

Kochkarov Azret Ahmatovich – Financial University under the Government of the Russian Federation; e-mail: AKochkarov@oaorti.ru; 127083, Moscow, 8 Marta street, 10, build. 1; the department of applied mathematics; cand. of phys.-math. sc.; associate professor; deputy director of the Scientific Topic Centre 3 at the JSC “RTT”.

Agishev Ruslan Timurovich – Moscow Institute of physics and technology (state University); e-mail: agishev_ruslan@mail.ru; 117303, Moscow, Kerchenskaya street, 1A, build. 1; student.

УДК 681.5.037.2

DOI 10.18522/2311-3103-2017-1-209220

И.А. Рыбин, В.Г. Рубанов

РОБАСТНАЯ МОДАЛЬНОСТЬ МОБИЛЬНОГО РОБОТА С ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ ПАРАМЕТРОВ И ЗАПАЗДЫВАНИЕМ В КАНАЛЕ УПРАВЛЕНИЯ*

Рассмотрена робастная модальность системы автоматического управления мобильного робота с фиксированным устройством управления и интервальной неопределенностью параметров объекта, возникающей вследствие изменения его полной массы, приводящего к существенному изменению динамики в процессе функционирования. При этом учитывается такая особенность как наличие запаздывания в канале управления, связанного с временными затратами на опрос датчиков, вычислительные процедуры по формированию управляющего воздействия контроллером в соответствии с законом управления, задержками в канале связи при дистанционном управлении. На основе проведенного доказательства сформулирован достаточный критерий робастной модальности как обобщенного свойства динамической системы, включающего ее устойчивость и одновременно отражающего качество переходного процесса, задаваемого границей расположения доминирующих корней на комплексной плоскости корней. В основу доказательства положен известный принцип исключения нуля. Наличие запаздывания в системе приводит к затруднениям в определении числа квадрантов годографа Михайлова в силу бесконечного возрастания фазы, вносимого звеном запаздывания. Указанное затруднение преодолено путем использования вспомогательного годографа с определением квадранта его конечного положения при значении частоты, равной бесконечности. Сформулированный достаточный критерий робастной модальности применен для исследования динамики конкретного мобильного робота при управлении его боковым движением. Получены аналитические зависимости для вспомогательного годографа $Z(\delta, \omega)$ при пропорциональном и ПИД-законах управления, позволившие построить соответствующие годографы и проиллюстрировать характер изменения динамики в зависимости от применяемого закона управления с помощью предложенного достаточного критерия робастной модальности системы.

Мобильный робот; математическая модель; система управления; робастность; запаздывание; анализ качества управления; критерий модальности; годограф Михайлова.

I.A. Rybin, V.G. Rubanov

ROBUST MODALITY OF MOBILE ROBOT WITH PARAMETERS INTERVAL UNCERTAINTY AND TIME DELAY IN CONTROL CHANNEL

Robust modality system for automatic mobile robot control with a fixed control device and object with interval uncertainty parameters, arising due to the change of its total mass, leading to a significant change in dynamics in the operation, is considered. This takes into account such feature as having a time-delay in the control channel associated with time spent on the survey sen-

* Работа выполнена в рамках государственного задания РФ 2.1396.2017/ПЧ «Разработка методов обеспечения живучести интеллектуальных бортовых систем управления беспилотных транспортных средств».

sors, computational procedures to form the manipulated controller in accordance with a control law, delays in the communication channel by remote control. On the basis of evidence sufficient criterion formulated robust modality as generalized dynamic properties of the system, including its sustainability and also reflects the quality of the transition process defined by the boundary of the dominant position of the roots in the complex plane of the roots. Well-known principle of zero exceptions puts in basis of the proof. The presence of the delay in the system leads to difficulties in determining the number of quadrants Mikhailov hodograph due to an infinite ascending phase introduced by the delay element. This difficulty is overcome by the use of auxiliary locus to determine the quadrant of its final position at the value of frequency equal to infinity. Formulated sufficient criterion for robust modality used to study the dynamics of a particular mobile robot in the management of its lateral movement. Analytical dependences for auxiliary locus $Z(\delta, \omega)$ with a proportional and PID control laws, which allowed to build appropriate hodographs and illustrate the nature of the dynamics of change depending on the applied control law proposed by a sufficient criterion for robust modality system.

Mobile robot; mathematical model; control system; robustness; time-delay; quality control analysis; criterion of modality; Mikhailov hodograph.

Введение. Мобильные роботы, самостоятельно перемещающиеся в пространстве, используются в различных сферах человеческой деятельности. В промышленности их применяют для перемещения предметов производства и выполнения различных технологических операций [1, 2]. В военных целях и в случае наличия чрезвычайной ситуации мобильные роботы выполняют военную разведку и разведку загрязненной или зараженной местности, а также боевые действия и пиротехнические работы, такие как поиск, обезвреживание и транспортировка взрывоопасных объектов и боеприпасов [3]. В быту персональные роботы предназначены для помощи человеку в повседневной жизни и имеют значительный потенциал расширения функций [4].

При проектировании роботов важной задачей является теоретическое исследование свойств управляемой системы, которое включает анализ устойчивости и качества движения [5]. При этом условия, в которых функционирует робот, заранее точно не известны, что приводит к тому, что значения параметров его модели определены в некотором диапазоне. Динамика промышленного мобильного робота зависит от его полной массы, которая до и после выполнения погрузочно-разгрузочной операции является различной. Аналогично мобильный робот военного назначения имеет различную полную массу с боекомплектом или без него после проведения боевых действий. Соответственно, в приведенных примерах при исследовании динамики роботов нужно учитывать интервальность всех параметров движения, зависящих от массы. Кроме того, в канале управления мобильных роботов присутствует запаздывание [6, 7], связанное с временными затратами на опрос датчиков (положения робота, препятствий, скорости и ускорения, и т. п.), на передачу полученных значений в центральный вычислительный узел, на планирование дальнейшего движения и расчет управляющих воздействий, подаваемых на исполнительные устройства и т. д. Временное запаздывание увеличивается при дистанционном управлении. Таким образом, актуальной является задача анализа модальности мобильного робота с учетом интервальности его параметров и наличия запаздывания в канале управления, как более широкого свойства динамической системы, включающего одновременно ее устойчивость и качество переходного процесса.

