

25. *Dubyago M.N., Poluyanovich N.K.* Metod amplitudnogo i fazovogo raspredeleniya impul'sov chastichnykh razryadov v zadachakh issledovaniya izolyatsii kabel'nykh liniy [The method of amplitude and phase distribution of the pulses of the partial time-series in the objectives of the study isolation of cable lines], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2012, No. 7 (132), pp. 200-205.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н. профессор А.А. Лаврентьев.

**Полюянович Николай Константинович** – Южный федеральный университет; e-mail: nik1-58@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский 44; тел.: 89185693365; кафедра электротехники и мехатроники.

**Дубяго Марина Николаевна** – e-mail: w\_m88@mail.ru; тел.: 89281758225; кафедра электротехники и мехатроники; аспирант.

**Poluyanovich Nikolay Konstantinovich** – Southern Federal University; e-mail: nik1-58@mail.ru; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +79185693365; the department of electric technics and mechatronics.

**Dubyago Marina Nikolaevna** – e-mail:w\_m88@mail.ru; phone: +79281758225; the department of electrical engineering and mechatronics; graduate student.

УДК 550.343.3+550.34.016

DOI 10.23683/2311-3103-2018-7-98-110

**А.С. Черепанцев**

## **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ РАЗЛОМНЫХ СТРУКТУР ПРИ ОДНООСНОМ СЖАТИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА\***

*В основе предлагаемой модели лежит анализ применимости концепции возникновения самоорганизованного критического состояния в диссипативной системе взаимодействующих дискретных элементов (модель Олами-Федера-Кристенсена) к системе дискретных блоковых структур, находящихся в напряженном состоянии и формирующих систему разрывов при достижении в отдельном элементе параметром состояния критического значения. Возникающий разрыв формирует возмущение поля напряжений в окружающей области и тем самым может служить источником возникновения разрыва в соседнем элементе и т.д. Эволюция такой диссипативной системы во времени определяется приращением на каждом временном шаге приращениями компонент напряжений на заданную величину. Это позволяет моделировать различные типы нагружения. В качестве критерия возникновения разрыва рассмотрен критерий Кулона формирования сдвигового разлома. Для ограничения возможных напряжений сжатия, критерий дополнен параметром предельного напряжения сжатия. Эволюционная двумерная модель развития системы дислокаций рассчитывает каталог дискретных событий, включающий время, координаты, угол, амплитуду дислокации. Вместе с тем расчетная модель выводит и непрерывные ряды вариаций таких параметров как средняя упругая энергия, средняя деформация всей системы блоков или ее части на каждом шаге эволюции. Проведенный расчет модели одноосного сжатия позволил оценить важнейшие свойства пространственной и энергетической организации разломных структур в критическом состоянии. В качестве таких параметров рассмотрены степенные показатели распределения дислокаций по размеру  $b$ , в пространстве  $d$ , а также фрактальная размерность поверхности разлома  $\delta$ . Показано, что данные параметры динамической системы взаимодействующих дислокаций связаны соотношением  $d = b \cdot \delta$ . Достоинством рассмотренной модели описания как наблюдаемых свойств пространственно-временного развития разломных структур в натуральных условиях, так и экспериментальных данных по разрушению образцов в лабораторных условиях, является задание физически понятного взаимодействия отдельных блоков с помощью перераспределения напряжений при возникновении разрыва.*

*Модель OFC; сдвиговая дислокация; критерий разрушения Кулона; динамическая система.*

\* Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 17-05-00185-а.

A.S. Cherepantsev

**COMPUTING MODEL OF FORMING FAULT STRUCTURES UNDER UNIAxIAL COMPRESSION OF SOLID BODY**

*The proposed model is based on an analysis of the the concept of the emergence of a self-organized critical state in a dissipative system of interacting discrete elements applicability (the Olami-Feder-Christensen model) to a system of discrete block structures that are in a stressed state. Considered model forms a fault system when a tension parameter in a separate element is reached critical value. The resulting rupture forms a perturbation of the stress field in the surrounding region and can thus serve as a source of the appearance of a fault dislocation in the neighboring element, etc. The evolution of such a dissipative system in time is determined by the increment at each time step the stress components with a given amount. This mechanism allows to simulate various types of loading. As a criterion for the occurrence of rupture, the Coulomb criterion for the formation of a shear fault is considered. To limit the possible compression stresses, the criterion is supplemented with the parameter of the limit compression stress. An evolutionary two-dimensional model of dislocation system calculates a catalog of discrete events, including time, coordinates, angle, and amplitude of dislocations. At the same time, the computational model also derives continuous series of variations of such parameters as mean elastic energy, mean strain of the whole system of blocks or its part at each step of evolution. Computation of the uniaxial compression model made it possible to estimate the most important properties of the spatial and energy organization of fault structures in critical state. As such parameters of state, power exponents of the dislocation distributions by size  $b$ , in the space  $d$ , and also the fractal dimension of the fault surface  $\delta$  are considered. It is shown that these parameters of the dynamic system are related by  $d = b \cdot \delta$ . The advantage of the considered model for describing both the observed properties of the spatial-temporal activity of fracture structures in natural conditions, and experimental data on the samples destruction in laboratory, is determination of physically understandable interaction of individual blocks using stress redistribution.*

*OFC model; shear dislocation; Coulomb failure criterion; dynamic system.*

**1. Введение.** С целью выяснения механизма взаимодействия разломов, наблюдаемого в реальных условиях, в предлагаемой работе рассмотрена возможность построения модели вариаций поля напряжений в дискретной блоковой среде со сдвиговыми и нормальными дислокационными разрывами. Возникновение связи дислокаций возникает при сбросе избыточных напряжений. Особенностью модели является возможность получения как дискретных рядов событий-дислокаций в пространственной, временной и амплитудной областях, так и непрерывных временных рядов изменения основных параметров напряженного состояния [1–3].

