

18. The Journal of Autonomous Agents and Multiagent Systems, Publisher: Springer Science+Business Media B.V., formerly Kluwer Academic Publishers B.V.
19. Sun, Ron, (2006). «Cognition and Multi-Agent Interaction». Cambridge University Press. Available at: <http://www.cambridge.org/uk/catalogue/catalogue.asp?isbn=0521839645>.
20. José M. Vidal. Fundamentals of Multiagent Systems: with NetLogo Examples. Available at: <http://multiagent.com/>.

Статью рекомендовала к опубликованию д.т.н. Л.А. Мартынова.

**Кожемякин Игорь Владиленич** – Санкт-Петербургский государственный морской технический университет; e-mail: 1861vp@mail.ru; 190121, Санкт-Петербург, ул. Лоцманская, 3; тел.: 88124952648; нач. Управления ОИР.

**Рыжов Владимир Александрович** – e-mail: ryzhov@smtu.ru; д.т.н.; профессор; зав. кафедрой.

**Семенов Николай Николаевич** – e-mail: semenov@smtu.ru; к.т.н.; доцент.

**Чемоданов Михаил Николаевич** – e-mail: 1861vp@mail.ru; старший преподаватель.

**Kozhemjakin Igor Vladilenovich** – St-Petersbur State Marine Technical University; e-mail: 1861vp@mail.ru; 190121, St-Petersburg, street Locmanskaya, 3; phone: +78124952648; head of department of OIR.

**Ryzhov Vladimir Aleksandrovich** – e-mail: ryzhov@smtu.ru; dr. of eng. sc.; professor; head of the department.

**Semenov Nikolaj Nikolaevich** – e-mail: semenov@smtu.ru; cand. of eng. sc.; assoiciate professor.

**Chemodanov Mihail Nikolaevich** – e-mail: chemodanov@smtu.ru; senior lecturer.

УДК 629.05:531.3/.77/.768

**А.В. Козлов, Н.А. Парусников, Н.Б. Вавилова, И.Е. Тарьгин, А.А. Голован**

### **ДИНАМИЧЕСКАЯ СТЕНДОВАЯ КАЛИБРОВКА БЕСКАРДАННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ В СБОРЕ**

*Работа посвящена обзору метода калибровки бескарданных инерциальных навигационных систем (БИНС) различного класса точности в сборе на поворотных стендах, разработанного в лаборатории управления и навигации МГУ им. М.В. Ломоносова и применяемого на ряде отечественных предприятий. Возможность оценки основных параметров модели погрешностей инерциального измерительного блока обеспечивается главным образом за счёт вращений системы длительностью 10–40 минут преимущественно вокруг горизонтальной оси поворотного стенда, совмещённой последовательно с каждой из приборных осей инерциального блока. При подобном движении в вычисленном по показаниям инерциальных датчиков БИНС линейном ускорении и ориентации относительно Земли проявляются все основные систематические составляющие погрешностей инерциального блока. При этом эффекты от различных составляющих автоматически разделяются между собой и оцениваются количественно. Главными достоинствами метода являются: возможность калибровки на грубых одноосных стендах (не обеспечивающих высокой точности задания угловых положений, угловых скоростей, и не имеющих измерителей этих параметров); отсутствие жёстких требований к плану операций, их последовательности и параметрам движения; единый алгоритм обработки всей записи калибровочного эксперимента независимо от типа движения и углового положения; широкие возможности расширения модели уравнений ошибок, включение в них различных дополнительных параметров, существенных для систем различных типов и классов точности, а также инструментальных погрешностей стенда. В статье методологически описан подход к постановке задачи оценивания в калибровке БИНС и перечисляются возможные варианты моделей инструментальных по-*

*грешностей и уравнений ошибок, исследованные и опробованные на практике к настоящему моменту. Модели уравнений ошибок и измерений представляются в виде линейной динамической системы с измерениями, компонентами вектора состояния которой являются погрешности определения ориентации блока инерциальных датчиков, все искомые параметры модели погрешностей инерциальных датчиков, а также дополнительные неизвестные инструментальные погрешности. Для оценки вектора состояния используется оптимальный алгоритм (фильтр Калмана). Обусловленность в системе зависит от наличия и характера вращения блока, и в описанном выше эксперименте она имеется.*

*Инерциальные навигационные системы; инерциальные датчики; калибровка; гироскопы; акселерометры; оптимальное оценивание; линейные динамические системы с измерениями.*

**A.V. Kozlov, N.A. Parusnikov, N.B. Vavilova, I.E. Tarygin, A.A. Golovan**

### **DYNAMIC CALIBRATION OF ASSEMBLED STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEMS ON A RATE TABLE**

*The paper aims to present a review of inertial navigation system (INS) calibration technique developed for INS of different types and accuracy grades. The technique was developed at Moscow State University, in the laboratory of navigation and control. Several Russian INS manufacturers have been implemented this technique in their production process. The conventional parameters of inertial sensor's output measurement model are estimated in a simple calibration experiment consisting of consequent rotations of the system for up to half an hour around horizontal axis. INS instrumental axes are consecutively aligned with the rotation axis. All conventional systematic INS error components produce specific attitude and acceleration errors when the latter are computed using inertial sensor's measurements. As a result, these components can be separated from each other and estimated quantitatively. The principal advantages of the proposed approach are as follows: calibration can be conducted on a single-axis low-grade turntable (neither providing high accuracy of angular motion nor having angular or rate sensors); no predefined plan of operations in the calibration experiment is required, as well as no its specific properties are to be sustained; a unified estimation algorithm for the entire calibration dataset with no specific computations for any specific stage of the experiment; wide range of opportunities to modify models used, e.g. including additional parameters inherent to some types of INS and turntables. In our study, we formulate the estimation problem for INS calibration, and classify possible modifications of sensor's error models and error equations that we have tested so far in real INS calibrations. Error models are represented as a linear dynamical system with measurements. Its state vector contains: attitude errors, a set of conventional INS error parameters and some additional instrumental errors. After that, the system state vector is estimated using an optimal algorithm (conventional Kalman filter). The observability of the problem considered depends on the rotation pattern of the inertial unit, and the experiment described above ensures that the system becomes observable.*

*Inertial navigation systems; inertial sensors; calibration; gyroscopes; accelerometers; optimal estimation; linear dynamical systems with measurements.*

**Введение.** Бескарданные инерциальные навигационные системы (БИНС) и им подобные устройства, основным компонентом которых является инерциальный измерительный блок, – курсовертикали, блоки измерителей угловых скоростей и ускорений и т.д., входят в состав бортовой аппаратуры множества движущихся объектов: подводных аппаратов [1–2], надводных [3] и воздушных [4] судов, других беспилотных и пилотируемых летательных аппаратов [5–6], искусственных спутников Земли [7], дефектоскопов для внутренней диагностики протяжённых трубопроводов [8], персональных средств навигации [9], наземных транспортных средств, таких как автомобили и вагоны-лаборатории, предназначенные для контроля дорожного полотна [10–11], геофизических приборов для аэрогравиметрии [12], альтиметрии [13], и многих других. В зависимости от применения, различают системы различных классов точности и назначения.

Инерциальный измерительный блок включает в себя, как правило, три измерителя угловой скорости (гироскопа) с взаимно перпендикулярными с точностью до инструментальных ошибок осями чувствительностями, три измерителя удельной силы (акселерометра), датчики температуры, сервисную электронику и вычислитель. В вычислителе БИНС происходит интегрирование уравнений движения твёрдого тела с учётом начальных условий, движения опорной системы координат (как правило связанной с вращающейся Землёй) и модели гравитационных сил, не измеряемых инерциальными датчиками. В результате на основе показаний инерциальных датчиков решается задача навигации, а именно вычисляются ориентация объекта относительно опорного трёхгранника (матрица или кватернион ориентации, углы курса, крена, тангажа), а также линейные скорости и координаты объекта [14–16]. В зависимости от особенностей конкретного применения могут также вычисляться дополнительные параметры движения объекта.