Проблема анализа робастной устойчивости динамических систем изложена в обзорных статьях [8–10]. Исследование модальности систем с неполностью определенными параметрами сводится к анализу принадлежности корней характеристического уравнения левой полуплоскости комплексной плоскости корней при всех возможных значениях параметров системы [9], ограниченной не мнимой осью, а некоторой вертикалью, определяемой положением доминирующих корней.

Решения задачи анализа робастной устойчивости для некоторых частных случаев приведены в работах В.Л. Харитонов [12], Бармиша и Ши [13], Я.З. Цыпкина и Б.Т. Поляка [14]. В работе [15] метод анализа робастной устойчивости Цыпкина расширен для случая систем с запаздыванием, в результате чего получено достаточное условие устойчивости и правила построения соответствующего модифицированного годографа. Другие частотные критерии робастной устойчивости приведены в статье [16]. В перечисленных трудах рассматривается только робастная устойчивость систем. В статье [17] предложен частотный подход к решению задачи анализа робастной модальности для линейных и дискретных систем без запаздывания при эллиптических ограничениях на параметрическую неопределенность. Далее будет рассмотрено условие робастной модальности для систем с запаздыванием.

1. Достаточный критерий робастной модальности. Рассмотрим систему, имеющую следующее характеристическое уравнение в области комплексной переменной s :

$$D(s) = \sum_{k=0}^r A_k(s) B_k(s) e^{-\tau_k s} = 0, \quad (1)$$

где $\tau_k = 0$ при $k = 0$ и $\tau_k \geq 0$ при $k \geq 1$ – время запаздывания k -го звена, входящего в структуру системы управления. Коэффициенты a_{ki} полиномов $A_k(s)$ вида

$$A_k(s) = \sum_{i=0}^{l_k} a_{ki} s^i, \quad k = 0, 1, 2, \dots, r$$

принадлежат интервалам, задаваемым неравенствами

$$\left| a_{ki} - a_{ki}^0 \right| \leq \gamma \alpha_{ki}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, r, \quad i = 0, 1, 2, \dots, l_k, \quad (2)$$

где a_{ki}^0 – коэффициенты номинальных полиномов $A_k^0(s)$, $\gamma \geq 0$ – общий размах возмущений, α_{ki} – масштабы возмущений. Коэффициенты b_{ki} полиномов $B_k(s)$ вида

$$B_k(s) = \sum_{i=0}^{m_k} b_{ki} s^i, \quad k = 0, 1, 2, \dots, r$$

известны точно. Пусть порядок полинома $A_0(s)B_0(s)$ больше порядка каждого из полиномов $A_k(s)B_k(s)$, т.е. $l_0 + m_0 > l_k + m_k$, $k = 1, 2, \dots, r$, что обычно справедливо для реальных физических систем. Тогда будем считать порядком системы значение $n = l_0 + m_0$.

Необходимо определить принадлежность корней семейства квазиполиномов (1) с интервальными коэффициентами (2) области в левой полуплоскости корней, определяющей модальные свойства семейства, находящейся левее вертикальной границы

$$\Lambda = -\delta + j\omega, \quad \delta \geq 0. \quad (3)$$

Умножим все части характеристического уравнения на функцию $e^{\tau_{\max} s} e^{\tau_{\max} \delta}$ комплексного переменного s , которая имеет только комплексные корни с отрицательными вещественными частями, стремящимися к $-\infty$, имеем:

$$D(s) e^{\tau_{\max} s} e^{\tau_{\max} \delta} = 0,$$

где τ_{\max} – наибольшее из значений запаздываний τ_k :

$$\tau_{\max} = \max_{k=0,1,2,\dots,r} \tau_k.$$

Полученное модифицированное характеристическое уравнение имеет такое же количество корней лежащих справа или на вертикальной границе $-\delta + j\omega$, как и исходное. Следовательно, для исследования модальности системы можно проводить анализ модифицированного характеристического уравнения. Подставляя уравнение границы, получим семейство комплексных функций $D(\delta, \omega)e^{\tau_{\max}j\omega}$.

Определим достаточное условие робастной модальности. Интервальность коэффициентов полиномов $A_k(\delta, \omega)$ приводит к тому, что при фиксированном ω множество значений $A_k(\delta, \omega)$ на комплексной плоскости представляет собой выпуклый многоугольник с центром в точке $A_k^0(\delta, \omega)$. Вещественные части значений всех точек многоугольника не больше $\overline{\operatorname{Re} A_k(\delta, \omega)}$ и не меньше $\underline{\operatorname{Re} A_k(\delta, \omega)}$, а мнимые части – не больше $\overline{\operatorname{Im} A_k(\delta, \omega)}$ и не меньше $\underline{\operatorname{Im} A_k(\delta, \omega)}$. Таким образом, многоугольник ограничен прямоугольником со сторонами, длину которых можно найти через общий размах γ и масштабы возмущений α_{ki} : $\overline{\operatorname{Re} A_k(\delta, \omega)} - \underline{\operatorname{Re} A_k(\delta, \omega)} = 2\gamma S_k(\delta, \omega)$ и $\overline{\operatorname{Im} A_k(\delta, \omega)} - \underline{\operatorname{Im} A_k(\delta, \omega)} = 2\gamma T_k(\delta, \omega)$, где вспомогательные функции $S_k(\delta, \omega)$ и $T_k(\delta, \omega)$ имеют вид:

$$S_k(\delta, \omega) = \alpha_{k0} + \alpha_{k1}\delta + \alpha_{k2}(\delta^2 + \omega^2) + \dots + \alpha_{ki} \sum_{\nu=0}^{\lfloor i/2 \rfloor} C_i^{2\nu} \delta^{i-2\nu} \omega^{2\nu} + \dots, \quad (4)$$

$$T_k(\delta, \omega) = \alpha_{k1}\omega + \alpha_{k2}2\delta\omega + \dots + \alpha_{ki} \sum_{\nu=0}^{\lfloor (i-1)/2 \rfloor} C_i^{2\nu+1} \delta^{i-2\nu-1} \omega^{2\nu+1} + \dots \quad (5)$$

Здесь использованы обозначения: $\lfloor x \rfloor$ – функция пола, то есть наибольшее целое, меньшее или равное x ; $C_i^\nu = \frac{i!}{\nu!(i-\nu)!}$ – число сочетаний из i по ν .

Опишем каждый k -й прямоугольник окружностью с центром в точке $A_k^0(\delta, \omega)$ и диаметром, равным длине диагонали $d_k(\delta, \omega)$:

$$d_k(\delta, \omega) = \sqrt{(2\gamma S_k(\delta, \omega))^2 + (2\gamma T_k(\delta, \omega))^2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, r.$$

Умножение $A_k(\delta, \omega)$ на $B_k(\delta, \omega)e^{-\tau_k(-\delta+j\omega)}e^{\tau_{\max}j\omega}$, перемещает центр k -й окружности в точку $A_k^0(\delta, \omega)B_k(\delta, \omega)e^{-\tau_k(-\delta+j\omega)}e^{\tau_{\max}j\omega}$ и изменяет ее размеры в $|B_k(\delta, \omega)e^{-\tau_k(-\delta+j\omega)}e^{\tau_{\max}j\omega}|$ раз. Радиус полученной окружности равен

$$r_k(\delta, \omega) = \gamma \sqrt{S_k^2(\delta, \omega) + T_k^2(\delta, \omega)} |B_k(\delta, \omega)| e^{\tau_k \delta}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, r.$$

Тогда гарантированно можно говорить о том, что значения квазиполинома $D(\delta, \omega)e^{\tau_{\max}j\omega}$ при всех возможных a_{ki} принадлежат кругу с центром в точке, координаты которой определяются значением номинального квазиполинома $D^0(\delta, \omega)e^{\tau_{\max}j\omega}$, и радиусом $r(\delta, \omega) = \sum_{k=0}^r r_k(\delta, \omega) = \gamma R(\delta, \omega)$, где вспомогательная функция $R(\delta, \omega)$ формируется следующим образом:

$$R(\delta, \omega) = \sum_{k=0}^r \sqrt{S_k^2(\delta, \omega) + T_k^2(\delta, \omega)} |B_k(\delta, \omega)| e^{\tau_k \delta}. \quad (6)$$

Согласно принципу исключения нуля робастная модальность семейства характеристических квазиполиномов $D(\delta, \omega)e^{\tau_{\max}j\omega}$, а следовательно, $D(\delta, \omega)$, будет иметь место, когда модифицированный номинальный квазиполином $D^0(\delta, \omega)e^{\tau_{\max}j\omega}$ обладает свойством модальности и область всех возможных значений $D(\delta, \omega)e^{\tau_{\max}j\omega}$ при $0 \leq \omega < \infty$ не содержит начало координат. Для выполнения второго условия достаточно, чтобы при каждом фиксированном ω точка $D^0(\delta, \omega)e^{\tau_{\max}j\omega}$ была удалена от начала координат на расстояние $r(\delta, \omega)$, т.е.

$$\left| D^0(\delta, \omega)e^{\tau_{\max}j\omega} \right| > r(\delta, \omega).$$

Из последнего выражения, с учетом принятых обозначений, можно записать:

$$\left| \frac{D^0(\delta, \omega)}{R(\delta, \omega)} e^{\tau_{\max}j\omega} \right| > \gamma.$$

Выполнение полученного неравенства соответствует отсутствию пересечения окружности радиусом γ с центром в начале координат и годографа $Z_e(\delta, \omega)$:

$$Z_e(\delta, \omega) = \frac{D^0(\delta, \omega)}{R(\delta, \omega)} e^{\tau_{\max}j\omega}. \quad (7)$$

Определим необходимое и достаточное условие модальности номинальной системы. Поскольку порядок полинома $A_0^0(s)B_0(s)$, равный n , больше порядков полиномов $A_k^0(s)B_k(s)$, $k=1, 2, \dots, r$, то первое слагаемое $A_0^0(s)B_0(s)e^{\tau_{\max}s}$ номинального квазиполинома $D^0(s)e^{\tau_{\max}s}$ будет определять количество корней характеристического уравнения системы. Представим $e^{\tau_{\max}s}$ в виде ряда Тейлора:

$$e^{\tau_{\max}s} = 1 + (\tau_{\max}s) + \frac{(\tau_{\max}s)^2}{2!} + \frac{(\tau_{\max}s)^3}{3!} + \dots + \frac{(\tau_{\max}s)^\nu}{\nu!},$$

где $\nu \rightarrow \infty$. Тогда количество корней квазиполинома равно $n + \nu$, и, если все они находятся левее границы Λ , то по критерию Михайлова количество квадрантов, проходимых последовательно в положительном направлении годографом $Z_e(\delta, \omega)$, начинающимся на положительной вещественной полуоси, равно $n + \nu$, т.е. стремится к бесконечности. Умножение квазиполинома $D^0(s)e^{\tau_{\max}s}$ на $e^{-\tau_{\max}s}$ добавляет ν правых корней. Следовательно, если $D^0(s)e^{\tau_{\max}s}$ имеет только левые корни, то вектор $D^0(\delta, \omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ повернется на угол $(n + \nu - \nu)\frac{\pi}{2}$, иными словами годограф $D^0(\delta, \omega)$ при $\omega \rightarrow \infty$ будет находиться в квадранте, соответствующем углу $n\frac{\pi}{2}$.