В основе предлагаемой модели возникновения пространственной и временной структуры поля напряжений лежит модель самоорганизованного критического состояния. Возникновение самоорганизованного критического состояния в модели Олами-Федера-Кристенсена (OFC модель) сопровождается степенным характером распределения сбросов в пространственно-амплитудной области. При этом показатели степени  $b$  в амплитудной функции плотности распределения и фрактальной размерности пространственного распределения сбросов  $d$ , оказываются близкими к экспериментально наблюдаемым значениям при анализе фонового режима распределения разломных структур [4–8]. Как показано в работе [4], модель прерывистого скольжения (stick-slip) системы блоков с упругой связью [9], расположенных на основании с трением, при достаточно общих предположениях может быть сведена к OFC модели.

Механическая модель упругосвязанных блоков, являясь системой взаимодействующих соседних элементов, не предполагает возможности нарушения параметров такого взаимодействия и возникновения разрывов сплошности системы, что может определять разломную структуру. Возникающий сброс параметра напряже-

ния не формирует пространственных особенностей системы. При этом в ходе лабораторных исследований по нагружению образцов горных пород наблюдаемые последовательности акустических импульсов сопровождаются возникновением микротрещины, а дальнейшее нагружение приводит к возникновению пространственной организации возникающих микроразрывов и формированию на их основе разрыва старшего масштаба [10, 11].

С целью построения модели взаимодействующих дислокаций, отражающих наблюдаемые закономерности распределения разломов в пространственно-энергетической области рассмотрим упругую среду как систему элементов в каждом из которых возможно возникновение разрыва сплошности при достижении некоторого критического значения. Возникающая сдвиговая или нормальная дислокация формирует возмущение поля напряжений в соседних элементах, что может привести к достижению также критического значения и возникновения новой дислокации и нового поля добавочных напряжений в соседних элементах и т.д. Такой триггерный механизм определяет как взаимодействие отдельных элементов за счет возникновения возмущающего поля, так и формирование разрывных зон, где возникли дислокации [12].

По аналогии с исходной двумерной OFC моделью, предполагается простейшая двумерная модель, как предельный случай рассмотрения системы дискретных элементов с толщиной, существенно меньшей горизонтальных размеров. Данное предположение позволяет существенно упростить расчетные соотношения и время счета эволюционной модели, сохраняя при этом базовое свойство модели - характер взаимодействия отдельных элементов [13]. В качестве критерия разрушения, точнее образования разрыва приняты эмпирические критерии, обоснованные большим количеством наблюдений поведения горных пород, как в лабораторных, так и в натурных условиях. Критерием возникновения дислокации сжатия или растяжения является достижение соответствующего напряжения в исследуемой области предельных значений, соответственно  $T_0^{cmpr}$ ,  $T_0^{msl}$ . Образование сдвиговой дислокации обычно определяется критерием Кулона. В соответствии с ним разрыв возникает тогда, когда параметр состояния – напряжение Кулона  $\tau_c = |\tau| - k \cdot \sigma_n$  достигает предельного значения  $\tau_c^*$ . Здесь  $\tau$  – напряжение сдвига на выбранной плоскости или в двумерном случае – по выбранному направлению,  $\sigma_n$  – положительное значение нормального напряжения к плоскости (положительное значение соответствует сжатию).

**2. Описание математической модели.** Под дислокацией в дальнейшем будет пониматься дислокация Сомиглиана (Somiglian) [14, 15] т.е. разрыв смещений сплошной среды в ограниченной области пространства. Двумерная дислокация постоянной величины смещения вдоль своей длины определяется как

$$\begin{aligned} u^+(\xi) - u^-(\xi) &= \Delta u, \\ v^+(\xi) - v^-(\xi) &= \Delta v, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $-a \leq \xi \leq a$ ,  $u, v$  – компоненты смещения по  $x$ – и  $y$ – координатам, индексы + и – указывают значения смещений на положительной и отрицательной стороне разрыва.