Естественно, что инерциальные датчики не являются идеальными. При этом инструментальные погрешности измерений логично разделить на стохастические, т.е. непредсказуемые по определению, и систематические. Для систематических погрешностей вводится некоторая априорная параметрическая модель. Калибровка заключается в идентификации (оценке) параметров введённой модели систематических погрешностей инерциального измерительного блока на основе результатов некоторого специального эксперимента (экспериментов), в которых эти погрешности проявляются, могут быть разделены на составляющие и оценены количественно. Как правило, для этого система устанавливается на автоматизированный поворотный стенд, который обеспечивает необходимые вращения. Калибровка является обязательным технологическим этапом производства БИНС.

Несмотря на то, что каждый датчик, входящий в состав системы, может быть предварительно откалиброван тем или иным способом, в собранной системе неизбежно возникают новые виды погрешностей или изменяются прежние. Примерами являются взаимные рассогласования осей чувствительности датчиков, рассинхронизация их показаний, углы поворота приборных осей инерциального блока относительно корпуса БИНС, параметры упругости системы амортизации внутри корпуса (при её наличии) и другие. Изменение параметров отдельных датчиков, например нулевых сигналов или масштабных коэффициентов, может произойти из-за изменения режима энергопотребления датчика и сервисной электроники при работе их в составе системы в сборе. Требуемый состав параметров модели погрешностей инерциального измерительного блока и требования к точности их оценки могут быть различными и зависят от класса точности и назначения БИНС.

Далее будет рассмотрена базовая модель погрешностей, возможные её расширения, возникающие на практике, возникающие при этом постановки задачи оценки её параметров и способы решения этой задачи.

#### **Базовая модель погрешностей инерциального измерительного блока.**

Для начала рассмотрим наиболее простую модель погрешностей инерциального измерительного блока, используемую на практике. Пусть имеются три гироскопа, измеряющие проекции абсолютной угловой скорости объекта на свои оси чувствительности, и три акселерометра, измеряющие проекции (на собственные оси) удельной силы реакции со стороны других тел. Пусть также инерциальные датчики предварительно грубо откалиброваны, так что суммарная погрешность измерения как минимум на порядок меньше измеряемых величин. Различные способы предварительной калибровки широко известны. В том числе, она может быть проведена в эксперименте, описанном ниже в рамках рассматриваемой методики. Дополнительно будем считать, что оси чувствительности обоих троек датчиков с точностью до инструментальных погрешностей составляют правую ортогональную тройку, что легко обеспечивается конструктивно или алгоритмически.

Введём приборную систему координат  $Mz_1z_2z_3$ , жёстко связанную с инерциальными датчиками. Началом системы координат – точкой  $M$  – будем считать чувствительную массу первого акселерометра. Первая ось этой системы  $z_1$  совпадает с осью чувствительности первого акселерометра (рис. 1). Вторая ось перпендикулярна первой и лежит в плоскости, проходящей через первую ось параллельно оси чувствительности второго акселерометра. При этом из-за того, что ось чувствительности второго акселерометра не ортогональна в точности первой приборной оси, в показаниях второго акселерометра будет присутствовать систематическая погрешность – малая проекция первой компоненты удельной силы на ось чувствительности второго акселерометра (рис. 1). Третья приборная ось дополняет тройку до правой ортогональной.

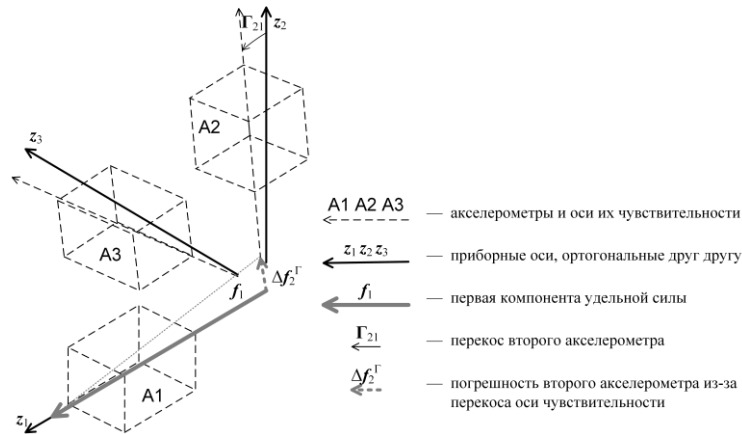


Рис. 1. Приборная система координат  $Mz_1z_2z_3$ , жёстко связанная с акселерометрами, и погрешность второго акселерометра из-за его перекоса

Базовая модель систематических погрешностей инерциального измерительного блока включает в себя следующие параметры:

- $v_1^0, v_2^0, v_3^0$  – смещения нулевых сигналов датчиков угловой скорости (гироскопические дрейфы);
- $\Delta f_1^0, \Delta f_2^0, \Delta f_3^0$  – смещения нулевых сигналов акселерометров;
- $\Gamma_{11}, \Gamma_{22}, \Gamma_{33}$  – погрешности масштабных коэффициентов акселерометров;
- $\Gamma_{21}, \Gamma_{31}, \Gamma_{32}$  – малые углы перекосов осей чувствительности второго и третьего акселерометров относительно приборных осей  $z_1, z_2, z_3$ ;
- $\Theta_{11}, \Theta_{22}, \Theta_{33}$  – погрешности масштабных коэффициентов гироскопов;
- $\Theta_{12}, \Theta_{13}, \Theta_{21}, \Theta_{23}, \Theta_{31}, \Theta_{32}$  – малые углы перекосов осей чувствительности гироскопов относительно приборных осей  $z_1, z_2, z_3$ .

Погрешности акселерометров представляются в матрично-векторном виде:

$$\begin{bmatrix} f'_1 \\ f'_2 \\ f'_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta f_1^0 \\ \Delta f_2^0 \\ \Delta f_3^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta f_1 \\ \delta f_2 \\ \delta f_3 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $f'_i, i = 1,2,3$  – показания  $i$ -го акселерометра;  $f_i$  – проекция измеряемого вектора удельной силы  $f$  на  $i$ -ю приборную ось, т.е. полезный сигнал акселерометра;  $\Delta f_i$  – полная погрешность измерений  $i$ -го акселерометра, а  $\delta f_i$  – стохастические (шумовые) составляющие погрешностей.

Аналогично для гироскопов:

$$\begin{bmatrix} \omega'_1 \\ \omega'_2 \\ \omega'_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1^0 \\ v_2^0 \\ v_3^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} \\ \Theta_{21} & \Theta_{22} & \Theta_{23} \\ \Theta_{31} & \Theta_{32} & \Theta_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta v_1 \\ \delta v_2 \\ \delta v_3 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\omega'_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  – показания  $i$ -го гироскопа;  $\omega_i$  – проекция измеряемого вектора абсолютной угловой скорости  $\omega$  на  $i$ -ю приборную ось, т.е. полезный сигнал гироскопа;  $v_i$  – полная погрешность измерений (дрейф)  $i$ -го гироскопа, а  $\delta v_i$  – стохастические (шумовые) составляющие погрешностей.

