

26. Tarasov S.P., Soldatov G.V., Pivnev P.P., Esipov I.B., Ovchinnikov O.B., Popov O.E., Kenigsberger G.V. Parametricheskaya antenna dlya gidrofizicheskikh issledovaniy na protyazhennykh trassakh [Parametric antenna for hydrophysical researches on extended lines], *Trudy XIII Vserossiyskoy konferentsii «Prikladnye tekhnologii gidroakustiki i gidrofiziki* [Proceedings of XIII all-Russian conference "Applied technologies of hydroacoustics and Hydrophysics]. Saint-Petersburg, 2016, pp. 92-94.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. В.И. Каевицер.

Тарасов Сергей Павлович – Южный федеральный университет; e-mail: tsp-47@mail.ru; 347922, пер. Некрасовский, 44; тел./факс: 88634361126; д.т.н.; профессор; заведующий кафедрой электрогидроакустической и медицинской техники.

Tarasov Sergey Pavlovich – Southern Federal University; e-mail: tsp-47@mail.ru; 347922, Nekrasovskiy lane, 44; tel./fax: 88634361126; dr. of eng. sc.; professor, head of department electrohydroacoustical and medical technology.

УДК 581.1

DOI 10.23683/2311-3103-2017-8-50-62

И.А. Кипнис, Ю.М. Вернигоров

ВЛИЯНИЕ ЧИСЛА УРОВНЕЙ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ КАПИЛЛЯРНЫХ СИСТЕМАХ НА ПРОДВИЖЕНИЕ ВОДЫ

Анализ математической модели продвижения воды в многоуровневом криволинейном капилляре показывает, что в многоуровневых капиллярных системах с криволинейными боковыми капиллярами распределение воды в ветвях не одинаково. Наибольшее продвижение воды происходит в ветвях самого нижнего уровня. Абсолютная величина продвижения воды изменяется в зависимости от количества уровней в системе, расстояния между ними и параметров математической функции, описывающей кривизну ветви капилляра. В многоуровневых криволинейных капиллярах уменьшение расстояния между уровнями приводит к увеличению продвижения воды в каждой из криволинейных боковых ветвей. В вертикальном капилляре многоуровневой системы криволинейных капилляров наличие боковых ветвей приводит к увеличению подъема воды по сравнению с одиночным вертикальным капилляром того же радиуса. Высота подъема воды в вертикальном капилляре системы при прочих равных условиях остается одинаковой независимо от вида боковых ветвей. В криволинейных капиллярных системах продвижение воды в капиллярах высших уровней относительно капилляра первого уровня больше по сравнению с прямолинейными капиллярами тех же уровней. Абсолютная величина продвижения воды в прямолинейных боковых ветвях зависит от угла их наклона к горизонтали, от количества уровней в системе и расстояния между ними. В криволинейных боковых ветвях абсолютная величина продвижения воды зависит от количества уровней в системе, расстояния между ними, и кривизны ветви. В рассмотренных многоуровневых капиллярных системах проявляется следующая, присущая всем рассмотренным капиллярным системам особенность распределения в них воды. Фигура, образованная при соединении воображаемой линией, связывающей между собой водные мениски в капиллярных ветвях и в вертикальном капилляре, напоминает специфическую форму дерева или листа. Это подтверждает предположение о том, что своей специфической формой растения обязаны наличию в них капиллярных систем.

Многоуровневый криволинейный капилляр; ветвь, ксилема; транспирация; растение; модель.

I.A. Kipnis, Yu.M. Vernigorov

THE INFLUENCE OF THE NUMBER OF LEVELS IN A CURVED CAPILLARY SYSTEMS ON THE WATER MOVEMENT

Analysis of a mathematical model of water movement in a multi-tiered curvilinear capillary shows that in the multilevel capillary systems with curvilinear lateral capillary the water distribution in the branches is not the same. The greatest movement occurs in the lowest level branches. The absolute value of the water movement changes depending on the number of levels in the system, the distance between them and parameters of a mathematical function which describes the curvature of the branches capillary. In multi-tiered curvilinear capillaries a decrease in the distance between the levels leads to an increase in water movement in each of the curved lateral branches. In a vertical capillary multilevel system of curved capillaries, the presence of side branches leads to increased recovery of water compared with a single vertical capillary of the same radius. The height of water rise in a vertical capillary system, ceteris paribus remains the same regardless of the side branches. In curved capillary systems, the movement of water in the capillaries of the higher levels relative to the first capillary having leveraged is greater as compared to the straight capillaries of the same levels. The absolute value of the water movement in the rectilinear lateral branches depends on the angle of inclination to the horizontal, the number of levels in the system and the distance between them, curved side branches, the absolute amount of promotion of water depends on the number of levels in the system, the distance between them, and curvature of the branch. In the considered layered capillary systems manifested is the following, common to all considered capillary systems feature of water distribution. A figure, formed by connecting an imaginary line connecting the water meniscus in the capillary branches, and in a vertical capillary, resembles a specific form of wood or leaf. This confirms the assumption that plants have their specific form owing to the presence of capillary systems.

Multilevel curvilinear capillary; branch; xylem; transpiration; plant; model.

Введение. Из литературных источников виден неослабевающий интерес к изучению процесса продвижения и распределения воды в растениях, как в теоретическом плане, например [1–4], так и экспериментальном [5–14]. Позволяя изучить отдельные закономерности, эксперимент [6, 8, 9, 11–14], не показывает связи этого процесса с анатомическим, описанным в литературных источниках [15–18] и архитектурным строением растений, В [2–4, 19] выявлен механизм подъема и распределения воды в ветвящихся [2] и в вертикальных [3] капиллярных системах с прямолинейными капиллярами. В [2] и [4] показано наличие связи между специфическим габитусом растений и строением их ветвящейся капиллярной системы. В [20] установлено, что в капиллярных ветвях вида $y = k x^n$ распределение воды в криволинейных ветвях и вертикальном капилляре аналогично, полученному в [2]. Отличие состоит в том, что при прочих равных условиях величина продвижения (а, следовательно, и объем воды) в криволинейных капиллярах всегда больше, чем в прямолинейных.