Как показано [16], в случае дислокации прямоугольного типа:

$$\begin{aligned} \Delta u &= U = \text{const}, \\ \Delta v &= V = \text{const}, \end{aligned}$$

для компонент напряжений, обусловленных дислокацией по оси  $Ox$  (сдвиговая дислокация) справедливо:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^r &= \frac{2\mu}{k+1} \frac{U}{\pi} \left( -\frac{2}{r_1} \sin \theta_1 + \frac{2}{r_2} \sin \theta_2 + y \left( -\frac{1}{r_1^2} \cos 2\theta_1 + \frac{1}{r_2^2} \cos 2\theta_2 \right) \right), \\ \sigma_{yy}^r &= -\frac{2\mu}{k+1} \frac{U}{\pi} y \left( -\frac{1}{r_1^2} \cos 2\theta_1 + \frac{1}{r_2^2} \cos 2\theta_2 \right), \\ \sigma_{xy}^r &= \frac{2\mu}{k+1} \frac{U}{\pi} \left( \frac{1}{r_1} \cos \theta_1 - \frac{1}{r_2} \cos \theta_2 + y \left( -\frac{1}{r_1^2} \sin 2\theta_1 + \frac{1}{r_2^2} \sin 2\theta_2 \right) \right).\end{aligned}\quad (2)$$

Аналогично в случае дислокации по оси  $Oy$  (нормальная дислокация):

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^n &= \frac{2\mu}{k+1} \frac{V}{\pi} \left( \frac{1}{r_1} \cos \theta_1 - \frac{1}{r_2} \cos \theta_2 + y \left( -\frac{1}{r_1^2} \sin 2\theta_1 + \frac{1}{r_2^2} \sin 2\theta_2 \right) \right), \\ \sigma_{yy}^n &= \frac{2\mu}{k+1} \frac{V}{\pi} \left( \frac{1}{r_1} \cos \theta_1 - \frac{1}{r_2} \cos \theta_2 - y \left( -\frac{1}{r_1^2} \sin 2\theta_1 + \frac{1}{r_2^2} \sin 2\theta_2 \right) \right), \\ \sigma_{xy}^n &= \frac{2\mu}{k+1} \frac{V}{\pi} y \left( \frac{1}{r_1^2} \cos 2\theta_1 - \frac{1}{r_2^2} \cos 2\theta_2 \right),\end{aligned}\quad (3)$$

где в случае обобщенной плоской задачи (тонкий слой):  $k = \frac{5\lambda + 6\mu}{3\lambda + 2\mu}$ .

На рис. 1 представлены примеры полей напряжений, формируемых соответственно сдвиговой дислокацией.

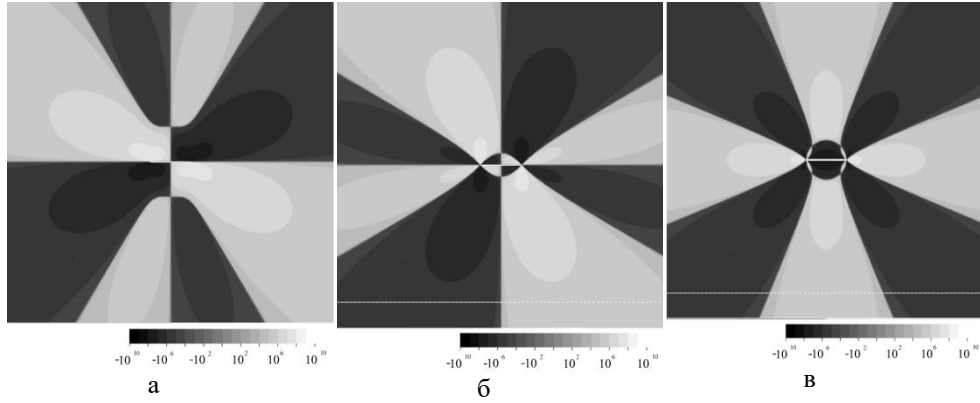


Рис. 1. Двумерное распределение напряжений при сдвиговой дислокации.

Длина сдвига  $L_m = 1000$  м,  $\lambda = \mu = 3 \cdot 10^{10}$  Па,  $U = 1$  м. а –  $\sigma_{xx}$ ; б –  $\sigma_{yy}$ ; в –  $\sigma_{xy}$

Поле напряжений, формируемое дислокацией заданной амплитуды ( $U, V$ ) в произвольной точке  $M(\xi, \eta)$  плоскости и направлением  $\varphi$ , отсчитываемом против часовой стрелки от оси  $Ox$  представляется трансляцией и поворотом исходной системы координат. Соотношения для расчета средних значений напряжений в  $(i, j)$  элементе для сдвиговой и нормальной дислокаций представляется в виде:

$$\begin{aligned}
\langle \sigma_{xy}^r \rangle_{i,j} &= A \cdot \frac{U}{L^2} \cdot \int_{(i-i'-1/2)L}^{(i-i'+1/2)L} \int_{(j-j'-1/2)L}^{(j-j'+1/2)L} \left[ \frac{\xi_1}{\xi_1^2 + \xi_2^2} - \frac{\xi_3}{\xi_3^2 + \xi_2^2} + 2\xi_2^2 \left( -\frac{\xi_1}{[\xi_1^2 + \xi_2^2]^2} + \frac{\xi_3}{[\xi_3^2 + \xi_2^2]^2} \right) \right] dx dy, \\
\langle \sigma_{xx}^r \rangle_{i,j} &= A \cdot \frac{U}{L^2} \cdot \int_{(i-i'-1/2)L}^{(i-i'+1/2)L} \int_{(j-j'-1/2)L}^{(j-j'+1/2)L} (\eta_1 + \eta_2) dx dy, \\
\langle \sigma_{yy}^r \rangle_{i,j} &= A \cdot \frac{U}{L^2} \cdot \int_{(i-i'-1/2)L}^{(i-i'+1/2)L} \int_{(j-j'-1/2)L}^{(j-j'+1/2)L} (\eta_1 - \eta_2) dx dy, \\
\langle \sigma_{xy}^n \rangle_{i,j} &= A \cdot \frac{V}{L^2} \cdot \int_{(i-i'-1/2)L}^{(i-i'+1/2)L} \int_{(j-j'-1/2)L}^{(j-j'+1/2)L} \xi_2 \left( \frac{\xi_1^2 - \xi_2^2}{[\xi_1^2 + \xi_2^2]^2} - \frac{\xi_3^2 - \xi_2^2}{[\xi_3^2 + \xi_2^2]^2} \right) dx dy, \quad (4) \\
\langle \sigma_{xx}^n \rangle_{i,j} &= A \cdot \frac{V}{L^2} \cdot \int_{(i-i'-1/2)L}^{(i-i'+1/2)L} \int_{(j-j'-1/2)L}^{(j-j'+1/2)L} (\eta_3 + \eta_4) dx dy, \\
\langle \sigma_{yy}^n \rangle_{i,j} &= A \cdot \frac{V}{L^2} \cdot \int_{(i-i'-1/2)L}^{(i-i'+1/2)L} \int_{(j-j'-1/2)L}^{(j-j'+1/2)L} (\eta_3 - \eta_4) dx dy,
\end{aligned}$$

где:  $(i', j')$  – координаты элемента с дислокацией по направлению  $\varphi$ ,

$$\xi_1(x, y) = x \cdot \cos(\varphi) + y \cdot \sin(\varphi) - l_m/2,$$

$$\xi_2(x, y) = -x \cdot \sin(\varphi) + y \cdot \cos(\varphi),$$

$$\xi_3(x, y) = x \cdot \cos(\varphi) + y \cdot \sin(\varphi) + l_m/2,$$

$$\eta_1(x, y) = -\frac{\xi_2(x, y)}{\xi_1(x, y)^2 + \xi_2(x, y)^2} + \frac{\xi_2(x, y)}{\xi_3(x, y)^2 + \xi_2(x, y)^2},$$

$$\eta_2(x, y) = \eta_1(x, y) + \xi_2(x, y) \left( -\frac{\xi_1(x, y)^2 - \xi_2(x, y)^2}{[\xi_1(x, y)^2 + \xi_2(x, y)^2]^2} + \frac{\xi_3(x, y)^2 - \xi_2(x, y)^2}{[\xi_3(x, y)^2 + \xi_2(x, y)^2]^2} \right),$$

$$\eta_3(x, y) = \frac{\xi_1(x, y)}{\xi_1(x, y)^2 + \xi_2(x, y)^2} - \frac{\xi_3(x, y)}{\xi_3(x, y)^2 + \xi_2(x, y)^2},$$

$$\eta_4(x, y) = 2 \cdot \xi_2(x, y)^2 \left( -\frac{\xi_1(x, y)}{[\xi_1(x, y)^2 + \xi_2(x, y)^2]^2} + \frac{\xi_3(x, y)}{[\xi_3(x, y)^2 + \xi_2(x, y)^2]^2} \right),$$

$$A = \frac{2\mu}{(5\lambda + 6\mu) \cdot (3\lambda + 2\mu) + 1} \cdot \frac{1}{\pi}.$$

Значения напряжений в исходной системе координат получаются после поворота на угол  $-\varphi$ :

$$\begin{aligned}\sigma_{\xi\xi} &= \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\varphi - \sigma_{xy} \sin 2\varphi, \\ \sigma_{\eta\eta} &= \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} - \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \cos 2\varphi + \sigma_{xy} \sin 2\varphi, \\ \sigma_{\xi\eta} &= \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \sin 2\varphi + \sigma_{xy} \cos 2\varphi.\end{aligned}\quad (5)$$

Соотношения (4–5) позволяют рассчитать поле напряжений в двумерном случае линейной модели при произвольных дислокациях прямоугольного типа (1).

В соответствии с критерием разрушения Кулона сдвиговое нарушение возникает по некоторому направлению, когда на нем параметр кулоновского напряжения:

$$\tau_C = \left| \sigma_{xy} \right| - k \cdot \sigma_{yy} \quad (6)$$

достигает предельного значения  $\tau_C^*$ . В данном соотношении  $k$  по аналогии с моделью сухого трения определяется как коэффициент внутреннего трения. Направление разрушения определяется из условия достижения максимума (6):

$$\operatorname{tg} 2\theta^* = \pm \frac{1}{k}. \quad (7)$$

Для рассматриваемой модели наряду со сдвиговой дислокацией определим нормальные дислокации сжатия и растяжения. В качестве критериев прочности на разрыв и сжатие определим:

$$\begin{aligned}\sigma_{yy}^p &\leq -T_0 < 0, \\ \sigma_{yy}^{\text{сжк}} &\geq B_0 > 0.\end{aligned}\quad (8)$$

С учетом соотношений

$$\begin{aligned}\sigma_{xy} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta, \\ \sigma_{yy} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta,\end{aligned}$$

