t) = 10\sin(t)$, $\alpha(t) = \pi\cos(t)$.

В зависимости от различных внешних условий (силы, направления ветра, изменяющихся во времени) проведены оценки затрачиваемой энергии при транспортировке груза вдоль 3^х описанных траекторий. Подтверждено, что батареи квадрокоптеров теряют заряд быстрее при больших скоростях ветра. При движении системы затрачиваемая энергия оценивалась следующим образом [16]:

$$E = \int_{t_0}^{t_1} N dt = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \vec{v} dt,$$

где N – полная мощность моторов БПЛА, \vec{F} – суммарная сила тяги, \vec{v} – скорость ц.м. системы.

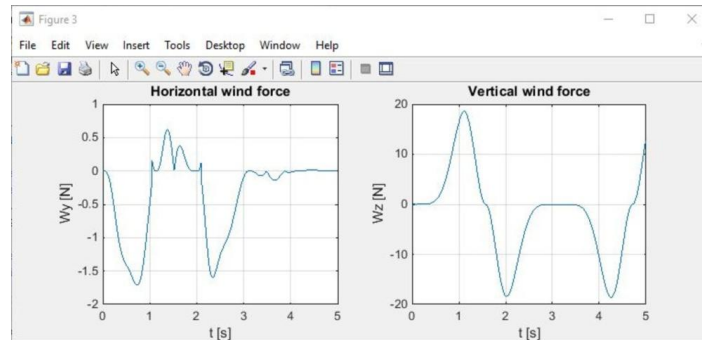


Рис. 11. Сила ветра

Заключение. В ходе работы показано, что существует возможность использовать хорошо изученную модель квадрокоптера для транспортировки грузов, не усложняя систему дополнительными подвесами и прочими механизмами крепления [17]. Важным преимуществом схемы крест является симметричное расположение летательных аппаратов. Симметрия позволила удовлетворить 2 ключевым требованиям равномерного подъема и переноса груза. С помощью моделирования различных траекторий рассмотрено поведение системы с грузом при выполнении различных маневров. Для каждой из них соблюдены условия точности достижения конечной точки. Описанная и построенная модель позволяет оценивать максимальную переносимую массу и затрачиваемую энергию системой квадрокоптеров, предварительно задавая желаемые параметры [20]. Например, такие как грузоподъемность летательных аппаратов, силу и направление ветра, форму переносимого груза.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Малинецкий Г.Г., Кочкаров А.А. Будущее российского оружия и междисциплинарные подходы // Интеллект и технологии. – 2014. – № 1 (7). – С. 48-51.
2. Кочкаров А.А., Яцкин Д.В., Рахманов О.А. Особенности решения задачи геометрического мониторинга // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2016. – № 2 (175). – С. 158-168.
3. Кочкаров А.А., Калинов И.А. Создание программно-аппаратного комплекса пространственной навигации и мониторинга мультиторного БПЛА на основе модифицированного алгоритма визуальной одометрии // Наука и Образование. – 2016. – № 09. – С. 74-91.

4. *Кочкаров А.А., Яцкин Д.В., Калинов И.А.* Новый подход в применении малых БПЛА для мониторинга сложных пространств // Интеллект и технологии. – 2016. – № 2 (14). – С. 68-71.
5. *Кочкаров А.А.* Некоторые особенности применения малых и сверхмалых беспилотных летательных аппаратов // Труды Второй Всероссийской научно-технической конференции молодых конструкторов и инженеров «Минцевские чтения», посвященной 120-летию со дня рождения академика А.Л. Минца и 60-летию аспирантуры Радиотехнического института. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. – С. 301-304.
6. Clarity from above PwC global report on the commercial applications of drone technology, May 2016.
7. *Гурьянов А.Е.* Моделирование управления квадрокоптером // Инженерный вестник. – 2014. – № 08.
8. *Steven M. LaValle.* Planning algorithms. University of Illinois, 2006.
9. *Mellinger D., Michael N., and Kumar V.* Trajectory Generation and Control for Precise Aggressive Maneuvers with Quadrotors // Int. Symposium on Experimental Robotics. – 2010.
10. *Вадуттов О.С.* Настройка типовых регуляторов по методу Циглера-Никольса. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014. – 10 с.
11. *Гэн К., Чулин Н.А.* Алгоритмы стабилизации для автоматического управления траекторным движением квадрокоптера. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015.
12. *Sreenath K., Michael N., and Kumar V.* Trajectory generation and control of a quadrotor with a cable suspended load – a differentially-flat hybrid system // in ICRA, Karlsruhe, Germany, May 2013.
13. *Escareño J., Salazar S., Romero H., Lozano R.* Trajectory Control of a Quadrotor Subject to 2D Wind Disturbances.
14. *Еремин В.Ю., Ивченко Б.А., Чижов В.М.* Моделирование порывов ветра, воздействующих на привязной аэростат // Труды ЦАГИ. – 2003. – С. 62-67.
15. *Julian Cayero, Josep Cugueró and Bernardo Morcego.* Impedance control of a planar quadrotor with an extended Kalman filter external forces estimator.
16. *Иванов Е.М.* О работе в потенциальных полях // Фундаментальные исследования. – 2005. – № 2. – С. 65-66.
17. *Fink J., Michael N., Kim S., and Kumar V.* Planning and control for cooperative manipulation and transportation with aerial robots // Int. J. Robot. Res.
18. *Ситников Д. В., Бурьян Ю. А., Русских Г. С.* Система управления движением мультикоптера // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). – 2012. – № 5-2 (36). – С. 33-37.
19. *Control of Quadrotors for Robust Perching and Landing* Daniel Mellinger, Michael Shomin, and Vijay Kumar GRASP Lab, University of Pennsylvania.
20. *C. (Cees) Trouwborst* Control of Quadcopters for Collaborative Interaction, BSc Report, Juli 2014.