Цель работы. Изучение влияния числа уровней в криволинейных капиллярных системах на величину подъема и продвижения в них воды.

Основная часть. В [4] рассмотрено продвижение воды в капиллярной системе, имеющей криволинейные ветви более высокого уровня, которые, как и ветви первого уровня, описываются уравнением $f(x) = h = k x^n$.

Для простоты положим, что радиусы всех капилляров равны r , расстояние между ветвями первого и последующих ярусов равно h_1 .

Примем следующие обозначения для величин L , h и θ :

- ♦ верхний индекс указывает общее количество уровней боковых ветвей в рассматриваемой модели, а нижний указывает номер уровня, к которому относится рассматриваемая величина;

- ♦ дуга над L , h показывает, что рассматриваемая величина относится к криволинейной капиллярной системе;
- ♦ введем величину k_1 , которую определим как $h_1 = k_1 h$, $0 \leq k_1 \leq 1$;
- ♦ примем масштабную единицу вдоль координатных осей x и y равной h .

Соотношения для величины продвижения воды в криволинейных капиллярах и высоты ее подъема в вертикальной ветви, например для пятиуровневой системы принимают [4] следующий вид:

$$\check{L}_{1(пр/лв)}^{(5)} = (h - \frac{1}{11} h_1) / (1 - \cos \arctg[kn(\sqrt{\frac{h - \frac{1}{11} h_1}{k}})^{n-1}]) \quad (1)$$

$$\check{L}_{2(пр/лв)}^{(5)} = (h - (\frac{1}{9} + \frac{1}{11}) h_1) / (1 - \cos \arctg[kn(\sqrt{\frac{h - (\frac{1}{9} + \frac{1}{11}) h_1}{k}})^{n-1}]) \quad (2)$$

$$\check{L}_{3(пр/лв)}^{(5)} = (h - (\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}) h_1) / (1 - \cos \arctg[kn(\sqrt{\frac{h - (\frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}) h_1}{k}})^{n-1}]) \quad (3)$$

$$\check{L}_{4(пр/лв)}^{(5)} = (h - (\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}) h_1) / (1 - \cos \arctg[kn(\sqrt{\frac{h - (\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}) h_1}{k}})^{n-1}]) \quad (4)$$

$$\check{L}_{5(пр/лв)}^{(5)} = (h - (\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}) h_1) / (1 - \cos \arctg[kn(\sqrt{\frac{h - (\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}) h_1}{k}})^{n-1}]) \quad (5)$$

$$\check{h}_{5об}^{(5)} = h + (5 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} - \frac{1}{9} - \frac{1}{11}) h_1 \quad (6)$$

а общие выражения для криволинейной капиллярной системы из (M) уровней могут быть записаны в виде

$$\check{L}_{m(пр/лв)}^{(M)} = (h - h_1 \sum_{m=1}^M \frac{1}{2m+1}) / (1 - \cos \arctg[kn(\sqrt{\frac{h - h_1 \sum_{m=1}^M \frac{1}{2m+1}}{k}})^{n-1}]) \quad (7)$$

$$\check{h}_{mоб}^{(M)} = h + (M) h_1 - h_1 \sum_{m=1}^M \frac{1}{2m+1} \quad (8)$$

где M – количество уровней в капиллярной системе; m – номер уровня.

Отсчет уровней в (7) и (8) следует вести вниз, начиная с верхнего уровня M .

Результаты расчета $\check{L}_{m(пр)}^{(M)} / \check{L}_{1(пр)}^{(M)}$ представлены в табл. 1. В этой же таблице в скобках для сравнения приведены величины продвижения воды (в относительных единицах) в прямолинейных наклонных капиллярных ветвях с равным количеством уровней [2].

Анализ полученных результатов показывает следующее. Как и в случае с прямолинейными капиллярами, наибольшее продвижение воды происходит в криволинейных капиллярах нижнего уровня. По мере увеличения номера уровня и количества уровней в капиллярной системе величина продвижения воды в криволинейных капиллярах каждого следующего уровня уменьшается. Увеличение вертикальных промежутков между уровнями также приводит к уменьшению продвижения воды в криволинейных ветвях. Общим для прямолинейных и криволинейных капилляров является то, что линия, соединяющая водяные мениски в боковых ветвях и вертикальном капилляре, образует фигуру, напоминающую форму кроны дерева или листа. Отличие в полученных фигурах состоит в том, что в криволинейных капиллярных системах продвижение воды в капиллярах высших уровней относительно капилляра.

Таблица 1

Относительное продвижение воды в многоуровневой капиллярной системе и высота подъема воды в вертикальном капилляре