Введем годограф $Z(\delta, \omega)$, отличающийся от годографа $Z_e(\delta, \omega)$ отсутствием множителя $e^{\tau_{\max}j\omega}$:

$$Z(\delta, \omega) = \frac{D^0(\delta, \omega)}{R(\delta, \omega)}. \quad (8)$$

Поскольку $R(\delta, \omega)$ является скалярной функцией, то фаза векторов $D^0(\delta, \omega)$ и $Z(\delta, \omega)$ будет совпадать. Согласно предыдущим рассуждениям, если номинальный квазиполином $D^0(\delta, \omega)$ устойчив, то годограф $Z(\delta, \omega)$ при $\omega \rightarrow \infty$ будет проходить через n квадрантов и конец его будет находиться в квадранте, соответствующем углу $n \frac{\pi}{2}$.

Сформулируем достаточный частотный критерий робастной модальности.

Для того, чтобы все корни характеристического уравнения (1), имеющего интервальные коэффициенты (2), находились левее границы (3) достаточно, чтобы годограф $Z_e(\delta, \omega)$ (7), начинаясь на вещественной положительной полуоси, при изменении ω от 0 до ∞ обходил квадранты в положительном направлении последовательно, не пересекая окружность с центром в начале координат и радиусом γ , а годограф $Z(\delta, \omega)$ (8) при $\omega = \infty$ находился в квадранте, соответствующем углу $n \frac{\pi}{2}$.

2. Робастная модальность движения мобильного робота. Рассмотрим мобильный робот с четырехколесной ромбовидной схемой шасси с двумя ведущими колесами 4 и 11, расположенными на поперечной оси, и двумя опорными колесами 8 и 13 на продольной оси 1 (рис. 1). Такую схему шасси имеют, например, AGV-средства, применяемые на заводе BMW в Лейпциге [18]. Расположим на продольной оси мобильной платформы на расстоянии d от центра масс C датчик 3, измеряющий боковое отклонение Δ робота от заданной трассы 2. Трасса, вдоль которой движется робота, может иметь оптический, в виде нарисованной линии, или индуктивный способ задания. Продольную скорость движения центра масс обозначим V_T .

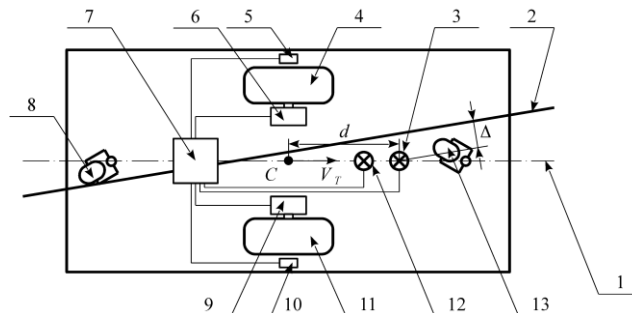


Рис. 1. К построению математической модели робота с ромбовидной схемой шасси

Траектория движения транспортного средства определяется изменением во времени скоростей вращения ведущих колес 4 и 11, каждое из которых приводится в движение посредством соответствующего двигателя постоянного тока с понижающим редуктором 6, 9. Последний может быть конструктивно выполнен совместно с двигателем и служит для увеличения мощности на выходном валу, соединяемом с колесом. Скорость вращения двигателей регулируется бортовым устройством управления 7, формирующим воздействие на основании сигналов от датчика бокового отклонения 3 и датчиков скоростей вращения колес 5 и 10 при использовании выбранного закона или алгоритма управления. Приближение к точкам на трассе, в которых должна происходить остановка транспортного средства для по-

грузки или разгрузки, определяется бортовым устройством управления по сигналу от датчика 12, который распознает наличие маркера, расположенного на некотором расстоянии до точки останова.

Движение робота относительно заданной трассы представимо в виде двух взаимосвязанных движений: бокового, перпендикулярного к трассе, и продольного, сонаправленного ей. Исследуем робастную устойчивость бокового движения, используя математическую модель, полученную в работе [19].

Заданием для подсистемы управления боковым отклонением является нулевое расстояние центра масс робота до трассы. При наличии отклонения его величина определяется датчиком, который может иметь различную конструкцию в зависимости от способа организации трассы. В случае оптического задания трассы, отклонение может определяться по разности показаний двух аналоговых датчиков, один из которых расположен левее, а другой – правее трассы. Ошибка рассогласования, соответствующая величине бокового отклонения, преобразуется бортовым устройством управления в сигнал ШИМ. Последовательность импульсов, подаваемых на левый двигатель, может иметь скажность импульсов, отличную от скажности импульсов, подаваемых на правый двигатель, т. е. среднее значение управляющего напряжения левого и правого двигателя в общем случае различно. Таким образом, можно рассмотреть на выходе устройства усиления, разность средних значений управляющих напряжений, подаваемых в виде сигнала ШИМ на двигатели постоянного тока. Разность средних значений напряжений создает разность скоростей вращения двигателей, редукторов и, соответственно, ведущих колес, что приводит к повороту мобильной платформы относительно ее центра масс и изменению бокового отклонения. Описанный процесс управления боковым отклонением представим в виде функциональной схемы, изображенной на рис. 2.