Для того чтобы реализовать компенсацию систематических погрешностей инерциальных датчиков в режиме навигации, необходимо получить оценки перечисленных выше неизвестных параметров, входящих в модели (1) и (2). В этом и состоит цель калибровки. Модели (1) и (2) в совокупности будем называть моделью погрешностей инерциального измерительного блока. Требования к точности калибровки зависят как от фактической стабильности параметров модели погрешности (в одном запуске и от запуска к запуску), так и от класса точности БИНС и области её применения. Например, для точных БИНС авиационного применения допустимая погрешность оценки гироскопических дрейфов имеет величину порядка  $0,01$  °/ч, нулевых сигналов акселерометров порядка  $0,5$  мм/с<sup>2</sup>, масштабов акселерометров порядка  $10 \cdot 10^{-6}$ , перекосов осей чувствительности акселерометров порядка  $15''$ , масштабов гироскопов порядка  $3 \cdot 10^{-6}$ , перекосов осей чувствительности гироскопов порядка  $3''$ . В то же время для грубой курсовертикали на базе микромеханических инерциальных датчиков стабильность дрейфов гироскопов сама по себе имеет порядки  $10$ – $100$  °/ч, стабильность нулевых сигналов акселерометров –  $1$ – $5$  мм/с<sup>2</sup>, а требования к точности масштабных коэффициентов и перекосов составляют первые сотые доли процентов и первые угловые минуты соответственно. Приведённые примеры показывают, что необходимые точности калибровки могут различаться в зависимости от назначения системы для некоторых параметров на  $3$  –  $4$  порядка.

Все калибруемые параметры считаются зависящими от температуры, и для учёта этих зависимостей калибровка БИНС проводится при различных температурах в рабочем диапазоне, в так называемых заранее выбранных температурных точках. Для обеспечения возможности компенсации при произвольной температуре результаты калибровки в различных температурных точках далее либо аппроксимируются заранее выбранной функцией (например, кубическим полиномом), либо интерполируются (линейно или сплайнами).

**Постановка задачи оценивания в калибровке БИНС.** Чтобы получить оценки перечисленных выше параметров модели погрешностей инерциальных датчиков, необходимо обеспечить такой эксперимент, в котором отдельные составляющие модели погрешностей инерциального измерительного блока проявились бы так, чтобы эффекты от них можно было разделить и оценить количественно с требуемой точностью.

Для этого будем по показаниям датчиков угловой скорости производить счисление ориентации каким-либо способом [14, 16]. Пусть для определённости интегрируется кинематическое уравнение Пуассона для матрицы ориентации  $L$  приборного трёхгранника относительно вращающейся Земли:

$$\dot{L}' = \hat{\omega}' \cdot L' - L' \cdot \hat{u}, \quad L'(0) = L'_0, \quad (3)$$

$$\hat{\omega}' = \begin{bmatrix} 0 & \omega'_3 & -\omega'_2 \\ -\omega'_3 & 0 & \omega'_1 \\ \omega'_2 & -\omega'_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{u} = \begin{bmatrix} 0 & u_3 & -u_2 \\ -u_3 & 0 & u_1 \\ u_2 & -u_1 & 0 \end{bmatrix},$$

где  $u_i, i = 1, 2, 3$  – известные компоненты угловой скорости Земли в опорных географических осях,  $L'$  – модельное (вычисленное) значение матрицы ориентации приборного трёхгранника относительно опорных осей, начальное условие  $L'_0$  является стандартным решением задачи начальной выставки БИНС [16], а точка над переменной означает производную по времени. Кроме того, для истинной матрицы ориентации выполнено:

$$\dot{L} = \hat{\omega}L - L\hat{u}, \quad L(0) = L_0, \quad (4)$$

$$\hat{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

При малой ошибке ориентации модельная и истинная матрицы связаны углами малого поворота  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  вокруг первой, второй и третьей осей (при малых углах в линейном приближении порядок поворотов не имеет значения) с точностью до величин второго и выше порядка малости следующим образом:

$$L' \cdot \begin{bmatrix} 1 & \beta_3 & -\beta_2 \\ -\beta_3 & 1 & \beta_1 \\ \beta_2 & -\beta_1 & 1 \end{bmatrix} \approx L. \quad (5)$$

Учитывая (3), (4), (5) и (2), для углов малого поворота в линейном приближении выполнено уравнение:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_1 \\ \dot{\beta}_2 \\ \dot{\beta}_3 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & u_3 & -u_2 \\ -u_3 & 0 & u_1 \\ u_2 & -u_1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} - L^T \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Далее рассмотрим показания акселерометров. Для начала пренебрежём их пространственным разнесением. Будем считать, что все чувствительные массы совпадают с точкой  $M$ , и она является неподвижной во время вращения. Для БИНС некоторого типа соответствующими погрешностями модели действительно можно пренебречь, для других же типов БИНС соответствующие коррекции будут приведены позже. Так как единственная измеряемая акселерометрами удельная сила в описанной ситуации – это реакция опоры, компоненты которой известны в географической системе координат, то

$$L^T \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где  $g$  – известная величина ускорения свободного падения в месте проведения калибровки. Используя показания акселерометров, составим столбец измерений  $u$  следующим образом:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \mathbf{L}^T \cdot \begin{bmatrix} f'_1 \\ f'_2 \\ f'_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{g} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Учитывая (5), (7) и (8), с точностью до малых второго порядка эти измерения будут связаны с введёнными ранее величинами следующим образом:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{g} & 0 \\ \mathbf{g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \mathbf{L}^T \cdot \begin{bmatrix} \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Система уравнений (6), (9), совместно с моделью погрешностей инерциальных датчиков (1), (2) представляет из себя линейную динамическую систему 24 порядка с вектором состояния

$$\mathbf{x} = \left[ \beta_1 \dots \beta_3 \quad \mathbf{v}_1 \dots \mathbf{v}_3 \quad \Delta f_1^0 \dots \Delta f_3^0 \quad \Gamma_{11} \dots \Gamma_{33} \quad \Theta_{11} \dots \Theta_{33} \right]^T, \quad (10)$$

где для всех компонент, кроме трёх первых, формирующие уравнения имеют нули в правой части. В соответствующих обозначениях систему уравнений можно представить в виде:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{q}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{r}, \quad (11)$$

где матрицы системы  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{H}$  составляются исходя из (1), (2), (6), (9) и (10):

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}} & -\mathbf{L}^T & \dots \\ 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{g} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \mathbf{g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{L}^T & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix}, \quad (12)$$

а  $\mathbf{q}$  и  $\mathbf{r}$  – стохастические составляющие.

Далее при соответствующих гипотезах на  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{r}$  (нулевое математическое ожидание, нормальное распределение, априорные ковариации) ставится задача оценки вектора состояния  $\mathbf{x}$  по измерениям  $\mathbf{y}$ . Эта задача может решаться различными способами, например при помощи стандартного для систем вида (11) алгоритма – фильтра Калмана. При практическом применении следует применять численно устойчивую реализацию фильтра методом квадратного корня из ковариационной матрицы [17].

Важным вопросом является обеспечение наблюдаемости и хорошей обусловленности в задаче оценки. Из анализа матриц (12) и практического применения рассматриваемой методики калибровки БИНС известно, что достаточным условием наблюдаемости и хорошей обусловленности является наличие вращений вокруг каждой из приборных осей, при которых ось вращения близка к горизонту [18]. Последнее достигается путём вращения вокруг каждой из осей последовательно. Говоря простым языком, наблюдаемость обеспечивается за счёт избыточности информации об ориентации в отсутствие поступательного движения: она содержится как в показаниях акселерометров (ориентация относительно отвеса), так и в показаниях гироскопов (при интегрировании их показаний).

Запись показаний инерциальных датчиков с частотой 50–500 Гц во время таких вращений является входной информацией для численного интегрирования кинематического уравнения Пуассона (3) и фильтра Калмана для системы (11). По мере обработки записи фильтром уточняется оценка вектора состояния  $\tilde{\mathbf{x}}$ , и значения оценок компонент вектора состояния (10), полученные фильтром к концу записи, принимаются за результаты калибровки. При этом величина угловой скорости вращения (как правило в пределах 5–300 °/с) непосредственно влияет на

сходимость оценок. Необходимая длительность записи определяется сочетанием уровня шумов  $q, r$  в системе (11), требований к точности калибровки и фактической угловой скорости вращения. Она составляет порядка 10–40 минут для каждой приборной оси в зависимости от класса точности БИНС и устанавливается, как правило, экспериментально.