$\tilde{L}_{m(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(M)}$	k_1				
$\tilde{h}_{тоб}^{(M)}$	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8
двухуровневая система					
$\tilde{L}_{2(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(2)}$	0,94 (0,92)	0,90 (0,83)	0,87 (0,78)	0,84 (0,73)	0,72 (0,62)
$\tilde{h}_{2об}^{(2)}$	1,29 (1,30)	1,59 (1,59)	1,72 (1,73)	1,87 (1,88)	2,16 (2,18)
трехуровневая система					
$\tilde{L}_{2(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(3)}$	0,97	0,94	0,91	0,90	0,89
$\tilde{L}_{3(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(3)}$	0,92	0,85	0,81	0,76	0,67
$\tilde{h}_{3об}^{(3)}$	1,46	1,93	2,16	2,39	2,86
четырёхуровневая система					
$\tilde{L}_{2(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(4)}$	0,98 (0,97)	0,96 (0,96)	0,95 (0,92)	0,93 (0,91)	0,92 (0,87)
$\tilde{L}_{3(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(4)}$	0,95 (0,93)	0,90 (0,86)	0,88 (0,82)	0,85 (0,78)	0,82 (0,70)
$\tilde{L}_{4(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(4)}$	0,89 (0,86)	0,81 (0,71)	0,76 (0,63)	0,70 (0,56)	0,60 (0,40)
$\tilde{h}_{4об}^{(4)}$	1,64 (1,64)	2,28 (2,28)	2,6 (2,61)	2,92 (2,92)	3,57 (3,56)
пятиуровневая система					
$\tilde{L}_{2(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(5)}$	0,99 (0,98)	0,97 (0,95)	0,96 (0,94)	0,95 (0,93)	0,94 (0,90)
$\tilde{L}_{3(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(5)}$	0,97 (0,95)	0,93 (0,90)	0,91 (0,87)	0,89 (0,84)	0,85 (0,78)
$\tilde{L}_{4(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(5)}$	0,94 (0,90)	0,87 (0,81)	0,84 (0,76)	0,81 (0,71)	0,73 (0,61)
$\tilde{L}_{m(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(5)}$	0,89 (0,84)	0,77 (0,67)	0,72 (0,58)	0,66 (0,50)	0,53 (0,32)
$\tilde{h}_{5об}^{(5)}$	1,82 (1,82)	2,65 (2,65)	3,06 (3,06)	3,47 (3,47)	4,3 (4,3)

первого уровня больше по сравнению с прямолинейными капиллярами тех же уровней. Так, если $\tilde{L}_{2(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(2)}$ в двухуровневой криволинейной капиллярной системе при изменении k_1 от 0,2 до 0,8 (таблица 1) уменьшается от 0,94 до 0,72, то для прямолинейного капилляра уменьшение будет от 0,92 до 0,62. Для пятого уровня изменения $\tilde{L}_{m(пр)}/\tilde{L}_{1(пр)}^{(5)}$ составят от 0,89 до 0,53 в криволинейной и от 0,84 до 0,32 в прямолинейной боковых ветвях. Следует также отметить, что по

мере увеличения количества уровней в системе разница в величине продвижения воды в нижних уровнях криволинейного и прямолинейного капилляров уменьшается. Так, если в двухуровневой системе продвижение воды при $k_1 = 0,2$ эта разница равна 0,02, то в пятиуровневой эта разница равна 0,01. При $k_1 = 0,8$ эта разность составляет 0,1 и 0,04 соответственно для двухуровневой и пятиуровневой систем.

Высоты подъема воды в вертикальном капилляре во всех случаях одинаковы для криволинейных и прямолинейных капиллярных систем одинаковых уровней.

Полученные результаты относятся к случаю, когда в уравнении (7) $n=2$, $k = 1$. Рассмотрим, как будет изменяться продвижение воды в криволинейных капиллярных системах при изменении величины k .

В качестве примера выберем двух- и пятиуровневую системы, и зададим величины k равными: 0,2; 0,5; 1; 3; 5. Поскольку k в (7) входит в аргумент арктангенса определим значения величины $\theta_m^{(M)}$ для каждого из значений k при $n=2$ и k_1 , принимающим значения указанные в табл. 1. В табл. 2 и 3 представлены результаты такого расчета соответственно для двух- и пятиуровневой капиллярных систем.

Из данных этих таблиц следует, что для каждого значения k угол наклона касательной к водному мениску капилляра первого уровня в двухуровневой системе изменяется незначительно во всем диапазоне изменения k_1 . По мере увеличения k угол наклона касательной увеличивается, что свидетельствует об увеличении продвижения воды в ветвях первого уровня. Аналогичная картина имеет место и в ветвях второго уровня. Но в ветвях второго уровня угол наклона касательной при прочих равных условиях уменьшается. Это означает, что продвижение воды в этих ветвях уменьшается.

Таблица 2

Угол наклона касательной к мениску в двухуровневой системе

Номер уровня	k	k_1				
		0,2	0,4	0,5	0,6	0,8
1	0,2	41°18'	40°30'	40°18'	40°0'	39°18'
	0,5	54°6'	53°36'	53°18'	53°0'	52°18'
	1,0	63°0'	62°30'	62°17'	61°54'	61°24'
	3,0	74°36'	73°54'	73°06'	73°0'	72°30'
	5,0	77°9'	76°52'	76°44'	76°35'	76°17'
2	0,2	40°12'	38°18'	37°18'	36°08'	33°42'
	0,5	53°6'	51°18'	50°18'	48°6'	46°30'
	1,0	62°6'	60°30'	59°36'	58°30'	56°18'
	3,0	73°0'	71°54'	71°18'	70°36'	68°14'
	5,0	76°40'	75°42'	75°18'	74°42'	73°24'

Точно также происходит в пятиуровневой системе: в каждом вышележащем уровне продвижение воды в его ветвях уменьшается по сравнению с нижележащими уровнями. Увеличение абсолютной величины угла с увеличением k связано с тем, что k , являясь фокусом параболы, определяет крутизну подъема ее ветвей.

Определим величину продвижения воды в криволинейных ветвях капиллярных систем разных уровней и их отношение к продвижению воды в первой нижней криволинейной ветви для разных значений k и k_1 . Для изучения такой зависимости воспользуемся результатами анализа данных таблиц 2 и 3. Аналогичность протекающих процессов при продвижении воды в рассмотренных капиллярных системах позволяет заключить, что для решения поставленной задачи, возможно сузить диапазон значений k , задав его равным 0,2; 1 и 5, а k_1 равными 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 и оставив без изменений $n = 2$. Кроме того, для понимания процесса продвижения воды в криволинейных капиллярах достаточно рассмотреть только двух- и пятиуровневую системы.