где  $\sigma_1, \sigma_2$  ( $\sigma_1 \geq \sigma_2$ ) – главные напряжения, соотношение (6) определяет линейную связь  $\sigma_1, \sigma_2$  [17]:

$$\sigma_1 \left[ \sqrt{k^2 + 1} - k \right] - \sigma_2 \left[ \sqrt{k^2 + 1} + k \right] = 2\tau_C^*. \quad (9)$$

С учетом (8), (9), критерий прочности, объединяющий все возможные типы рассмотренных дислокаций можно представить:

$$\begin{aligned}\sigma_{yy} &= B_0 \text{ при } \sigma_1 \geq B_0, \\ \tau_C^* &= \left| \sigma_{xy} \right| - k \cdot \sigma_{yy} \text{ при } \frac{2\tau_C^* - T_0 \left( k + \sqrt{1+k^2} \right)}{\sqrt{1+k^2} - k} < \sigma_1 < B_0, \\ \sigma_{yy} &= -T_0 \text{ при } \sigma_1 \leq \frac{2\tau_C^* - T_0 \left( k + \sqrt{1+k^2} \right)}{\sqrt{1+k^2} - k}.\end{aligned}\quad (10)$$

Графически области устойчивого и неустойчивого состояний в координатной системе главных напряжений представлены на рис. 2.

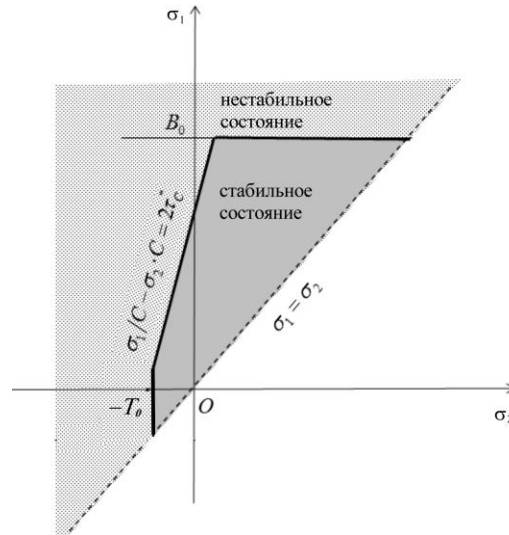


Рис. 2. Графическое представление критериев прочности  $C = \sqrt{k^2 + 1} + k$

**3. Алгоритм расчета модели эволюции динамической системы.** Модель формирования дислокаций задается параметрами системы  $(B_0, T_0, \tau_C^*, k)$ . Дискретное двумерное представление системы отдельных элементов-блоков образует решетку  $N \times N$  элементов, каждый размером  $L \times L$ . Напряженное состояние каждого элемента характеризуется средним значением напряжений  $(\langle \sigma_{xx} \rangle)_{ij}$ ,  $(\langle \sigma_{yy} \rangle)_{ij}$ ,  $(\langle \sigma_{xy} \rangle)_{ij}$ ,  $i, j = 1, \dots, N$ .

На каждом шаге эволюции элементы системы получают приращения средних значений напряжений (величины приращений зависят от выбранной модели нагружения). В случае если одно из новых значений параметров  $(\sigma_C^{\max})_{ij}$ ,  $(\sigma_n^{\max})_{ij}$ ,  $(-\sigma_n^{\min})_{ij}$  в некотором элементе  $(i, j)$  превысит заданные предельные значения  $(\tau_C^*, B_0, T_0)$ , происходит сброс накопленного напряжения путем формирования дислокации амплитудой  $(U, V)_{i,j}$  и возвращения элемента в докритическое напряженное состояние.

Для смещений  $(U, V)$  соответственно сдвиговой и нормальной дислокации:

$$\begin{aligned} U &= \alpha \frac{\pi L}{2\mu} \bar{\sigma}_{xy}, \\ V &= \alpha \frac{\pi(\lambda + 2\mu)L}{4\mu(\lambda + \mu)} \bar{\sigma}_{yy} \end{aligned} \quad (11)$$

Оценка максимального значения кулоновского напряжения  $\sigma_C^{\max}$  в отдельном элементе включает в себя определение направления. Направление максимального кулоновского напряжения в исходной системе координат  $(x, y)$  и саму его величину можно получить из (6–7) с учетом (5):

$$\theta_1 = \pm \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) + k\sigma_{xy}}{k(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) - \sigma_{xy}}, \quad (12)$$

$$\tau_C = -k \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(1+k^2)((\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2)}.$$

Оценки направлений и величин максимальных растягивающего и сжимающего напряжений в отдельном элементе совпадают с направлением главных напряжений:

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}, \quad (13)$$

$$\sigma_n = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}.$$

Внешнее приращение напряжений, одинаково для всех элементов и задается матрицей приращений напряжения  $P = \begin{pmatrix} \Delta\sigma_{xx} & \Delta\sigma_{yx} \\ \Delta\sigma_{xy} & \Delta\sigma_{yy} \end{pmatrix}$ . В процессе временной эволюции возможно достижение в любом из элементов системы предельного значения кулоновского напряжения или нормального напряжения и возникновение сдвиговой или нормальной дислокации.

Алгоритм расчета временной эволюции системы упругих элементов решетки задается следующей последовательностью.