Как видно из рассмотренных уравнений, для реализации алгоритма калибровки не требуется измерительная информация от поворотного стенда или какие-либо эталонные величины, связанные с калибровочными операциями. Помимо измерений инерциальных датчиков, исходными данными являются только:

- ◆ географическая широта установки стенда;
- ◆ величина местной силы тяжести;
- ◆ частота регистрации (либо сетка времени, если она неравномерна);
- ◆ время начальной выставки (неподвижности).

Следует также отметить, что для грубых инерциальных измерительных блоков при интегрировании уравнения ориентации малые угловые ошибки  $\beta_i$  могут выйти по величине за пределы линейной зоны, т.е. стать такими, что погрешности второго порядка малости, опущенные при выводе уравнений (6), (9), перестанут быть допустимыми. В этом случае вводится обратная связь по ошибкам ориентации, а задача оценки ставится как задача управления [17].

**Расширение калибровочных моделей.** В практике применения описанного подхода к калибровке часто происходит дополнение рассмотренных моделей различными слагаемыми, отражающими те или иные явления. Некоторые из них не требуют для обеспечения наблюдаемости в системе (11) дополнительных условий, некоторые вызывают необходимость изменения характера вращения, однако в любом случае не требуется строго выдерживать какие-либо значения параметров калибровочных экспериментов. Это значительно упрощает их проведение, в том числе при переносе калибровки с одного стендового оборудования на другое. Внесение небольших изменений в эксперимент не приводит к необходимости изменения или подстройки калибровочного алгоритма. Далее приводится обзор различных дополнительных составляющих в описанных выше моделях [19–23].

**Динамические дрейфы гироскопов.** Эти составляющие погрешности измерений датчиков угловой скорости известны также, как «дрейфы от  $g$ » или дрейфы от перегрузок. Они присутствуют, например, в микромеханических гироскопах [19]. Если для установленных в калибруемой БИНС гироскопов это явление является существенным, в модель (2) добавляется слагаемое:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \dots + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1/g \\ f_2/g \\ f_3/g \end{bmatrix} + \dots, \quad (13)$$

а 9 неизвестных параметров  $D_{11}, \dots, D_{33}$  включаются в вектор состояния  $x$  дополнительно к остальным, указанным в (10). При этом модификация калибровочного эксперимента не требуется.

**Рассинхронизация гироскопов и акселерометров.** В случае, если между показаниями гироскопов и акселерометров имеется постоянная временная задержка  $\tau$ , она тоже может быть включена в состав калибруемых параметров. В этом случае уравнение (9) дополняется членом:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \approx \dots + L^T \cdot \hat{\omega}' \cdot \begin{bmatrix} f'_1 \\ f'_2 \\ f'_3 \end{bmatrix} \cdot \tau, \quad (14)$$



а  $\tau$  включается в вектор состояния  $x$ . Этот параметр наблюдаем только при наличии нескольких различных значений угловой скорости БИНС при вращении. В противном случае, а именно при постоянной угловой скорости, рассинхронизацию гироскопов и акселерометров невозможно отличить от постоянного углового рассогласования приборного трехгранника с осями чувствительности гироскопов, т.е. от перекосов их осей чувствительности.

**Измерения орта оси вращения.** Для инерциальных блоков низкой точности, как говорилось ранее, возможен выход ошибки ориентации за пределы линейной зоны. При этом для того, чтобы реализовать корректировку ориентации в виде обратной связи необходимо, чтобы углы  $\beta_i$  были наблюдаемы. Однако для грубых БИНС азимутальная ошибка ориентации наблюдаема слабо, и поэтому требует наличия дополнительных измерений, которые здесь будем называть измерениями орта оси вращения. Это измерение учитывает углы  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  рассогласования оси вращения станда и соответствующей приборной оси, которые в этом случае должны оставаться малыми. Последнее, в свою очередь, требует, чтобы вращение БИНС было организовано в виде трёх отдельных циклов для каждой приборной оси с начальной выставкой перед каждым из циклов. Ориентация в азимуте опорной географической системы координат выбирается так, чтобы первая ось совпала с осью вращения станда. В этих условиях для первого цикла имеем дополнительные измерения  $y_4, y_5$ :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ y_4 \\ y_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{12} \\ L'_{13} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\beta_3 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + L^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -\kappa_3 \\ \kappa_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \delta y_4 \\ \delta y_5 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Угловые параметры  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  вносятся в оцениваемый вектор состояния. Также две новые строки вносятся в матрицу  $H$  системы (11) дополнительно к указанным в (12). В процессе оценки новые параметры реинициализируются при переходе к очередному циклу вращения, так как при переустановке инерциального блока для вращения вокруг новой приборной оси они могут измениться.

**Отнесения приведённой чувствительной массы от центра вращения.** При выводе модели (9) предполагалось, что точка  $M$  совпадает с центром вращения станда. На практике такое условие трудно выполнимо, что влечёт за собой методическую погрешность в указанном уравнении. Она является существенной для точных систем, при быстрых вращениях и при значительном отнесении точки  $M$  от центра вращения, например в калибровке нескольких блоков одновременно [20]. Приведём соответствующие поправки. Пусть центр вращения имеет координаты  $s_1, s_2, s_3$  в приборных осях. Они могут быть измерены по конструкторской документации на БИНС, поворотный стенд и технологическую оснастку. Однако нередко ситуации, когда по документации невозможно либо затруднительно определить эти координаты с достаточной точностью. Тогда требуется учесть в модели измерений поправки к известным значениям координат. В уравнении (9) появляется дополнительное слагаемое:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} \approx \dots + L^T \cdot \left( -\hat{\omega}'^2 + \dot{\hat{\omega}}' \right) \cdot \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Неизвестные координаты  $s_1, s_2, s_3$  добавляются в вектор состояния (10). При этом в случае, если при смене оси вращения они изменяются, в процессе оценивания необходимо реинициализировать значения и ковариации оценок для них. Необходимо учесть также, что, поскольку в БИНС, как правило, не имеется измери-

телей углового ускорения, второе слагаемое в правой части (16) следует учитывать только тогда, когда по показаниям датчиков угловой скорости можно достаточно надёжно оценить угловое ускорение, например численным дифференцированием.

**Наличие угловых измерений от точного поворотного стенда.** Для точных БИНС при калибровке часто используют точные поворотные стенды, которые также применяются для проведения приёмосдаточных и проверочных испытаний [21]. Нередко при этом имеются достаточно точные измерения углов поворота осей стенда, т.е. ориентации план-шайбы стенда с закреплённой на ней БИНС относительно опорной системы координат. Включение этой информации в алгоритм оценивания имеет целый ряд преимуществ:

- ◆ ускоряется оценка гироскопических дрейфов;
- ◆ становится возможной оценка ориентации приборного трёхгранника БИНС относительно план-шайбы поворотного стенда;
- ◆ становится возможной оценка коэффициентов крутильной упругости при поворотах блока чувствительных элементов относительно корпуса БИНС на амортизаторах при их наличии.