Таблица 3

Угол наклона касательной к мениску в пятиуровневом капилляре

Номер уровня	k	k_1				
		0,2	0,4	0,5	0,6	0,8
1	0,2	41° 6'	41° 18'	41° 15'	41° 0'	40° 48'
	0,5	54° 30'	54° 12'	54° 6'	54° 0'	52° 48'
	1,0	63° 12'	63° 0'	62° 54'	62° 48'	62° 36'
	3,0	74° 0'	73° 36'	73° 30'	73° 24'	73° 18'
	5,0	77° 19'	77° 10'	77° 7'	77° 3'	76° 57'
2	0,2	41° 12'	40° 57'	40° 18'	40° 0'	39° 18'
	0,5	54° 12'	53° 36'	53° 18'	53° 0'	52° 24'
	1,0	62° 54'	62° 24'	62° 12'	61° 54'	61° 24'
	3,0	73° 18'	72° 42'	72° 24'	72° 0'	71° 12'
	5,0	76° 57'	76° 29'	76° 12'	75° 54'	75° 18'
3	0,2	40° 48'	39° 42'	39° 12'	38° 30'	37° 18'
	0,5	53° 42'	52° 42'	52° 6'	51° 30'	50° 18'
	1,0	62° 36'	61° 42'	61° 12'	60° 42'	59° 36'
	3,0	74° 36'	72° 42'	72° 24'	72° 0'	71° 12'
	5,0	76° 54'	76° 29'	76° 13'	75° 54'	75° 18'
4	0,2	40° 12'	38° 24'	37° 24'	36° 18'	33° 54'
	0,5	53° 12'	51° 18'	50° 12'	49° 12'	46° 42'
	1,0	62° 6'	60° 30'	59° 36'	58° 42'	56° 24'
	3,0	73° 0'	71° 54'	71° 12'	70° 36'	69° 0'
	5,0	76° 40'	75° 42'	75° 18'	74° 48'	73° 24'
5	0,2	39° 6'	35° 48'	33° 54'	31° 36'	26° 0'
	0,5	52° 6'	48° 42'	46° 36'	44° 12'	37° 30'
	1,0	61° 12'	58° 12'	56° 18'	54° 0'	47° 24'
	3,0	72° 24'	70° 18'	68° 54'	67° 12'	62° 6'
	5,0	76° 10'	74° 30'	73° 24'	72° 0'	67° 48'

С учетом этого:
для двухуровневой системы

$$\tilde{L}_{1(пр)}^{(2)} = \tilde{L}_{1(лв)}^{(2)} = (1 - 0,2 k_1) / (1 - \cos \arctg (2k \sqrt{\frac{1-0,2 k_1}{k}})) \quad (8)$$

$$\tilde{L}_{2(пр)}^{(2)} = \tilde{L}_{2(лв)}^{(2)} = (1 - 0,554 k_1) / (1 - \cos \arctg (2k \sqrt{\frac{1-0,554 k_1}{k}})) \quad (9)$$

для пятиуровневой системы

$$\tilde{L}_{1(пр)}^{(5)} = \tilde{L}_{1(лв)}^{(5)} = (1 - 0,091 k_1) / (1 - \cos \arctg (2k \sqrt{\frac{1 - 0,091 k_1}{k}})) \quad (10)$$

$$\tilde{L}_{2(пр)}^{(5)} = \tilde{L}_{2(лв)}^{(5)} = (1 - 0,203 k_1) / (1 - \cos \arctg (2k \sqrt{\frac{1 - 0,203 k_1}{k}})) \quad (11)$$

$$\tilde{L}_{3(пр)}^{(5)} = \tilde{L}_{3(лв)}^{(5)} = (1 - 0,346 k_1) / (1 - \cos \arctg (2k \sqrt{\frac{1 - 0,346 k_1}{k}})) \quad (12)$$

$$\tilde{L}_{4(пр)}^{(5)} = \tilde{L}_{4(лв)}^{(5)} = (1 - 0,546 k_1) / (1 - \cos \arctg (2k \sqrt{\frac{1 - 0,546 k_1}{k}})) \quad (13)$$

$$\tilde{L}_{5(пр)}^{(5)} = \tilde{L}_{5(лв)}^{(5)} = (1 - 0,88 k_1) / (1 - \cos \arctg (2k \sqrt{\frac{1 - 0,88 k_1}{k}})) \quad (14)$$

Результаты расчета, представленные в таблице 4, показывают, что продвижение воды в ветвях первых уровней больше, чем в ветвях последующих уровней. По мере увеличения количества уровней в каждом последующем уровне продвижение воды меньше, чем в предыдущем во всем диапазоне изменения k . С увеличением количества уровней в системе величины продвижения воды в первых двух уровнях при $k < 1$ незначительно отличаются во всем диапазоне изменения k_1 . При $k > 1$ продвижение воды в каждой последующей ветви при прочих равных условиях увеличивается. Так, например, при $k = 5$, $k_1 = 0,4$ продвижение воды в капиллярах четвертого уровня составляет 0,839 величины капилляра первого уровня, а для пятого уровня уже 0,714.

Для этих же уровней при $k = 5$, $k_1 = 0,6$ продвижения воды равны соответственно 0,74 и 0,5. Как следует из таблицы 4 величины относительного продвижения воды в случае прямолинейных ветвей (..) во всех случаях меньше, чем в криволинейных.