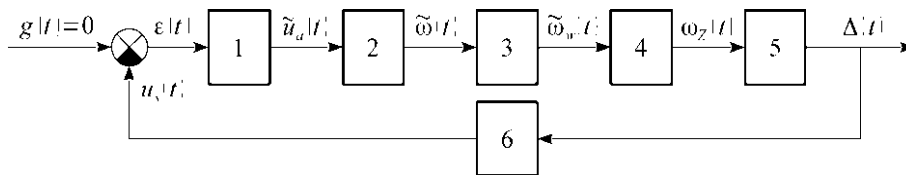


Рис. 2. Функциональная схема подсистемы управления боковым отклонением:

1 – усилительное устройство; 2 – двигатели; 3 – редукторы; 4 – шасси; 5 – мобильный робот; 6 – датчик бокового отклонения; $g(t)$ – заданное боковое отклонение; $\varepsilon(t)$ – сигнал рассогласования; $\tilde{u}_a(t)$ – разность средних значений напряжений, подаваемых на двигатели; $\tilde{\omega}(t)$ – разность скоростей вращения валов двигателей; $\tilde{\omega}_w(t)$ – разность скоростей вращения ведущих колес; $\omega_z(t)$ – скорость поворота платформы относительно центра масс; $u_s(t)$ – напряжение на выходе датчика бокового отклонения

Передаточные функции элементов функциональной схемы имеют следующий вид: усилительного устройства $W_A(s) = k_A$, где k_A – коэффициент передачи усилителя; двигателей $W_M(s) = \frac{k_M}{T_M s + 1}$, где k_M , T_M – коэффициент усиления и постоянная времени двигателей, зависящая от сопротивления двигателям при повороте мобильного робота; редукторов $W_R(s) = k_R$, где k_R – коэффициент передачи редуктора; шасси $W_H(s) = k_H$, где k_H – коэффициент передачи шасси; мо-

бильного робота $W_V(s) = \frac{V_T(Ts+1)}{s^2}$, где T – постоянная времени мобильной платформы, равная $T = d/V_T$; датчика бокового отклонения $W_S(s) = k_S$, где k_S – коэффициент передачи датчика.

Передаточная функция $W(s)$ прямого канала передачи сигналов с учетом запаздывания в канале управления равна произведению передаточных функций $W_A(s)$, $W_M(s)$, $W_R(s)$, $W_H(s)$ и $W_V(s)$ и $e^{-\tau s}$, где τ – время запаздывания:

$$W(s) = \frac{k_A k_M k_R k_H V_T (Ts+1)}{(T_M s+1)s^2} e^{-\tau D s}.$$

Тогда передаточная функция $\Phi(s)$ замкнутой системы управления боковым движением равна:

$$\Phi(s) = \frac{k_A k_M k_R k_H V_T (Ts+1) e^{-\tau D s}}{(T_M s+1)s^2 + k_A k_M k_R k_H k_S V_T (Ts+1) e^{-\tau D s}}.$$

Откуда, с учетом обозначения $T = d/V_T$, получим характеристическое уравнение системы:

$$D(s) = (T_M s+1)s^2 + k(d \cdot s + V_T) e^{-\tau D s}, \quad (9)$$

где $k = k_A k_M k_R k_H k_S$ – коэффициент усиления системы.

Постоянная времени двигателей T_M зависит от нагрузки на их валу, которая в свою очередь зависит от полной массы мобильного робота. Поскольку масса перевозимого груза может быть различной, принадлежащей интервалу от нуля до максимальной допустимой, то полная масса, а следовательно, постоянная времени T_M является интервальным параметром. Другим интервальным параметром, влияющим на динамику бокового отклонения, является скорость продольного движения V_T . Обозначим приведенные параметры через интервал, которому они могут принадлежать: $T_M^\pm = [T_M^-; T_M^+]$, $V_T^\pm = [V_T^-; V_T^+]$, где T_M^- , T_M^+ – наименьшее и наибольшее возможное значение параметра T_M соответственно, V_T^- , V_T^+ – наименьшее и наибольшее возможное значение параметра V_T соответственно. Номинальные значения параметров выберем в середине соответствующего интервала: $T_M^0 = (T_M^+ + T_M^-)/2$, $V_T^0 = (V_T^+ + V_T^-)/2$. Тогда масштабы возмущений каждого из параметров будут равны половине длины соответствующего интервала $\alpha_{T_M} = (T_M^+ - T_M^-)/2$, $\alpha_{V_T} = (V_T^+ - V_T^-)/2$, а общий размах возмущений равен $\gamma = 1$.

Характеристическое уравнение системы управления боковым движением (9) представим в виде (1). Тогда полиномы $A_k(s)$ и $B_k(s)$ можно записать как:

$$A_0(s) = 1 + T_M s, \quad A_1(s) = V_T + d \cdot s, \quad B_0(s) = s^2, \quad B_1(s) = k.$$

Отсюда, коэффициенты полиномов $B_k(s)$ равны:

$$b_{00} = 0, \quad b_{01} = 0, \quad b_{02} = 1, \quad b_{10} = k,$$

а интервальные коэффициенты полиномов $A_k(s)$ задаются в виде (2), где

$$\begin{aligned} a_{00} &= 1, \quad a_{01} = T_M, \quad a_{10} = V_T, \quad a_{11} = d, \\ \alpha_{00}^0 &= 1, \quad \alpha_{01}^0 = \frac{T_M^+ + T_M^-}{2}, \quad \alpha_{10}^0 = \frac{V_T^+ + V_T^-}{2}, \quad \alpha_{11}^0 = d, \\ \alpha_{00} &= 0, \quad \alpha_{01} = \frac{T_M^+ - T_M^-}{2}, \quad \alpha_{10} = \frac{V_T^+ - V_T^-}{2}, \quad \alpha_{11} = 0. \end{aligned}$$

Времена запаздывания звеньев, входящих в структуру рассматриваемой системы управления: $\tau_0 = 0$, $\tau_1 = \tau_D$.