В этом случае даже для грубых БИНС использование измерений орта оси вращения избыточно и нецелесообразно. В систему (11) добавляются измерения  $y_4, y_5, y_6$ , связанные с рассогласованием модельной матрицы ориентации и матрицы, полученной по информации об углах поворота осей стенда:

$$\begin{bmatrix} 1 & y_6 & -y_5 \\ -y_6 & 1 & y_4 \\ y_5 & -y_4 & 1 \end{bmatrix} \approx \mathbf{L}^T \cdot \mathbf{L}''^T, \quad (17)$$

где  $\mathbf{L}''$  – матрица ориентации, вычисленная по измерениям стенда. Обозначим  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  – неизвестные малые углы поворота приборной системы координат относительно трёхгранника, связанного с план-шайбой стенда. Эти углы зависят от температуры и для точных БИНС эта зависимость может быть существенной. Добавим  $\delta_i, i = 1, 2, 3$ , в вектор состояния (10). Тройка новых измерений (17) связана с компонентами нового вектора состояния следующим образом:

$$\begin{bmatrix} y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} - \mathbf{L}' \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta y_4 \\ \delta y_5 \\ \delta y_6 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

где  $\delta y_i, i = 4, 5, 6$  – случайные погрешности соответствующих измерений. Вектор измерений  $\mathbf{y}$  и матрица  $\mathbf{H}$  системы (11) дополняются новыми по сравнению с (12) строками в соответствии с (18).

Следует учесть, что в реальности, как правило, не удаётся удовлетворительно синхронизировать показания поворотного стенда с данными инерциальных датчиков. Поэтому использовать измерения (17) приходится только тогда, когда стенд неподвижен. На практике это означает, что в план эксперимента необходимо включить интервалы неподвижности БИНС продолжительностью несколько минут в нескольких различных положениях. Например, это могут быть 4–8 равноотстоящих положений при полном обороте БИНС вокруг горизонтальной оси для каждой приборной оси ( $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ). Показания датчиков на этих же положениях могут использоваться для контроля точности калибровки акселерометров.

**Коэффициенты крутильной упругости системы амортизации БИНС.** При закреплении блока чувствительных элементов в корпусе БИНС на упругих амортизаторах из-за их прогиба угловое рассогласование приборной системы координат относительно план-шайбы стенда различается в разных положениях относительно отвеса. Разница может составлять порядка 5–30" при изменении перегрузки

на  $1g$ , что существенно для БИНС авиационного класса [21]. Однако при наличии угловых измерений от стенда, как сказано выше, коэффициенты этих упругих поворотов можно оценить. Ограничиваясь линейной моделью упругих деформаций амортизаторов и предполагая, что отсутствуют повороты блока чувствительных элементов вокруг вектора перегрузки, добавим в уравнение (18) соответствующее слагаемое:

$$\begin{bmatrix} y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} \approx \dots + \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & 0 & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f'_1/g \\ f'_2/g \\ f'_3/g \end{bmatrix} + \dots, \quad (19)$$

где  $d_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ ,  $i \neq j$ , – коэффициенты крутильной упругости. Включим новые неизвестные  $d_{ij}$  в вектор состояния (10) с соответствующей корректировкой матрицы  $\mathbf{H}$  в системе (11). Здесь, как и для модели (18), для наблюдаемости существенно наличие измерений поворотного стенда в различных положениях БИНС относительно отвеса. Поэтому применимы рассуждения относительно практической реализуемости синхронизации данных стенда и инерциальных датчиков, приведённые выше для модели (18).

**Упругие перекосы осей чувствительности гироскопов.** Для лазерных гироскопов, и возможно других типов датчиков угловой скорости, характерна следующая особенность. При наличии так называемых зон нечувствительности вблизи нулевой угловой скорости и других дискретных значений, для таких гироскопов конструктивно предусматривается вибрация датчика вокруг оси чувствительности с малой амплитудой и значительной частотой (300 и более герц). Конструкция виброподвеса при этом подвержена деформациям при перегрузках, что приводит к дополнительным перекосам осей чувствительности гироскопов относительно приборной системы координат до 1–2" на  $1g$  перегрузки. Такие перекосы являются существенными для точных БИНС, устанавливаемых на маневренные объекты [22]. Для учёта этих явлений в калибровке, принимая предположение об одинаковой конструкции всех трёх гироскопов, вводится следующая модель, дополняющая уравнение (2):

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \dots + \left( \begin{bmatrix} 0 & \kappa_{13} & -\kappa_{12} \\ -\kappa_{32} & 0 & \kappa_{33} \\ \kappa_{23} & -\kappa_{22} & 0 \end{bmatrix} \frac{f'_1}{g} + \begin{bmatrix} 0 & \kappa_{23} & -\kappa_{22} \\ -\kappa_{12} & 0 & \kappa_{13} \\ \kappa_{33} & -\kappa_{32} & 0 \end{bmatrix} \frac{f'_2}{g} + \dots \right. \\ \left. \dots + \begin{bmatrix} 0 & \kappa_{33} & -\kappa_{32} \\ -\kappa_{22} & 0 & \kappa_{23} \\ \kappa_{13} & -\kappa_{12} & 0 \end{bmatrix} \frac{f'_3}{g} \right) \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} + \dots, \quad (20)$$

где  $\kappa_{ij}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $j = 2, 3$ ,  $i \neq j$  – неизвестные коэффициенты крутильной упругости крепления гироскопа к раме блока чувствительных элементов. Экспериментально подтверждена наблюдаемость суммы коэффициентов  $\kappa_{22}$ ,  $\kappa_{33}$  в описанных ранее калибровочных вращениях. Достижимая точность оценки этой суммы составляет доли угловой секунды на  $1g$  перегрузки. Условия наблюдаемости остальных коэффициентов требуют дополнительных исследований.

**Дополнительная тройка акселерометров.** В некоторых БИНС помимо трёх акселерометров, рассмотренных в приведённых выше моделях, устанавливается дополнительная тройка датчиков удельной силы. Это делается из соображений повышения избыточности и надёжности измерений, либо в связи с необходимостью кратковременного измерения этими датчиками, имеющими более широкий диапазон измерения (и меньшую точность), перегрузок, превышающих рабочий

диапазон основных датчиков. В этом случае вторая тройка акселерометров имеет свой набор калибровочных параметров. При этом приборный трёхгранник определяется первой тройкой, в связи с чем вторая имеет полный набор перекосов, аналогично гироскопам. В описанном случае для второй тройки акселерометров предлагается модель погрешностей, аналогичная (1):

$$\begin{bmatrix} f'_4 \\ f'_5 \\ f'_6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta f_4 \\ \Delta f_5 \\ \Delta f_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta f_4^0 \\ \Delta f_5^0 \\ \Delta f_6^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{41} & \Gamma_{42} & \Gamma_{43} \\ \Gamma_{51} & \Gamma_{52} & \Gamma_{53} \\ \Gamma_{61} & \Gamma_{62} & \Gamma_{63} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta f_4 \\ \delta f_5 \\ \delta f_6 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

а также дополнительная тройка измерений, аналогичных (9):

$$\begin{bmatrix} y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{g} & 0 \\ \mathbf{g} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} + \mathbf{L}^T \cdot \begin{bmatrix} \Delta f_4 \\ \Delta f_5 \\ \Delta f_6 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Вектор состояния расширяется на 12 дополнительных параметров  $\Delta f_i^0$ ,  $\Gamma_{ij}$ ,  $i = 4,5,6$ ,  $j = 1,2,3$ . В соответствии с (21), (22) изменяется по сравнению с (12) матрица  $\mathbf{H}$  в системе (11). Наблюдаемость новых параметров обеспечивается в прежних калибровочных экспериментах и не требует их изменения.