Рассмотрим, как будет изменяться продвижение воды в ветвях разных уровней в зависимости от величины n при значениях равных 3, 4, 5. Как и выше будем рассматривать двух- и пятиуровневую систему. При этом примем, что $k = 1$, а k_1 как в табл. 4. В этом случае с учетом (7) уравнения продвижения воды примут вид:

Таблица 4

Относительное продвижение воды в капиллярах при разных значениях k в аппроксимирующем уравнении и $n = 2$

$\tilde{L}_{m(пр)}^{(M)} / \tilde{L}_{1(пр)}^{(M)}$	k	k_1			
		0,2	0,4	0,6	0,8
двухуровневая система					
$\tilde{L}_{2(пр)}^{(2)} / \tilde{L}_{1(пр)}^{(2)}$	0,2	0,98	0,94	0,92	0,89
	1,0	0,95	0,90	0,84	0,72
	5,0	0,94	0,87	0,79	0,71
	(..)	0,92	0,83	0,73	0,62
пятиуровневая система					
$\tilde{L}_{2(пр)}^{(5)} / \tilde{L}_{1(пр)}^{(5)}$	0,2	0,99(5)	0,97	0,97	0,97
	1,0	0,99	0,97	0,95	0,94
	5,0	0,98(5)	0,96(8)	0,95(2)	0,94(5)
	(..)	(0,98)	(0,95)	(0,93)	(0,90)

$\check{L}_{3(пр)}^{(5)}/\check{L}_{1(пр)}^{(5)}$	0,2	0,98	0,96	0,94	0,92
	1,0	0,97	0,93	0,89	0,85
	5,0	0,967	0,91	0,87	0,84
	(..)	(0,95)	(0,90)	(0,84)	(0,78)
$\check{L}_{4(пр)}^{(5)}/\check{L}_{1(пр)}^{(5)}$	0,2	0,97	0,93	0,90	0,80
	1,0	0,94	0,87	0,81	0,73
	5,0	0,92	0,84	0,75	0,61
	(..)	(0,90)	(0,81)	(0,71)	(0,61)
$\check{L}_{5(пр)}^{(5)}/\check{L}_{1(пр)}^{(5)}$	0,2	0,94	0,88	0,82	0,67
	1,0	0,89	0,77	0,66	0,53
	5,0	0,86	0,71	0,52	0,40
	(..)	(0,84)	(0,67)	(0,50)	(0,32)

для двухуровневой системы

$$\check{L}_{1(пр)}^{(2)} = \check{L}_{1(лв)}^{(2)} = (1 - 0,2k_1) / (1 - \cos \arctg [n(\sqrt{1 - 0,2k_1})^{n-1}]) \quad (15)$$

$$\check{L}_{2(пр)}^{(2)} = \check{L}_{2(лв)}^{(2)} = (1 - 0,554k_1) / (1 - \cos \arctg [n(\sqrt{1 - 0,554k_1})^{n-1}]) \quad (16)$$

для пятиуровневой системы

$$\check{L}_{1(пр)}^{(5)} = \check{L}_{1(лв)}^{(5)} = (1 - 0,091k_1) / (1 - \cos \arctg [n(\sqrt{1 - 0,091k_1})^{n-1}]) \quad (17)$$

$$\check{L}_{2(пр)}^{(5)} = \check{L}_{2(лв)}^{(5)} = (1 - 0,203k_1) / (1 - \cos \arctg [n(\sqrt{1 - 0,203k_1})^{n-1}]) \quad (18)$$

$$\check{L}_{3(пр)}^{(5)} = \check{L}_{3(лв)}^{(5)} = (1 - 0,346k_1) / (1 - \cos \arctg [n(\sqrt{1 - 0,346k_1})^{n-1}]) \quad (19)$$

$$\check{L}_{4(пр)}^{(5)} = \check{L}_{4(лв)}^{(5)} = (1 - 0,546k_1) / (1 - \cos \arctg [n(\sqrt{1 - 0,546k_1})^{n-1}]) \quad (20)$$

$$\check{L}_{5(пр)}^{(5)} = \check{L}_{5(лв)}^{(5)} = (1 - 0,88k_1) / (1 - \cos \arctg [n(\sqrt{1 - 0,88k_1})^{n-1}]) \quad (21)$$

Результаты расчетов, представленных в табл. 5 для двухуровневой системы показывают, что с увеличением n отношение $\check{L}_{2(пр)}^{(2)}/\check{L}_{1(пр)}^{(2)}$ уменьшается во всем диапазоне изменения k_1 . Но наибольших изменений величина этого отношения достигает при $k_1 = 0,8$. Однако, величины этого отношения всегда остаются большими, чем для аналогичных систем с прямолинейными капиллярами. Аналогичный результат имеет место и для каждого из уровней пятиуровневой системы. При этом величина $\check{L}_{m(пр)}^{(5)}/\check{L}_{1(пр)}^{(5)}$ для каждого более высокого уровня при прочих равных условиях меньше, чем для предыдущего. Но наименьшие значения указанного отношения получены для $\check{L}_{m(пр)}^{(5)}/\check{L}_{1(пр)}^{(5)}$ при $n=6$ и $k_1 = 0,8$. Интерпретация полученных результатов состоит в следующем: силы поверхностного натяжения в капиллярах каждого последующего уровня поддерживают больший объем водяного столба в вертикальном капилляре. Это приводит к уменьшению продвижения воды в боковых ветвях этого уровня.

Таблица 5

**Относительное продвижение воды в капиллярах при разных значениях k_1
в аппроксимирующем уравнении**

$\tilde{L}_{m(\text{пр})}^{(M)} / \tilde{L}_{1(\text{пр})}^{(M)}$	№ уровня	n	k_1			
			0,2	0,4	0,6	0,8
двухуровневая система						
$\tilde{L}_{2(\text{пр})}^{(2)} / \tilde{L}_{1(\text{пр})}^{(2)}$	2	2	0,948	0,90	0,84	0,75
		3	0,946	0,88	0,83	0,74
		4	0,940	0,87	0,80	0,72
		6	0,937	0,83	0,78	0,70
пятиуровневая система						
$\tilde{L}_{2(\text{пр})}^{(5)} / \tilde{L}_{1(\text{пр})}^{(5)}$	2	2	0,990	0,976	0,954	0,94
		3	0,984	0,970	0,944	0,93
		4	0,982	0,961	0,940	0,92
		6	0,980	0,958	0,935	0,90
$\tilde{L}_{3(\text{пр})}^{(5)} / \tilde{L}_{1(\text{пр})}^{(5)}$	3	2	0,973	0,934	0,893	0,85
		3	0,968	0,928	0,885	0,84
		4	0,956	0,919	0,877	0,83
		6	0,950	0,902	0,865	0,72
$\tilde{L}_{4(\text{пр})}^{(5)} / \tilde{L}_{1(\text{пр})}^{(5)}$	4	2	0,941	0,874	0,813	0,73
		3	0,938	0,870	0,795	0,69
		4	0,928	0,864	0,781	0,67
		6	0,920	0,842	0,771	0,63
$\tilde{L}_{5(\text{пр})}^{(5)} / \tilde{L}_{1(\text{пр})}^{(5)}$	5	2	0,890	0,770	0,662	0,59
		3	0,863	0,765	0,648	0,54
		4	0,854	0,751	0,624	0,50
		6	0,946	0,744	0,589	0,44