Зададимся уравнением границы (3) и составим вспомогательные функции (4) и (5), получим:

$$S_0(\delta, \omega) = \alpha_{00} + \alpha_{01}\delta = \frac{T_M^+ - T_M^-}{2} \delta; \quad S_1(\delta, \omega) = \alpha_{10} + \alpha_{11}\delta = \frac{V_T^+ - V_T^-}{2};$$

$$T_0(\delta, \omega) = \alpha_{01}\omega = 0; \quad T_1(\delta, \omega) = \alpha_{11}\omega = 0.$$

С помощью полученных выражений сформируем вспомогательную функцию $R(\delta, \omega)$ (6), которую используем для построения годографов $Z_e(\delta, \omega)$ (7) и $Z(\delta, \omega)$ (8). Результат построения показан на рис. 3.

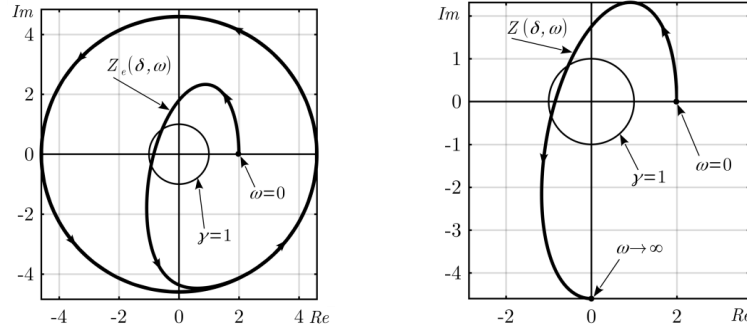


Рис. 3. Годографы исследуемой системы

Из рис. 3 видно, что мобильный робот не обладает заданной модальностью, т.е. его динамические характеристики не отвечают заданным требованиям. Для изменения динамики системы управления боковым отклонением можно использовать классический ПИД-регулятор, коэффициенты которого для обеспечения робастной модальности с заданными показателями качества процесса управления можно синтезировать по методике, рассмотренной в [20]. После внесения ПИД-регулятора передаточная функция прямого канала системы управления примет вид:

$$W(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) \frac{k_A k_M k_R k_H V_T (Ts + 1)}{(T_M s + 1) s^2} e^{-\tau_D s},$$

где k_p , k_i , k_d – коэффициенты усиления пропорциональной, интегральной и дифференциальной составляющей ПИД-регулятора соответственно.

Найдем передаточную функцию замкнутой системы и запишем характеристическое уравнение системы с регулятором:

$$D(s) = (1 + T_M s) s^3 + (k k_i + k k_p s + k k_d s^2) (V_T + d \cdot s) e^{-\tau_D s},$$

где $k = k_A k_M k_R k_H k_S$ – коэффициент усиления системы.

Отсюда, коэффициенты полиномов $B_k(s)$ (1) равны:

$$b_{00} = 0, \quad b_{01} = 0, \quad b_{02} = 0, \quad b_{03} = 1, \quad b_{10} = k k_i, \quad b_{11} = k k_p, \quad b_{12} = k k_d,$$

а интервальные коэффициенты полиномов $A_k(s)$ задаются в виде (2), где

$$a_{00} = 1, \quad a_{01} = T_M, \quad a_{10} = V_T, \quad a_{11} = d,$$

$$a_{00}^0 = 1, \quad a_{01}^0 = \frac{T_M^+ + T_M^-}{2}, \quad a_{10}^0 = \frac{V_T^+ + V_T^-}{2}, \quad a_{11}^0 = d,$$

$$\alpha_{00} = 0, \alpha_{01} = \frac{T_M^+ - T_M^-}{2}, \alpha_{10} = \frac{V_T^+ - V_T^-}{2}, \alpha_{11} = 0.$$

Времена запаздывания звеньев, входящих в структуру рассматриваемой системы управления: $\tau_0 = 0$, $\tau_1 = \tau_D$.

Зададимся уравнением границы (3) и составим вспомогательные функции (4), (5) и (6), на основании которых построим годографы $Z_e(\delta, \omega)$ (7) и $Z(\delta, \omega)$ (8). Результат построения показан на рис. 4.

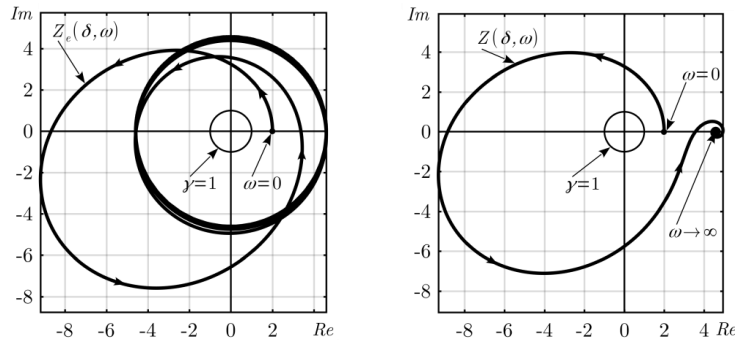


Рис. 4. Годографы исследуемой системы с ПИД-регулятором

Применение ПИД-регулятора изменило динамику системы. Согласно полученному критерию все корни характеристического уравнения располагаются левее границы $\Lambda = -\delta + j\omega$, что указывает на получение удовлетворительной динамики робастной системы с запаздыванием, отвечающей заданным показателям качества по расположению доминирующих корней на комплексной плоскости корней, определяющему положение вертикали $\Lambda = -\delta + j\omega$.