1. Определение элементов решетки с максимальными значениями кулоновского напряжения, напряжения сжатия, напряжения растяжения. Этап включает в себя оценку угла и значения максимального кулоновского напряжения, максимального и минимального нормальных напряжений и соответствующих направлений:  $(\sigma_C^{\max}, \alpha_C^{\max}, \sigma_n^{\max}, \alpha_n^{\max}, \sigma_n^{\min}, \alpha_n^{\min})_{i,j}$ ,  $i, j = 1, \dots, N$ .

2. Выбор элемента формирования дислокации. Если обозначит максимальные значения  $\sigma_C^{\max}_{k_1, m_1} = \max_{i,j} \sigma_C^{\max}_{i,j}$ ,  $\sigma_{сж}^{\max}_{k_2, m_2} = \max_{i,j} \sigma_n^{\max}_{i,j}$ ,  $\sigma_p^{\max}_{k_3, m_3} = \min_{i,j} \sigma_n^{\min}_{i,j}$ , то расчетная дислокация определяется исходя из условия:

$$d = \max \left( \frac{\sigma_C^{\max}_{k_1, m_1}}{\sigma_C^*}, \frac{\sigma_{сж}^{\max}_{k_2, m_2}}{\sigma_{сж}^*}, \frac{-\sigma_p^{\max}_{k_3, m_3}}{\sigma_p^*} \right), \quad d \geq 1, \quad (14)$$

где  $\sigma_{сж}^*$ ,  $\sigma_p^*$  определяются (13).

3. В случае выполнения условий (14) для некоторой ячейки  $(k, m)$  со сдвиговой дислокацией  $\left( \frac{\sigma_C^{\max}_{k,m}}{\sigma_C^*} > \max \left( \frac{\sigma_{сж}^{\max}_{k_2, m_2}}{B_0}, \frac{-\sigma_p^{\max}_{k_3, m_3}}{T_0} \right) \right)$  последовательно выполняется расчет касательного сдвига  $U$  по соответствующему направлению дислокации (11), приращение напряжений (4), (5), расчет амплитуды нормального сдви-



га  $V$ , ортогонального направлению дислокации (11), приращение напряжений (4), (5). В случае если условие (14) справедливо для нормального сдвига (растяжения или сжатия), то сначала рассчитывается поле по  $V$ , а затем по  $U$ .

4. Если за счет приращений, обусловленных дислокацией в  $(k, m)$  ячейке, напряжения в соседних элементах превысили критические значения, происходит расчет дислокации в данных элементах. Предполагая справедливость физического принципа конечной скорости распространения возмущения, осуществляется выделение и расчет критического элемента, минимально удаленного от первичной дислокации.

В качестве условий на границе рассмотрены открытые граничные условия. В данном случае предполагается, что рассматриваемая система элементов является частью неограниченной решетки элементов, взаимодействие с которой определяется только передачей приращений напряжения от рассматриваемой системы во внешнюю область. При рассмотрении диссипативной OFC модели при определении открытых граничных условий в системе возникает критическое состояние. Наряду с этим фактом выбор открытых граничных условий определялся и простой расчёта поля напряжений при этом.

Основная часть расчетного времени уходит на пересчет поля напряжений при переборе всех дислокаций, возникающих после каждой временной итерации. Переход к следующей итерации осуществляется при условии отсутствия элементов с напряжениями, равными или превышающими критические.

**4. Эволюционное моделирование одноосного сжатия.** Рассмотрим параметры распределений дискретной компоненты сбросов в дислокационной модели, нагружение которой определяется матрицей приращения напряжений

$$P = \begin{pmatrix} \Delta\sigma_{xx} & \Delta\sigma_{yx} \\ \Delta\sigma_{xy} & \Delta\sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3000 & 0 \\ 0 & -1200 \end{pmatrix}.$$

В качестве остальных параметров заданы:

Размер решетки элементов:  $N \times N = 100 \times 100$ ,

Линейный размер отдельного элемента  $L = 10^4$  м,

Размер дислокации  $l_D = L = 10^4$  м,

Параметры Ламе  $\lambda = \mu = 3 \cdot 10^{10}$  Н/м<sup>2</sup>,

Коэффициент внутреннего трения  $k = 0.6$ ,

Критические значения напряжений  $\sigma_C^* = 5 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>,  $B_0 = 70 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>,

$T_0 = 4 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup>.

Начальные поля напряжений  $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy})_{i,j}$ ,  $i, j = 1, \dots, N$  представляют собой случайное распределение напряжений.

Эволюцию системы можно разделить на переходной режим (итерации 0-32800) и устойчивый стационарный режим, (итерации 32801-48716) – режим самоорганизованного критического состояния. Изменение пространственной структуры дислокаций представлено на рис. 3.