Проведенное изучение относительных величин продвижения воды в капиллярах разных уровней не дает возможности судить о изменении их абсолютных величин, что также представляет интерес. Такое изменение абсолютных величин продвижения воды представлено в табл. 6. Из данных этой таблицы следует, что абсолютное продвижение воды в ветвях тем меньше, чем выше номер уровня и больше k_1 . В качестве примера рассмотрим, как изменяется абсолютная величина продвижения воды в ветвях пятиуровневой капиллярной системы при $k = 1$ и изменении параметров n и k_1 , как и табл. 5. Результаты расчета, выполненные по уравнениям (17)–(21), приведенные в табл. 7, показывают, что абсолютная величина продвижения воды в криволинейных капиллярных системах разных уровней не остается постоянной.

Результаты расчета (табл. 7) показывают, что угол наклона касательной к мениску к горизонтали уменьшается от уровня к уровню. Координата $x_m^{(5)}$ по мере увеличения номера уровня смещается к оси ординат, а координата $y_m^{(5)}$ увеличивается по мере роста номера уровня. Отношение величины продвижения воды в криволинейных ветвях к величине продвижения воды в ветви первого уровня больше, чем такое же отношение в аналогичной системе с прямолинейными капиллярами. То есть криволинейные ветви по абсолютной величине длиннее при прочих равных условиях и, следовательно, содержат больший объем воды. Полученный результат свидетельствует о том, что, как и в случае прямолинейных ка-

пиляров, форма получающейся фигуры при последовательном соединении менисков уровней между собой и мениском в вертикальном капилляре также будет напоминать форму дерева или листа.

Таблица 6

Абсолютная величина продвижения воды в ветвях при $M=2$ и $M=5$

$\tilde{L}_{m(\text{np})}^{(M)}$	m	n	k_1			
			0,2	0,4	0,6	0,8
двухуровневая система						
$\tilde{L}_{1(\text{np})}^{(2)}$	1	1				
		2	1,76	1,71	1,66	1,61
		3	1,42	1,38	1,35	1,30
		4	1,27	1,23	1,18	1,14
		6	1,15	1,12	1,08	1,04
$\tilde{L}_{2(\text{np})}^{(2)}$	2	1				
		2	1,67	1,53	1,40	1,24
		3	1,34	1,23	1,11	0,95
		4	1,19	1,03	0,94	0,90
		6	1,08	0,93	0,85	0,73
пятиуровневая система						
$\tilde{L}_{1(\text{np})}^{(5)}$	1	1				
		2	1,79	1,77	1,74	1,71
		3	1,74	1,43	1,41	1,39
		4	1,30	1,28	1,26	1,24
		6	1,18	1,16	1,14	1,13
$\tilde{L}_{2(\text{np})}^{(5)}$	2	1				
		2	1,76	1,71	1,66	1,61
		3	1,42	1,37	1,33	1,29
		4	1,28	1,24	1,20	1,16
		6	1,16	1,11	1,07	1,03
$\tilde{L}_{3(\text{np})}^{(5)}$	3	1				
		2	1,72	1,65	1,53	1,46
		3	1,39	1,32	1,24	1,17
		4	1,25	1,18	1,11	1,04
		6	1,12	1,06	0,99	0,82
$\tilde{L}_{4(\text{np})}^{(5)}$	4	1				
		2	1,67	1,54	1,41	1,26
		3	1,34	1,23	1,12	0,96
		4	1,21	1,12	0,99	0,84
		6	1,08	0,98	0,90	0,72
$\tilde{L}_{5(\text{np})}^{(5)}$	5	1				
		2	1,59	1,37	1,14	0,91
		3	1,24	1,09	0,91	0,76
		4	1,14	0,96	0,79	0,63
		6	1,02	0,89	0,67	0,51

Таблица 7

**Координаты продвижения воды и угол наклона касательной к мениску
в пятиуровневом капилляре**

m	1	2	3	4	5
$x_m^{(5)}$	0,99	0,98	0,96	0,87	0,82
$y_m^{(5)}$	1,18	1,36	1,53	1,69	1,82
$\theta_m^{(5)}$	$63^{\circ}12'$	63°	$62^{\circ}36'$	$62^{\circ}12'$	61°
$\tilde{L}_{(m)}^{(5)} / \tilde{L}_{1(пр)}^{(5)}$	1,00	0,986	0,96	0,93	0,89
$L_{(m)}^{(5)} / L_{(1)}^{(5)}$	1,00	0,983	0,95	0,90	0,84

Выводы. Рассмотренные модели продвижения воды в многоуровневых капиллярных системах с одинаковым радиусом капилляров и с попарно-симметрично расположенными относительно вертикального капилляра криволинейными боковыми ветвями позволяют сформулировать следующие основные выводы.

1. В многоуровневых капиллярных системах с криволинейными боковыми капиллярами распределение воды в ветвях не одинаково. Наибольшее продвижение воды происходит в ветвях самого нижнего уровня.