**Температурные коэффициенты.** Как было сказано ранее, большинство калибруемых параметров систематических погрешностей блока инерциальных датчиков зависят от температуры. При этом стандартный подход к калибровке этих зависимостей предполагает проведение калибровочных экспериментов при постоянной температуре внутри БИНС. Однако установление допустимого уровня температурного равновесия при переходе от одной температурной точки к другой зачастую требует от 0,5 до 6 часов ожидания. Только после этого может начинаться собственно калибровочный эксперимент. Для сокращения общего времени проведения калибровки БИНС в модели погрешностей инерциальных датчиков могут быть учтены температурные зависимости. В этом случае калибровку можно и нужно будет проводить при переменной температуре, не дожидаясь установления равновесия. При этом интервал изменения температуры во время эксперимента выбирается таким, чтобы с достаточной точностью сохранялась простейшая линейная температурная зависимость. Тогда, с использованием показаний  $T_{\bar{i}}$ ,  $i = 1,2,3$ , термодатчиков акселерометров модель (1) дополняется слагаемыми

$$\dots + \begin{bmatrix} T_{f1} & 0 & 0 \\ 0 & T_{f2} & 0 \\ 0 & 0 & T_{f3} \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} k_{\Delta f1} \\ k_{\Delta f2} \\ k_{\Delta f3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\Gamma11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\Gamma22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\Gamma33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \right) + \dots, \quad (23)$$

где  $k_{\Delta \bar{i}}$ ,  $K_{\Gamma \bar{i}}$  – неизвестные температурные коэффициенты соответственно нулевого сигнала и масштабного коэффициента  $i$ -го акселерометра. Аналогично для датчиков угловой скорости и показаний их термодатчиков  $T_{\omega i}$ ,  $i = 1,2,3$ , дополняется модель (2):

$$\dots + \begin{bmatrix} T_{\omega 1} & 0 & 0 \\ 0 & T_{\omega 2} & 0 \\ 0 & 0 & T_{\omega 3} \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} k_{v1} \\ k_{v2} \\ k_{v3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\Theta 11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\Theta 22} & 0 \\ 0 & 0 & K_{\Theta 33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \right) + \dots, \quad (24)$$

где  $k_{\omega i}$ ,  $K_{\Theta \bar{i}}$  – неизвестные температурные коэффициенты соответственно дрейфа и масштабного коэффициента  $i$ -го гироскопа. Как и ранее, новые параметры вносятся в вектор состояния системы (11), и в соответствии с (23), (24) расширяется матрица  $\mathbf{H}$  в (12). Для наблюдаемости температурных коэффициентов достаточно,

чтобы температура инерциальных датчиков изменялась линейно независимо с угловой скоростью вращения БИНС, что имеет место на практике. Особенности калибровки температурных коэффициентов описаны в [21, 23].

**Заключение.** В работе методологически описан подход к постановке задачи динамической стендовой калибровки БИНС, основанный на представлении математических моделей задачи в виде линейной динамической системы с измерениями. Для оценки вектора состояния системы используется оптимальный алгоритм – фильтр Калмана. Наблюдаемость и хорошая обусловленность в задаче обеспечиваются в простом калибровочном эксперименте, не требующем соблюдения строгой последовательности операций или их точных количественных характеристик (угловых положений, угловых скоростей, числа оборотов и т.п.).

Главными достоинствами метода являются: возможность калибровки на грубых одноосных стендах (не обеспечивающих высокой точности задания угловых положений, угловых скоростей, и не имеющих измерителей этих параметров); отсутствие жёстких требований к плану операций, их последовательности и параметрам движения; единый алгоритм обработки всей записи калибровочного эксперимента независимо от типа движения и углового положения, без разделения на этапы; широкие возможности расширения модели уравнений ошибок, включение в них различных дополнительных параметров, существенных для систем различного класса точности, а также инструментальных погрешностей стенда.

Рассмотрены варианты расширения базовой модели задачи калибровки, отработанные к настоящему моменту на практике при калибровке реальных систем различных российских производителей и разработчиков БИНС. Приведены соответствующие соотношения (13)–(24). В различных вариантах порядок динамической системы варьируется от 24 до 85 компонент, из которых калибруемыми параметрами БИНС являются от 21 до 77 компонент.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ваулин Ю.В., Лаптев К.З. Оценка точности плавания автономного необитаемого подводного аппарата в заданном районе // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2017. – № 1 (186). – С. 74-86. DOI 10.18522/2311-3103-2017-1-7486.
2. Вавилова Н.Б., Парусников Н.А., Субханкулова Г.А. Навигация автономного подводного аппарата при помощи корректируемой бескарданной инерциальной навигационной системы // Труды МАИ. – 2016. – № 89.
3. Берман З.М., Канушин В.М., Миронов Ю.В., Мохов В.П., Шарыгин Б.Л. Система инерциальной навигации и стабилизации "Ладога-М": результаты разработки и испытаний // Гироскопия и навигация. – 2002. – № 4 (39). – С. 29-38.
4. Кузнецов А.Г., Портнов Б.И., Измайлов Е.А. Разработка и испытания двух классов авиационных бесплатформенных инерциальных навигационных систем на лазерных гироскопах // Гироскопия и навигация. – 2014. – № 2 (85). – С. 3-12.
5. Soloviev A., Rutkowski A.J. Fusion of inertial, optical flow, and airspeed measurements for UAV navigation in GPS-denied environments // Proc. SPIE 7332, Unmanned Systems Technology XI, 733202. – 2009. DOI: 10.1117/12.820177.
6. Wendel J., Meister O., Schlaile C., Trommer G.F. An integrated GPS/MEMS-IMU navigation system for an autonomous helicopter // Aerospace Science and Technology. – 2006. – Vol. 10, Issue 6. – P. 527-533.
7. Емельянцева Г.И., Ландау Б.Е., Левин С.Л., Гуревич С.С., Романенко С.Г. Особенности построения интегрированной системы ориентации и навигации для орбитального космического аппарата // Гироскопия и навигация. – 2011. – № 1 (72). – С. 17-25.
8. Вавилова Н.Б., Голован А.А., Козлов А.В., Никитин И.В., Панёв А.А., Парусников Н.А., Соловых И.А., Никифоров С.В., Лавырев А.М., Морозов С.В., Афанасьев А.В., Весновский И.В., Конон А.В., Лаптев А.А., Турусиков Д.В. Результаты разработки и тестирования навигационных систем дефектоскопов магистральных нефте- и газопроводов // Сб. материалов XXII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным

- навигационным системам.– СПб.: ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2015. – С. 318-323.
9. *Кроненветт Н., Руппельт Я., Троммер Г.Ф.* Прецизионное позиционирование пешехода в помещении на основе контроля за стадиями его походки // *Гироскопия и навигация.* – 2017. – № 1 (96). – С. 33–48. DOI: 10.17285/0869-7035.2017.25.1.033-048.
  10. *Skog I., Händel P.* In-car positioning and navigation technologies: a survey // *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems.* – 2010. – Vol. 10, Issue 1. – P. 4-21. DOI: 10.1109/TITS.2008.2011712.
  11. *Боронахин А.М., Олейник Л.Н., Филиппеня Н.С.* Малогабаритная интегрированная система диагностики рельсового пути // *Гироскопия и навигация.* – 2009. – № 1 (64). – С. 63-74.
  12. *Смоллер Ю.Л., Юрист С.Ш., Богданов О.Н., Болотин Ю.В., Голован А.А., Козлов А.В.* Результаты испытаний на яхте бескарданного гравиметра GT-X // *Сб. материалов XIX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам.*– СПб.: ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2012. – С. 172-174.
  13. *Brock J.C., Wright C.W., Sallenger A.H., Krabill W.B., Swift R.N.* Basis and methods of nasa airborne topographic mapper lidar surveys for coastal studies // *Journal of Coastal Research.* – 2002. – Vol. 18, No. 1. – P. 1-13.
  14. *Savage P.G.* Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 1: attitude algorithms // *Journal of Guidance Control and Dynamics.* – 1998. – Vol. 21, No. 1. – P. 19-28. DOI: 10.2514/2.4228.
  15. *Savage P.G.* Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 2: velocity and position algorithms // *Journal of Guidance Control and Dynamics.* – 1998. – Vol. 21, No. 2. – P. 208-221. DOI: 10.2514/2.4242.
  16. *Titterton D.H., Weston J.L.* Strapdown inertial navigation technology, 2nd ed. – IET, London, UK, & AIAA, Reston, Virginia, USA. 2004. – 550 p. ISBN 978-0-86341-358-2.
  17. *Kailath T., Sayed A.H., Hassibi B.* Linear estimation. – Prentice Hall, NJ, USA, 2000. – 850 p.
  18. *Baklanov F., Dambeck J.* Unified observability analysis in linear time-varying systems // *Journal of Guidance Control and Dynamics.* – 2017. – Vol. 40, No. 11. – P. 3005-3011. DOI: 10.2514/1.G002101.
  19. *Козлов А.В., Сазонов И.Ю., Вавилова Н.Б., Парусников Н.А.* Калибровка инерциальных навигационных систем на грубых стендах с учетом разнесения чувствительных масс ньютонометров // *Сб. материалов XX Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам.* – СПб.: ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2013. – С. 104-107.
  20. *Kozlov A., Sazonov I., Vavilova N.* IMU calibration on a low grade turntable: embedded estimation of the instrument displacement from the axis of rotation // *Proceeding of the 1st IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems.* – IEEE Sensors Council, New York, NY, USA, 2014. – P. 105-108. DOI: 10.1109/ISISS.2014.6782525.
  21. *Козлов А.В., Тарыгин И.Е., Голован А.А., Шаймарданов И.Х., Дзюев А.А.* Калибровка инерциальных измерительных блоков с оценкой температурных зависимостей по эксперименту с переменной температурой: результаты калибровки БИНС-РТ // *Сб. материалов XXIV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам.* – СПб.: ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2017. – С. 225-228. DOI: 10.23919/ICINS.2017.7995635.
  22. *Diesel J.W.* Calibration of a Ring Laser Gyro Inertial Navigation System // *Proceedings of the 13-th biennial guidance test symposium, 6–8 October 1987, Holloman AFB, New Mexico. AD-TR-87-08.* – USA. – 6585th Test group, Central inertial guidance test facility. – 1987. – Vol. I. – P. S01A 1-37.
  23. *Козлов А.В., Тарыгин И.Е., Голован А.А.* Калибровка инерциальных измерительных блоков на грубых стендах с оценкой температурных зависимостей по эксперименту с переменной температурой // *Сб. материалов XXI Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам.* – СПб.: ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2014. – С. 319-322.

## REFERENCES

1. *Vaulin Yu.V., Laptev K.Z.* Otsenka tochnosti plavaniya avtonomnogo neobitaemogo podvodnogo apparata v zadannom rayone [Estimate of the AUV navigation accuracy in the specified area], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2017, No. 1 (186), pp. 74-86. DOI 10.18522/2311-3103-2017-1-7486.
2. *Vavilova N.B., Parusnikov N.A., Subkhankulova G.A.* Navigatsiya avtonomnogo podvodnogo apparata pri pomoshchi korrektriruemy beskardannoy inertsiyal'noy navigatsionnoy sistemy [The Navigation Algorithm of the Underwater Vehicle with Strapdown Inertial Navigation System], *Trudy MAI* [Proceedings of the Moscow aviation Institute], 2016, No. 89.
3. *Berman Z.M., Kanushin V.M., Mironov Yu.V., Mokhov V.P., Sharygin B.L.* Sistema inertsiyal'noy navigatsii i stabilizatsii "Ladoga-M": rezul'taty razrabotki i ispytaniy [Inertial navigation and stabilization system Ladoga-M: the development and test results], *Giroskopiya i navigatsiya* [Gyroscopy and Navigation], 2002, No. 4 (39), pp. 29-38.
4. *Kuznetsov A.G., Portnov B.I., Izmaylov E.A.* Razrabotka i ispytaniya dvukh klassov aviatsionnykh besplatformennykh inertsiyal'nykh navigatsionnykh sistem na lazernykh giroskopakh [Development and tests of two classes of aircraft strapdown inertial navigation systems on laser gyros] *Giroskopiya i navigatsiya* [Gyroscopy and Navigation], 2014, No. 2 (85), pp. 3-12.
5. *Soloviev A., Rutkowski A.J.* Fusion of inertial, optical flow, and airspeed measurements for UAV navigation in GPS-denied environments, *Proc. SPIE 7332, Unmanned Systems Technology XI, 733202*, 2009. DOI: 10.1117/12.820177.
6. *Wendel J., Meister O., Schlaile C., Trommer G.F.* An integrated GPS/MEMS-IMU navigation system for an autonomous helicopter, *Aerospace Science and Technology*, 2006, Vol. 10, Issue 6, pp. 527-533.
7. *Emel'yantsev G.I., Landau B.E., Levin S.L., Gurevich S.S., Romanenko S.G.* Osobennosti postroeniya integrirovannoy sistemy orientatsii i navigatsii dlya orbital'nogo kosmicheskogo apparata [Specifics of an Integrated Attitude Reference and Navigation System for Orbital Spacecraft], *Giroskopiya i navigatsiya* [Gyroscopy and Navigation], 2011, No. 1 (72), pp. 17-25.
8. *Vavilova N.B., Golovan A.A., Kozlov A.V., Nikitin I.V., Panev A.A., Parusnikov N.A., Solovykh I.A., Nikiforov S.V., Lavyrev A.M., Morozov S.V., Afanas'ev A.V., Vesnovskiy I.V., Konon A.V., Laptiev A.A., Turusikov D.V.* Rezul'taty razrabotki i testirovaniya navigatsionnykh sistem defektoskopov magistral'nykh nefte- i gazoprovodov [A navigation system of a pipeline inspection system for oil and gas pipelines: the results of the development and testing], *Sb. materialov XXII Sankt-Peterburgskoy mezhdunarodnoy konferentsii po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proceedings of the 22nd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems], Concern CSRI Elektropribor, JSC Saint-Petersburg, 2015, pp. 357-362.
9. *Kronenvett N., Ruppel't Ya., Trommer G.F.* Pretsizionnoe pozitsionirovanie peshekhoda v pomeshchenii na osnove kontrolya za stadiyami ego pokhodki [Motion Monitoring based on a Finite State Machine for Precise Indoor Localization], *Giroskopiya i navigatsiya* [Gyroscopy and Navigation], 2017, No. 1 (96), pp. 33-48. DOI: 10.17285/0869-7035.2017.25.1.033-048.
10. *Skog I., Händel P.* In-car positioning and navigation technologies: a survey, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2010, Vol. 10, Issue 1, pp. 4-21. DOI: 10.1109/TITS.2008.2011712.
11. *Boronakhin A.M., Oleynik L.N., Filipenya N.S.* Malogabaritnaya integrirovannaya sistema diagnostiki rel'sovogo puti [The small-size integrated system for railway track diagnostics] *Giroskopiya i navigatsiya* [Gyroscopy and Navigation], 2009, No. 1 (64), p. 63-74.
12. *Smoller Yu.L., Yurist S.Sh., Bogdanov O.N., Bolotin Yu.V., Golovan A.A., Kozlov A.V.* Rezul'taty ispytaniy na yakhte beskardannogo gravimetra GT-X [Results of Tests of the Strapdown Gravimeter GT-X on a Yacht], *Sb. materialov XIX Sankt-Peterburgskoy mezhdunarodnoy konferentsii po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proceedings of the 19th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. Concern CSRI Elektropribor, JSC Saint-Petersburg, 2012, pp. 172-174.
13. *Brock J.C., Wright C.W., Sallenger A.H., Krabill W.B., Swift R.N.* Basis and methods of nasa airborne topographic mapper lidar surveys for coastal studies, *Journal of Coastal Research*, 2002, Vol. 18, No. 1, pp. 1-13.