Заключение. Предложенный критерий робастной модальности системы с фиксированным регулятором и неполной определенностью параметров объекта управления, обладающей свойством запаздывания расширяют представление о влиянии временных задержек в канале управления на динамику системы. Преодоление неудобств частотного исследования систем с запаздыванием в связи с бесконечным нарастанием фазы возможно в дальнейшем будет способствовать использованию подобных приемов при решении других задач применительно к системам, обладающим свойством запаздывания

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Schulze L., Behling S., Buhrs S. Automated Guided Vehicle Systems: a Driver for Increased Business Performance // Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists IMECS 2008, 19-21 March, 2008, Hong Kong. – 2008. – Vol. II. – P. 1275-1280.
2. Shneider M., Bostelman R. Literature Review of Mobile Robots for Manufacturing // National Institute of Standards and Technology (U.S.). Engineering Laboratory. Intelligent Systems Division. – May, 2015. – 21 p.
3. Голован Ю.В., Емельянов В.К., Козырь Т.В. Спасательная техника и базовые машины: учебное пособие. – М.: Изд-во «Проспект», 2015. – 178 с.
4. Gates B. A Robot in Every Home // Scientific American. – January 2007. – P. 58-65.
5. Martynenko Yu.G. Motion control of mobile wheeled robots // Journal of Mathematical Sciences. – November 2007. – Vol. 147, Issue 2. – P. 6569-6606.
6. Золотухин Ю.Н., Котов К.Ю., Мальцев А.С., Нестеров А.А., Филиппов М.Н., Ян А.П. Коррекция транспортного запаздывания в системе управления мобильным роботом // Автометрия. – 2011. – Т. 47, № 2. – С. 46-57.

7. *Buzurovic I., Debeljkovic D. Lj., Mistic V., Simeunovic G.* Stability of the Robotic System with Time Delay in Open Kinematic Chain Configuration // *Acta Polytechnica Hungarica*. – 2014. – Vol. 11, No. 8. – P. 45-64.
8. *Petersen I.R., Tempo R.* Robust control of uncertain systems: Classical results and recent developments // *Automatica*. Elsevier Ltd. – 2014. – Vol. 50, Issue 5. – P. 1315-1335.
9. *Джзур Е.И.* Робастность дискретных систем. Обзор // *Автоматика и телемеханика*. – 1990. – № 5. – С. 3-28.
10. *Kharitonov V.L.* Robust stability analysis of time delay systems: A survey // *Annual Reviews in Control*. Elsevier Science Ltd. – 1999. – Vol. 23. – P. 185-196.
11. *Цыпкин Я.З., Поляк Б.Т.* Робастная устойчивость линейных систем // *Итоги науки и техники. Техническая кибернетика*. – М.: ВИНТИ, 1991. – Т. 32. – С. 3-13.
12. *Харитонов В.Л.* Асимптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений // *Дифференциальные уравнения*. – 1978. – Т. 14, № 11. – С. 2086-2088.
13. *Barmish B.R., Shi Z.* Robust stability of perturbed systems with time delays // *Automatica*. – 1989. – Vol. 25, No. 3. – P. 371-381.
14. *Поляк Б. Т., Цыпкин Я. З.* Частотные критерии робастной устойчивости и апериодичности линейных систем // *Автоматика и телемеханика*. – 1990. – № 9. – С. 45-54.
15. *Подлесный В.Н., Рубанов В.Г.* Простой частотный критерий робастной устойчивости одного класса линейных интервальных динамических систем с запаздыванием // *Автоматика и телемеханика*. – 1996. – № 9. – С. 131-139.
16. *Зотов М.Г.* О частотных критериях устойчивости // *Автоматизация. Современные технологии*. – 2016. – № 2. – С. 25-28.
17. *Маматов А.В., Подлесный В.Н., Рубанов В.Г.* Обобщенный критерий робастной модальности линейных систем с эллиптической неопределенностью параметров // *Автоматика и телемеханика*. – 1999. – № 2. – С. 83-94.
18. *Ullrich G.* Automated Guided Vehicle Systems. A Primer with Practical Applications. – Berlin: Springer, 2015. – 227 p.
19. *Рубанов В.Г., Кижжук А.С.* Мобильные микропроцессорные системы автоматизации транспортно-складских операций. Мобильные робототехнические системы: монография. – Белгород: Изд-во БГТУ им. В.Г. Шухова, 2011. – 289 с.
20. *Грязина Е.М., Поляк Б.Т., Тремба А.А.* Синтез регуляторов низкого порядка по критерию H_2 : параметрический подход // *Автоматика и телемеханика*. – 2007. – № 3. – С. 93-105.