2. Чем меньше расстояние между ветвями, тем больше продвигается вода в ветвях. Но при этом в каждом последующем уровне продвижение воды всегда меньше чем в предыдущем. Увеличение M приводит к увеличению продвижения воды в капиллярах равных уровней с меньшим M . Так при $M = 5$ величины продвижения воды в первом уровне в пятиуровневой системе больше чем в двухуровневой системе при всех значениях n и k_1 .

3. Абсолютная величина продвижения воды в прямолинейных и криволинейных боковых ветвях изменяется в зависимости:

- ◆ для прямолинейных боковых ветвей от угла их наклона к горизонтали, от количества уровней в системе и расстояния между ними;
- ◆ для криволинейных боковых ветвей: от количества уровней в системе, расстояния между ними, и кривизны ветви.

4. В ветвящихся капиллярных системах при изменении n и k_1 происходит не только изменение соотношения продвижения воды в ветвях, но изменяются абсолютные их значения.

5. Наличие боковых ветвей приводит к увеличению высоты подъема в вертикальном капилляре многоуровневой ветвящейся системы по сравнению с высотой подъема воды в одиночном вертикальном капилляре равного радиуса. Высота подъема воды в вертикальном капилляре системы при прочих равных условиях остается одинаковой независимо от вида боковых ветвей.

6. Во всех рассмотренных многоуровневых капиллярных системах проявляется следующая особенность распределения в них воды. Фигура, образованная при соединении воображаемой линией, связывающей между собой водные мениски в капиллярных ветвях и в вертикальном капилляре, напоминает специфическую форму дерева или листа. Это подтверждает предположение о том, что своей специфической формой растения обязаны наличию в них капиллярных систем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Harvay B.R.* The theory of rise of sap in trees: Some historical and conceptual remarks // *Physicisn Perspective*. – 2013. – Vol. 15. – P. 320-358.
2. *Вернигорюв Ю.М., Кипнис И.А.* Математическое моделирование распределения жидкости в ветвящихся капиллярных системах // *Вестник Донского гос. техн. ун-та*. – 2010. – Т. 10, № 8 (51). – С. 1195-1206.

3. *Вернигоров Ю.М., Кипнис И.А.* Капиллярная модель древесных стволов // Вестник Донского гос. техн. ун-та. – 2012. – № 6 (67). – С. 24-40.
4. *Кипнис И.А., Вернигоров Ю.М.* Капиллярная модель габитуса растений // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 9 (146). – С. 250-255.
5. *Кузнецов Вл.В., Дмитриева Г.А.* Физиология растений. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая шк., 2006. – 742 с.
6. *Якушкина Н.И., Бахтенко Е.Ю.* Физиология растений. – М.: Гуманитарный изд. Центр ВЛАДОС, 2005. – 460 с.
7. Теория и методы физики почв: коллективная монография / под ред. Е.И. Шеина и Л.О. Карпачевского. – М.: Гриф и К, 2007. – 616 с.
8. *Шейн Е.В., Гончаров В.М.* Агрофизика. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2006. – 400 с.
9. *Borghetty M., Grace J., Raschi A.* Water transport in plant under climatic stress. – Cambridge University Press, Cambridge, 1993. – 300 p.
10. *Pfautsch S., Renard J., Tjoelker M.G., Salih A.* Phloem as Capacitors: Radial Transfer of water into xylem of Trees Stems Occurs Via Simplastice Transport in Ray Parenchima // Plant Physiology. – March 2015. – Vol. 167, № 3. – P. 963-971.
11. *Nicolova P.S., Blaschke H., Matyssek R., Pretzsch H., Seifert T.* Combined application of computer tomography and light microscopy for analysis of condition xylem area in coarse root of European beech and Norway spruce // Eur. J. Forest Res. – 2009. – Vol. 128. – P. 145-153.
12. *Жиренко Н.Г.* Изучение сокодвижения в стволе дуба черешчатого термoeлектрическим методом // Лесоведение. – 1994. – № 6. – С. 46-52.
13. *Жиренко Н.Г.* Оценка некоторых параметров водопроводящей системы дуба черешчатого // Исследования естественных экосистем Прихоперья и сопредельных территорий (флора, фауна, экология, физиология). Вып. 6. – Борисоглебск, 2010. – С. 34-36.
14. *Крамер П.Д., Козловски Т.Т.* Физиология древесных растений. – М.: Лесная промышленность, 1983. – 464 с.
15. *Лотова Л.И.* Ботаника. Морфология и анатомия высших растений. – 4-е изд. доп. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 512 с.
16. *Тимонин А.К.* Ботаника: в 4 т. Т. 3. Высшие растения: учебник для вузов. – М.: Изд. центр «Академия», 2007. – 352 с.
17. *Зитте П. [и др.].* Ботаника. Клеточная биология, анатомия, морфология. Т. 1: пер. с немецкого. – М.: Изд. центр «Академия», 2007. – 368 с.
18. *Уголев Б.Н.* Древесиноведение и лесное товароведение: учебник для студ. сред. проф. образования. – 3-е изд., стер. – М.: Изд. центр «Академия», 2010. – 272 с.
19. *Кипнис И.А., Вернигоров Ю.М.* Механизм продвижения воды в капиллярах ксилемы растений // Вестник Донского государственного технического университета. – 2014. – Т. 14, № 3 (78). – С. 78-88.
20. *Кипнис И.А., Вернигоров Ю.М.* Математическая модель подъема воды в простых криволинейных капиллярах // Вестник Донского государственного технического университета. – 2013. – № 5/6 (74). – С. 110-120.