Модельные данные позволяют провести расчет степенных показателей распределения амплитуды сбросов, пространственного распределения координат, связи величины сброса и его линейного размера [18]. В качестве метрики характерного линейного размера сброса рассмотрен максимальный линейный размер двумерной области сброса в соответствии с соотношением:

$$R_{\max} = \max\left(R\left((x_{\max}, y), (x_{\min}, y)\right), R\left((x, y_{\max}), (x, y_{\min})\right)\right). \quad (15)$$

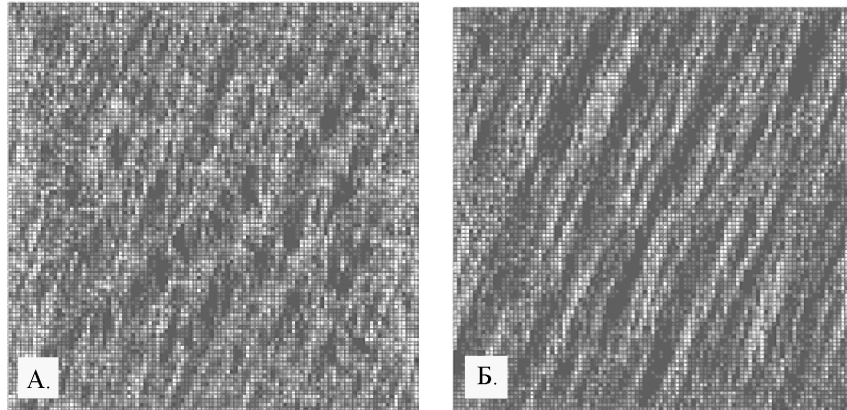


Рис. 3. Пространственное распределение сбросов: А – итерации 28000-30000; Б – итерации 45000-46500

Полученные зависимости представлены на рис. 4.

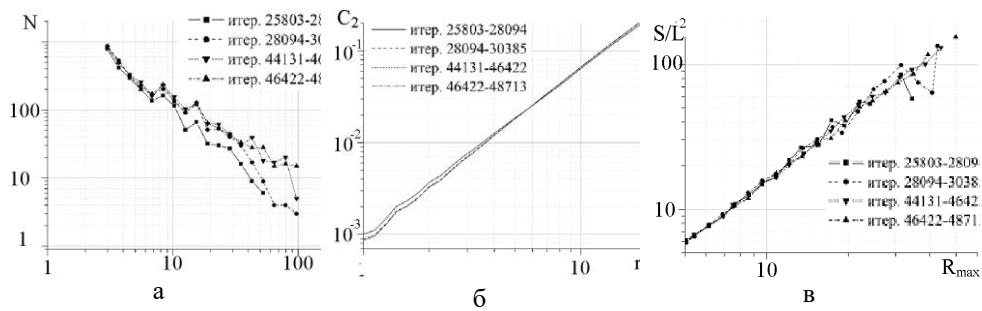


Рис. 4. распределения параметров сбросов в модели дислокаций для различных участков эволюции: а – гистограмма распределения размеров сбросов; б – корреляционный интеграл распределения центров сбросов на плоскости; в – зависимость величины сброса от его линейного размера

На рис. 5 представлен ход временной изменчивости степенных показателей распределений. Зависимости указывают на обратную изменчивость показателя распределения величин сбросов  $b$  и показателей пространственной организации сбросов  $d$  и очагов  $\delta$  (фрактальной размерности распределения сбросов на сетке и фрактальной размерности площади сброса). Такая зависимость указывает, что с уменьшением пространственной размерности и приближении ее к единице происходит увеличение вытянутости как очагов, так и их расположения в пространстве [19, 20]. Это приводит к уменьшению количества больших сбросов (меньшее количество элементов участвует в сбросе линейно протяженного очага по сравнению с очагом округлой формы для тех же линейных размеров) и соответственно, увеличению наклона зависимости плотности распределений величин сбросов, т.е. росту степенного показателя на рис. 4,а. Предполагая, что в случае самоорганизованного критического состояния параметр связи показателей  $\alpha = d - b \cdot \delta$  является величиной, близкой к 0, что продемонстрировано для полученных значений на рис. 5,г.

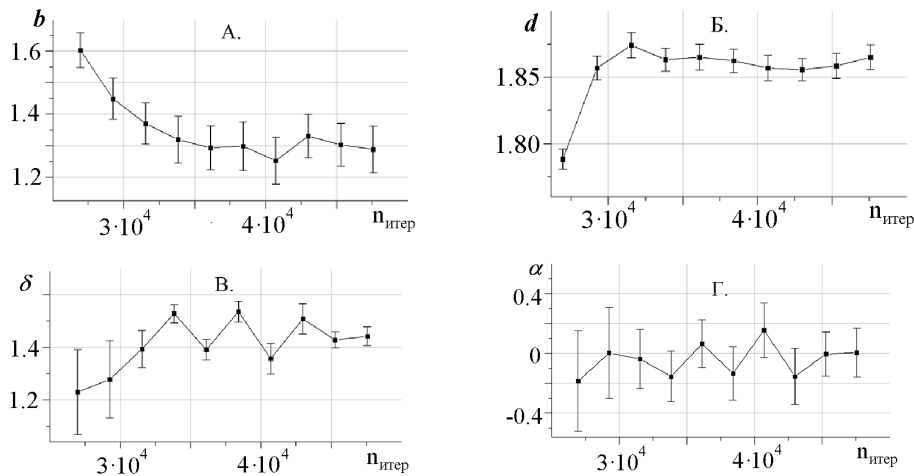


Рис. 5. Временные вариации степенных показателей распределений дислокационной модели сбросов: А – плотность распределений амплитуд сбросов; Б – распределение расстояний между координатами сбросов; В – зависимости величины сброса от его линейного размера; Г – параметр связи показателей в критическом состоянии  $\alpha = d - b \cdot \delta$