REFERENCES

1. *Malinetskiy G.G., Kochkarov A.A.* Budushchee rossiyskogo oruzhiya i mezhdistsiplinarnye podkhody [Future Russian weapons and interdisciplinary approaches], *Intellekt i tekhnologii* [Intelligence and technology], 2014, No. 1 (7), pp. 48-51.
2. *Kochkarov A.A., Yatskin D.V., Rakhmanov O.A.* Osobennosti resheniya zadachi geometricheskogo monitoringa [The monitoring problem and its connection with the problem of covering connected spaces], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2016, No. 2 (175), pp. 158-168.
3. *Kochkarov A.A., Kalinov I.A.* Sozdanie programmno-apparatnogo kompleksa prostranstvennoy navigatsii i monitoringa multitirotnogo BPLA na osnove modifitsirovannogo algoritma vizual'noy odometrii [The creation of a hardware-software complex spatial navigation and monitoring of multi-rotor UAV based on modified algorithm of visual odometry], *Nauka i Obrazovanie* [Science and Education], 2016, No. 09, pp. 74-91.
4. *Kochkarov A.A., Yatskin D.V., Kalinov I.A.* Novyy podkhod v primeneni malykh BPLA dlya monitoringa slozhnykh prostranstv [A new approach to the application of small UAV for monitoring of complex spaces], *Intellekt i tekhnologii* [Intelligence and technology], 2016, No. 2 (14), pp. 68-71.

5. Kochkarov A.A. Nekotorye osobennosti primeneniya malykh i sverkhmalykh bespilotnykh letatel'nykh apparatov [Some features of application of small and micro unmanned aerial vehicles], *Trudy Vtoroy Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii molodykh konstruktorov i inzhenerov «Mintsevskie chteniya», posvyashchenoy 120-letiyu so dnya rozhdeniya akademika A.L. Mintsy i 60-letiyu aspirantury Radiotekhnicheskogo institute* [Proceedings of the Second all-Russian scientific-technical conference of young designers and engineers "Minczewski readings" dedicated to the 120 anniversary of the birthday of academician A.L. Mints and the 60th anniversary of the postgraduate Institute of Radio engineering.], Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2015, pp. 301-304.
6. Clarity from above PwC global report on the commercial applications of drone technology, May 2016.
7. Gur'yanov A.E. Modelirovanie upravleniya kvadrokopterom [Modeling control quadcopter], *Inzhenernyy vestnik* [Engineering journal], 2014, No. 08.
8. Steven M. LaValle. Planning algorithms. University of Illinois, 2006.
9. Mellinger D., Michael N., and Kumar V. Trajectory Generation and Control for Precise Aggressive Maneuvers with Quadrotors, *Int. Symposium on Experimental Robotics*, 2010.
10. Vadutov O.S. Nastroyka tipovykh regulyatorov po metodu Tsiglera-Nikol'sa [Setting the standard regulators on a method of Ziegler-Nichols]. Tomsk: Izd-vo Tomskogo politekhnicheskogo universiteta, 2014, 10 p.
11. Gen K., Chulin N.A. Algoritmy stabilizatsii dlya avtomaticheskogo upravleniya traektornym dvizheniem kvadrokoptera [Stabilization algorithms for automatic control of the motion trajectory of the quadcopter]. Moscow: MGTU im. N.E. Baumana, 2015.
12. Sreenath K., Michael N., and Kumar V. Trajectory generation and control of a quadrotor with a cable suspended load – a differentially-flat hybrid system, *in ICRA, Karlsruhe, Germany, May 2013*.
13. Escareño J., Salazar S., Romero H., Lozano R. Trajectory Control of a Quadrotor Subject to 2D Wind Disturbances.
14. Eremin V.Yu., Ivchenko B.A., Chizhov V.M. Modelirovanie poryvov vetra, vozdeystvuyushchikh na privyaznoy aerostat [The modelling of the wind, impact-ing on tethered balloon], *Trudy TsAGI* [Proceedings of the Central Aerohydrodynamic Institute], 2003, pp. 62-67.
15. Julian Cayero, Josep Cugueró and Bernardo Morcego. Impedance control of a planar quadrotor with an extended Kalman filter external forces estimator.
16. Ivanov E.M. O rabote v potentsial'nykh polyakh [On the work in potential fields], *Fundamental'nye issledovaniya* [Fundamental research], 2005, No. 2, pp. 65-66.
17. Fink J., Michael N., Kim S., and Kumar V. Planning and control for cooperative manipulation and transportation with aerial robots, *Int. J. Robot. Res.*
18. Sitnikov D.V., Bur'yan Yu.A., Russkikh G.S. Sistema upravleniya dvizheniem mul'tikoptera [The motion control system-rotor], *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akademika S.P. Koroleva (natsional'nogo issledovatel'skogo universiteta)* [Vestnik of Samara state aerospace University. academician S. P. Korolev (national research University)], 2012, No. 5-2 (36), pp. 33-37.
19. *Control of Quadrotors for Robust Perching and Landing* Daniel Mellinger, Michael Shomin, and Vijay Kumar GRASP Lab, University of Pennsylvania.
20. C. (Cees) Trouwborst Control of Quadcopters for Collaborative Interaction, BSc Report, Juli 2014.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.О. Жуков.