REFERENCES

1. *Harvay B.R.* The theory of rise of sap in trees: Some historical and conceptual remarks, *Physicsin Perspective*, 2013, Vol. 15, pp. 320-358.
2. *Vernigorov Yu.M., Kipnis I.A.* Matematicheskoe modelirovanie raspredeleniya zhidkosti v vetvyashchikhsya kapillyarnykh sistemakh [Mathematical modeling of fluid distribution in branching capillary systems], *Vestnik Donskogo gos. tekhn. un-ta* [Bulletin of the Don State Technical University], 2010, Vol. 10, No. 8 (51), pp. 1195-1206.
3. *Vernigorov Yu.M., Kipnis I.A.* Kapillyarnaya model' drevesnykh stvolov [Capillary model tree trunks], *Vestnik Donskogo gos. tekhn. un-ta* [Bulletin of the Don State Technical University], 2012, No. 6 (67), pp. 24-40.
4. *Kipnis I.A., Vernigorov Yu.M.* Kapillyarnaya model' gabitusa rasteniy [Capillary model habitus of plants], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2013, No. 9 (146), pp. 250-255.
5. *Kuznetsov Vl.V., Dmitrieva G.A.* Fiziologiya rasteniy [Plant physiol]. 2nd ed., revised. and add. Moscow: Vysshaya shk., 2006, 742 p.

6. *Yakushkina N.I., Bakhtenko E.Yu.* Fiziologiya rasteniy [Plant physiology]. Moscow: Gumanitarnyy izd. Tsentr VLADOS, 2005, 460 p.
7. Teoriya i metody fiziki pochv: kollektivnaya monografiya [Theory and methods of soil physics: collective monograph], under the ed. of E.I. Sheina i L.O. Karpachevskogo. Moscow: Grif i K, 2007, 616 p.
8. *Shein E.V., Goncharov V.M.* Agrofizika [Agrophysics]. Rostov-on-Don: Feniks, 2006, 400 p.
9. *Borghetty M., Grace J., Raschi A.* Water transport in plant under climatic stress. Cambridge University Press, Cambridge, 1993, 300 p.
10. *Pfautsch S., Renard J., Tjoelker M.G., Salih A.* Phloem as Capacitors: Radial Transfer of water into xylem of Trees Stems Occurs Via Simplastical Transport in Ray Parenchima, *Plant Physiology*, March 2015, Vol. 167, No. 3, pp. 963-971.
11. *Nicolova P.S., Blaschke H., Matyssek R., Pretzsch H., Seifert T.* Combined application of computer tomography and light microscopy for analysis of condition xylem area in coarse root of European beech and Norway spruce, *Eur. J. Forest Res.*, 2009, Vol. 128, pp. 145-153.
12. *Zhirenko N.G.* Izuchenie sokodvizheniya v stvole duba chereschatogo termoelektricheskim metodom [The study of SAP flow in the trunk of English oak thermoelectric method], *Lesovedenie* [Dendrology], 1994, No. 6, pp. 46-52.
13. *Zhirenko N.G.* Otsenka nekotorykh parametrov vodoprovodyashchey sistemy duba chereschatogo [Evaluation of some parameters of the water-conducting system of oak-trees], *Issledovaniya estestvennykh ekosistem Prikhoper'ya i sopredel'nykh territoriy (flora, fauna, ekologiya, fiziologiya)* [Studies of natural ecosystems of the territory Prekhoperia and adjacent territories (flora, fauna, ecology, physiology)]. Issue 6. Borisoglebsk, 2010, pp. 34-36.
14. *Kramer P.D., Kozlovski T.T.* Fiziologiya drevesnykh rasteniy [Physiology of woody plants]. Moscow: Lesnaya promyshlennost', 1983, 464 p.
15. *Lotova L.I.* Botanika. Morfologiya i anatomiya vysshikh rasteniy [Botany. Morphology and anatomy of higher plants]. 4 th ed. Moscow: Knizhnyy dom «LIBROKOM», 2010, 512 p.
16. *Timonin A.K.* Botanika [Botany]: in 4 vol. Vol. 3. Vysshie rasteniya: uchebnyy dlya vuzov [Higher plants: A textbook for students]. Moscow: Izd. tsentr «Akademiya», 2007, 352 p.
17. *Zitte P. [i dr.]*. Botanika. Kletochnaya biologiya, anatomiya, morfologiya [Botany. Kletocna biology, anatomy, morphology]. Vol. 1: translated from the German. Moscow: Izd. tsentr «Akademiya», 2007, 368 p.
18. *Ugolev B.N.* Drevesinovedenie i lesnoe tovarovedenie: uchebnyy dlya stud. cred. prof. obrazovaniya [Wood Science and Forestry Commodity: a textbook for students of secondary professional education]. 3rd ed. Moscow: Izd. tsentr «Akademiya», 2010, 272 p.
19. *Kipnis I.A., Vernigorov Yu.M.* Mekhanizm prodvizheniya vody v kapillyarakh ksilemy rasteniy [Mechanism of promotion of water in the xylem capillaries plants], *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Don State Technical University], 2014, Vol. 14, No. 3 (78), pp. 78-88.
20. *Kipnis I.A., Vernigorov Yu.M.* Matematicheskaya model' pod"ema vody v prostykh krivolineynykh kapillyarakh [A mathematical model of lifting water in simple curved capillaries], *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Don State Technical University], 2013, No. 5/6 (74), pp. 110-120.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.П. Бабичев.

Кипнис Иосиф Аншелевич – ООО «Научно – производственная фирма «КАСИОР»»; e-mail: ikipnis@yandex.ru; 119571, Москва, Ленинский проспект, 154; тел.: 89165205843; зам. генерального директора по научной работе; к.т.н.

Вернигоров Юрий Михайлович – Донской государственный технический университет; e-mail: jvernigorov@dstu.edu.ru; 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1; тел.: 89282291508; д.т.н.; профессор.

Kipnis Iosif Anshelevich – Scientific and production firm "KASIOR" ltd; e-mail: ikipnis@yandex.ru; 154, Leninskiy prospect, Moscow, 119571, Russia; phone: +79165205843; Associate General Director on science; cand. of eng. sc.

Vernigorov Yury Mihailovich – Don State Technical University; e-mail: jvernigorov@dstu.edu.ru; 344000, Rostov-on-Don, Gagarina, 1, Russia; phone: +79282291508; dr. of eng. sc.; professor.