14. *Savage P.G.* Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 1: attitude algorithms, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1998, Vol. 21, No. 1, pp. 19-28. DOI: 10.2514/2.4228.
15. *Savage P.G.* Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 2: velocity and position algorithms, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1998, Vol. 21, No. 2, pp. 208-221. DOI: 10.2514/2.4242.
16. *Titterton D.H., Weston J.L.* Strapdown inertial navigation technology, 2nd ed. – IET, London, UK, & AIAA, Reston, Virginia, USA. 2004, 550 p. ISBN 978-0-86341-358-2.
17. *Kailath T., Sayed A.H., Hassibi B.* Linear estimation. Prentice Hall, NJ, USA, 2000, 850 p.
18. *Baklanov F., Dambeck J.* Unified observability analysis in linear time-varying systems, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2017, Vol. 40, No. 11, pp. 3005-3011. DOI: 10.2514/1.G002101.
19. *Kozlov A.V., Sazonov I.Yu., Vavilova N.B., Parusnikov N.A.* Kalibrovka inertial'nykh navigatsionnykh sistem na grubyykh standakh s uchetom razneseniya chuvstvitel'nykh mass n'yutonometrov [Calibration of an Inertial Measurement Unit on a Low-grade Turntable with Consideration of Spatial Offsets of Accelerometer Proof Masses], *Sb. materialov XX Sankt-Peterburgskoy mezhdunarodnoy konferentsii po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proceedings of the 20th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. Saint Petersburg: GNTs RF OAO "Kontsern "TsNII "Elektropribor", 2013, pp. 104-107.
20. *Kozlov A., Sazonov I., Vavilova N.* IMU calibration on a low grade turntable: embedded estimation of the instrument displacement from the axis of rotation, *Proceeding of the 1st IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems*. IEEE Sensors Council, New York, NY, USA, 2014, pp. 105-108. DOI: 10.1109/ISISS.2014.6782525.
21. *Kozlov A.V., Tarygin I.E., Golovan A.A., Shaymardanov I.Kh., Dzuev A.A.* Kalibrovka inertial'nykh izmeritel'nykh blokov s otsenkoy temperaturnykh zavisimostey po eksperimentu s peremennoy temperaturoy: rezul'taty kalibrovki BINS-RT [Calibration of an inertial measurement unit at changing temperature with simultaneous estimation of temperature variation coefficients: a case study on BINS-RT], *Sb. materialov XXIV Sankt-Peterburgskoy mezhdunarodnoy konferentsii po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proceedings of the 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. Saint Petersburg: GNTs RF OAO "Kontsern "TsNII "Elektropribor", 2017, pp. 225-228. DOI: 10.23919/ICINS.2017.7995635.
22. *Diesel J.W.* Calibration of a Ring Laser Gyro Inertial Navigation System, *Proceedings of the 13-th biennial guidance test symposium, 6-8 October 1987, Holloman AFB, New Mexico. AD-TR-87-08*. USA. 6585th Test group, Central inertial guidance test facility, 1987, Vol. I, pp. S01A 1-37.
23. *Kozlov A.V., Tarygin I.E., Golovan A.A.* Kalibrovka inertial'nykh izmeritel'nykh blokov na grubyykh standakh s otsenkoy temperaturnykh zavisimostey po eksperimentu s peremennoy temperaturoy [Calibration of inertial measurement units on a low-grade turntable with simultaneous estimation of temperature coefficients], *Sb. materialov XXI Sankt-Peterburgskoy mezhdunarodnoy konferentsii po integrirovannym navigatsionnym sistemam* [Proceedings of the 21st Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems]. Saint Petersburg: GNTs RF OAO "Kontsern "TsNII "Elektropribor", 2014, pp. 319-322.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор М.Ю. Медведев.

**Козлов Александр Владимирович** – Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова; e-mail: a.kozlov@navlab.ru; 119991, Москва, Ленинские горы, 1; тел.: +74959395933; Механико-математический факультет; Лаборатория управления и навигации; к.ф.-м.н.; с.н.с..

**Парусников Николай Алексеевич** – тел.: +74959393383; Механико-математический факультет; кафедра прикладной механики и управления; д.ф.-м.н.; профессор.

**Вавилова Нина Борисовна** – e-mail: nb-vavilova@yandex.ru; тел.: +74959395933; Механико-математический факультет, Лаборатория управления и навигации; к.ф.-м.н.; в.н.с.



**Тарыгин Илья Евгеньевич** – e-mail: i.tarygin@gmail.com; тел.: +74959393383; Механико-математический факультет, кафедра Прикладной механики и управления; аспирант.

**Голован Андрей Андреевич** – e-mail: aagolovan@yandex.ru; тел.: +74959395933; Механико-математический факультет; Лаборатория управления и навигации; д.ф.-м.н.; зав. лабораторией.

**Kozlov Alexander Vladimirovich** – Lomonosov Moscow State University; e-mail: a.kozlov@navlab.ru; 1, Leninskie gory, Moscow, 119991, Russia; phone: +74959395933; Faculty of Mechanics and Mathematics; cand. of phys. and math. sc.; senior researcher.

**Parusnikov Nikolay Alekseevich** – phone: +74959393383; Faculty of Mechanics and Mathematics; dr. of phys. and math. sc., professor.

**Vavilova Nina Borisovna** – e-mail: nb-vavilova@yandex.ru; phone: +74959395933; Faculty of Mechanics and Mathematics; cand. of phys. and math. sc.; lead researcher.

**Tarygin Илья Евгеньевич** – e-mail: i.tarygin@gmail.com; phone: +74959393383; Faculty of Mechanics and Mathematics,; post graduate student.

**Golovan Andrey Andreevich** –e-mail: aagolovan@yandex.ru; phone: +74959395933; Faculty of Mechanics and Mathematics; dr. of phys. and math. sc.; head of the laboratory.

УДК 551.463.224: 534.222

**Г.Н. Серавин, И.И. Микушин, С.П. Тарасов**

**ПРОБЛЕМЫ ДИСТАНЦИОННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОРСКОЙ СРЕДЫ  
МЕТОДАМИ НЕЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ**

*Задача определения гидрофизических характеристик морской среды по зафиксированным значениям излученных и принятых отражённых акустических сигналов от естественных рассеивателей в морской среде, без непосредственного измерения самих характеристик с помощью корабельных погружающихся зондов, является в настоящее время особенно актуальной. Оценка влияния вертикального распределения скорости звука (ВРСЗ) от поверхности до дна в морском волноводе производится непосредственно перед использованием различной гидроакустической аппаратуры, установленной на судне либо на автономном необитаемом подводном аппарате. Возможность использования информации о гидрофизических характеристиках волновода распространения гидроакустических сигналов при обнаружении подводной цели может значительно повысить эффективность использования судовой гидроакустической аппаратуры. Проводились исследования и разработки дистанционных методов измерения вертикального распределения скорости звука (ВРСЗ) с помощью так называемых параметрических антенн, принцип действия которых основан на нелинейном взаимодействии акустических волн в морской среде. Рассмотрены возможности использования двух нелинейных эффектов для измерения дистанционным методом вертикального распределения скорости звука. Проведен анализ возможности использования рассеяния звука на звуке для дистанционного определения вертикального распределения скорости звука. Энергетические соотношения показали, что рассеянный из области пересечения акустических пучков сигнал разностной частоты, в принципе, может быть достоверно принят. Для решения обратной задачи используется алгоритм восстановления искомого ВРСЗ способом дискретизации. Производится аппроксимация искомой функции отрезками в водной среде, представленной в виде слоев с постоянными вертикальными градиентами скорости звука. Проанализирована возможность определения ВРСЗ на основе вторичного эффекта фазовой модуляции волн накачки волной разностной частоты. Для выделения фазы необходимо на выходе антенны из суммарного высокочастотного электрического сигнала отфильтровать сигнал с комбинационной частотой и сформировать опорный электрический сигнал с такой же частотой. Сигналы подаются на соответствующие входы фазометра, на выходе которого и будет иметь место электрический сигнал фазы, который преобразуется в*