Кочкаров Азрет Ахматович – Финансовый университет при Правительстве РФ; e-mail: AKochkarov@oaorti.ru; 127083, г. Москва, ул. 8 Марта, 10, стр. 1; кафедра прикладной математики; к.ф.-м.н.; доцент; зам. директора НТЦ-3 ОАО «РТИ».

Агишев Руслан Тимурович – Московский физико-технический институт (государственный университет); e-mail: agishev_ruslan@mail.ru; 117303, Москва, ул. Керченская, 1А, корп. 1; студент.

Kochkarov Azret Ahmatovich – Financial University under the Government of the Russian Federation; e-mail: AKochkarov@oaorti.ru; 127083, Moscow, 8 Marta street, 10, build. 1; the department of applied mathematics; cand. of phys.-math. sc.; associate professor; deputy director of the Scientific Topic Centre 3 at the JSC “RTT”.

Agishev Ruslan Timurovich – Moscow Institute of physics and technology (state University); e-mail: agishev_ruslan@mail.ru; 117303, Moscow, Kerchenskaya street, 1A, build. 1; student.

УДК 681.5.037.2

DOI 10.18522/2311-3103-2017-1-209220

И.А. Рыбин, В.Г. Рубанов

РОБАСТНАЯ МОДАЛЬНОСТЬ МОБИЛЬНОГО РОБОТА С ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ ПАРАМЕТРОВ И ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В КАНАЛЕ УПРАВЛЕНИЯ*

Рассмотрена робастная модальность системы автоматического управления мобильного робота с фиксированным устройством управления и интервальной неопределенностью параметров объекта, возникающей вследствие изменения его полной массы, приводящего к существенному изменению динамики в процессе функционирования. При этом учитывается такая особенность как наличие запаздывания в канале управления, связанного с временными затратами на опрос датчиков, вычислительные процедуры по формированию управляющего воздействия контроллером в соответствии с законом управления, задержками в канале связи при дистанционном управлении. На основе проведенного доказательства сформулирован достаточный критерий робастной модальности как обобщенного свойства динамической системы, включающего ее устойчивость и одновременно отражающего качество переходного процесса, задаваемого границей расположения доминирующих корней на комплексной плоскости корней. В основу доказательства положен известный принцип исключения нуля. Наличие запаздывания в системе приводит к затруднениям в определении числа квадрантов годографа Михайлова в силу бесконечного возрастания фазы, вносимого звеном запаздывания. Указанное затруднение преодолено путем использования вспомогательного годографа с определением квадранта его конечного положения при значении частоты, равной бесконечности. Сформулированный достаточный критерий робастной модальности применен для исследования динамики конкретного мобильного робота при управлении его боковым движением. Получены аналитические зависимости для вспомогательного годографа $Z(\delta, \omega)$ при пропорциональном и ПИД-законах управления, позволившие построить соответствующие годографы и проиллюстрировать характер изменения динамики в зависимости от применяемого закона управления с помощью предложенного достаточного критерия робастной модальности системы.

Мобильный робот; математическая модель; система управления; робастность; запаздывание; анализ качества управления; критерий модальности; годограф Михайлова.

I.A. Rybin, V.G. Rubanov

ROBUST MODALITY OF MOBILE ROBOT WITH PARAMETERS INTERVAL UNCERTAINTY AND TIME DELAY IN CONTROL CHANNEL

Robust modality system for automatic mobile robot control with a fixed control device and object with interval uncertainty parameters, arising due to the change of its total mass, leading to a significant change in dynamics in the operation, is considered. This takes into account such feature as having a time-delay in the control channel associated with time spent on the survey sen-

* Работа выполнена в рамках государственного задания РФ 2.1396.2017/ПЧ «Разработка методов обеспечения живучести интеллектуальных бортовых систем управления беспилотных транспортных средств».