REFERENCES

1. *Schulze L., Behling S., Buhrs S.* Automated Guided Vehicle Systems: a Driver for Increased Business Performance, *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists IMECS 2008, 19-21 March, 2008, Hong Kong, 2008*, Vol. II, pp. 1275-1280.
2. *Shneier M., Bostelman R.* Literature Review of Mobile Robots for Manufacturing, *National Institute of Standards and Technology (U.S.). Engineering Laboratory. Intelligent Systems Division*, May, 2015, 21 p.
3. *Golovan Ju.V., Emel'janov V.K., Kozyr' T.V.* Spasatel'naya tehnik i bazovye mashiny: Uchebnoe posobie [Rescue equipment and basic machine: Tutorial]. – Moscow: Izd-vo «Prospekt», 2015, 178 p.
4. *Gates B.* A Robot in Every Home, *Scientific American*, January 2007, pp. 58-65.
5. *Martynenko Yu.G.* Motion control of mobile wheeled robots, *Journal of Mathematical Sciences*, November 2007, Vol. 147, Issue 2, pp. 6569-6606.
6. *Zolotuhin Ju.N., Kotov K.Ju., Mal'cev A.S., Nesterov A.A., Filippov M.N., Jan A.P.* Korrektsiya transportnogo zapazdyvaniya v sisteme upravleniya mobil'nym robotom [Correction of a transport delay in mobile robot control system], *Avtometriya [Autometry]*, 2011, Vol. 47, No 2, pp. 46-57.
7. *Buzurovic I., Debeljkovic D. Lj., Mistic V., Simeunovic G.* Stability of the Robotic System with Time Delay in Open Kinematic Chain Configuration, *Acta Polytechnica Hungarica*, 2014, Vol. 11, No. 8, pp. 45-64.
8. *Petersen I.R., Tempo R.* Robust control of uncertain systems: Classical results and recent developments, *Automatica*. Elsevier Ltd, 2014, Vol. 50, Issue 5, pp. 1315-1335.
9. *Dzhuri E.I.* Robastnost' diskretnykh sistem. Obzor [Robustness of discrete systems. Overview], *Avtomatika i telemekhanika [Automation and Remote Control]*, 1990, No 5, pp. 3-28.

10. *Kharitonov V.L.* Robust stability analysis of time delay systems: A survey, *Annual Reviews in Control. Elsevier Science Ltd*, 1999, Vol. 23, pp. 185-196.
11. *Суркин Я. З., Полjak B. Т.* Robustnaya ustoychivost' lineynykh system [Robust stability of linear systems], *Itogi nauki i tekhniki. Tehnicheskaya kibernetika* [The results of science and technology. Technical cybernetics]. Moscow: VINITI, 1991, Vol. 32, pp. 3-13.
12. *Kharitonov V.L.* Asimptoticheskaya ustoychivost' semeystva sistem lineynykh differentsial'nykh uravneniy [Asymptotic stability of a systems family of linear differential equations], *Differentsial'nye uravneniya* [Differential equations], 1978, Vol. 14, No 11, pp. 2086-2088.
13. *Barmish B.R., Shi Z.* Robust stability of perturbed systems with time delays, *Automatica*, 1989, Vol. 25, No. 3, pp. 371-381.
14. *Polyak B.T., Tsyupkin Ja.Z.* Chastotnye kriterii robastnoy ustoychivosti i aperiodichnosti lineynykh system [Frequency criteria for robust stability and aperiodicity of linear systems]m *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1990, No 9, pp. 45-54.
15. *Podlesnyj V.N., Rubanov V.G.* Prostoy chastotnyy kriteriy robastnoy ustoychivosti odnogo klassa lineynykh interval'nykh dinamicheskikh sistem s zapazdyvaniem [Simple frequency criterion for robust stability of a class of linear interval dynamic systems with time-delay], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1996, No 9, pp. 131-139.
16. *Zotov M.G.* O chastotnykh kriteriyah ustoychivosti [About frequency stability criterions], *Avtomatizatsiya. Sovremennye tekhnologii* [Automation. Modern technologies], 2016, No. 2, pp. 25-28.
17. *Mamatov A.V., Podlesnyy V.N., Rubanov V.G.* Obobshchenny kriteriy robastnoy modal'nosti lineynykh sistem s ellepticheskoy neopredelennost'yu parametrov [The generalized criteria of robust modality of linear systems with ellipticheskoi uncertainty of parameters], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1999, No. 2, pp. 83-94.
18. *Ullrich G.* Automated Guided Vehicle Systems. A Primer with Practical Applications. Berlin: Springer, 2015, 227 p.
19. *Rubanov V.G., Kizhuk A.S.* Mobil'nye mikroprocessornye sistemy avtomatizatsii transportno-skladskikh operatsiy. Mobil'nye robototekhnicheskie sistemy: monografiya [Mobile microprocessor systems of automation of transport and warehousing operations. Mobile robotic systems: monograph]. Belgorod: BGTU n.a. V.G. Shukhov, 2011, 289 p.
20. *Gryazina E.M., Poljak B.T., Tremba A.A.* Sintez regulyatorov nizkogo poryadka po kriteriyu H_{∞} : parametricheskii podkhod [Synthesis of low order regulators by criterion H_{∞} : parametric approach], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 2007, No. 3, pp. 93-105.

Статью рекомендовал к опубликованию к.т.н. В.В. Ломакин.

Рыбин Илья Александрович – Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова; e-mail: intiret@gmail.com; 308012, Белгородская обл., г. Белгород, ул. Костюкова, 46; тел.: +79192801581; кафедра технической кибернетики; старший преподаватель.

Рубанов Василий Григорьевич – e-mail: vgrubanov@gmail.com; тел.: +79092011642; кафедра технической кибернетики; д.т.н.; профессор

Rybin Ilya Aleksandrovich – Belgorod State Technological University named after V.G. Shoukhov; e-mail: intiret@gmail.com; 46, Kostyukova street, Belgorod, 308012, Russia; the department of technical cybernetics; phone: +79192801581; senior lecturer.

Rubanov Vasilii Grigorevich – e-mail: vgrubanov@gmail.com; the department of technical cybernetics; phone: +79092011642; dr. of eng. sc.; professor.