**Заключительные замечания.** Рассмотренная модель формирования макро-разрыва в твердом теле при его нагружении позволяет исследовать механизм возникновения и роста трещины в твердом теле путем объединения микротрещин за счет взаимодействия возмущений поля напряжений. Расчетная модель одноосного нагружения твердого тела позволила оценить параметры предельного устойчивого режима трещинообразования системы разломных структур при достижении самоорганизованного критического состояния.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Введенская А.В. Исследование напряжений и разрывов в очагах землетрясений при помощи теории дислокаций. – М.: Наука, 1969. – 136 с.
2. Черепанцев А.С. Свойства модифицированной ОФС модели при описании взаимодействия двумерных дислокаций // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. – 2012. – № 6. – С. 47-55.
3. Черепанцев А.С. Разработка и исследование модели эволюции двумерной системы взаимодействующих упругих блоков // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 6 (107). – С. 190-199.
4. Olami Z., Feder H.J.S., Christensen K. Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes // Phys.Rev.Lett. – 1992. – Vol. 68. – P. 1244-1247.
5. Lise S., Paczuski M. Self-organized criticality in a nonconservative earthquake model // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 63. – P. 36111.
6. Drossel B. Complex Scaling Behavior of nonconserved self-organized critical systems // Phys.Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – P. 238701-238704.
7. Hasumi T., Komura, S. Y., Kamogawa M., Yamazaki Y. Model of earthquake generation exhibiting self-organized criticality with self-affine fault surfaces // Journal of Physics. – 2006. – Vol. 31. – P. 237-238.
8. Черепанцев А.С. Характеристики и свойства динамической системы в диссипативной модели землетрясений Олами-Федера-Кристиансена // Физическая мезомеханика. – 2015. – Т. 18, № 6. – С. 86-97.

9. *Burridge R., Knopoff L.* Model and Theoretical Seismicity // *Bull. Seism Soc. Am.* – 1967. – Vol. 57. – P.3 41-371.
10. *Кадомцев А.Г., Дамаскинская Е.Е., Куксенко В.С.* Особенности разрушения гранита при различных условиях деформирования // *Физика твердого тела.* – 2011. – Т. 53. – Вып. 9. – С. 1777-1782.
11. *Stephens R.W.B., Pollock A.A.* Waveforms and frequency spectra of acoustic emission // *J. Acoustic. Soc. Amer.* – 1971. – Vol. 50, No. 3. – P. 904-910.
12. *Kadanoff L.P., Nagel S.R., Wu L., Zhou S.* Scaling and universality in avalanches // *Phys. Rev. A.* – 1989. – Vol. 39, No. 12. – P. 6524-6537.
13. *Jaeger J.C., Cook N.G.W., Zimmerman R.W.* Fundamental of rock mechanics. – 4th ed. – Blackwell Publishing, 2007. – 475 p.
14. *Eshelby J.D.* The continuum theory of lattice defects // *Solid State Phys.* – 1956. – Vol. 3. – P. 79-144.
15. *Chinnery M.A.* The Deformation of the Ground around Surface Faults // *Bull. Seism. Soc. Amer.* – 1961. – Vol. 51. – P.355-372.
16. *Maruyama T.* Stress Field in the Neighborhood of a Crack // *Bull. Eartq. Res. Inst.* – 1969. – Vol. 47. – P. 1-29.
17. *Scholz C.H.* The Mechanics of Earthquakes and Faulting. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1990. – 471 p.
18. *Godano C, Alonzo M. L.* Scaling laws of seismic events a model with fractal geometry // *Fractals.* – 1999. – Vol. 7, No. 4. – P. 341-351.
19. *Черепанцев А.С.* Оценка времени достижения критического состояния в модели Олами-Федера-Кристиансена // *Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион.* – 2008. – № 1. – С. 72-77.
20. *Черепанцев А.С.* Оценка скорости сходимости решения в модели блоков с упругими связями // *Известия ЮФУ. Технические науки.* – 2009. – № 7 (96). – С. 162-168.

#### REFERENCES

1. *Vvedenskaya A.V.* Issledovanie napryazheniy i razryvov v ochagakh zemletryaseniy pri pomoshchi teorii dislokatsiy [Study of stresses and ruptures in earthquake focus with the help of the dislocations theory]. Moscow: Nauka, 1969, 136 p.
2. *Cherepantsev A.S.* Svoystva modifitsirovannoy OFC modeli pri opisaniy vzaimodeystviya dvumernykh dislokatsiy [The properties of the modified OFC model to describe the two-dimensional interaction of dislocations], *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region* [Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. North Caucasus region], 2012, No. 6, pp. 47-55.
3. *Cherepantsev A.S.* Razrabotka i issledovanie modeli evolyutsii dvumernoy sistemy vzaimodeystvuyushchikh uprugikh blokov [Design and study of a model for the evolution of a two-dimensional system of interacting elastic blocks], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2010, No. 6 (107), pp. 190-199.
4. *Olami Z., Feder H.J.S., Christensen K.* Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, 1992, Vol. 68, pp. 1244-1247.
5. *Lise S., Paczuski M.* Self-organized criticality in a nonconservative earthquake model, *Phys.Rev. E*, 2001, Vol. 63, pp.36111.
6. *Drossel B.* Complex Scaling Behavior of nonconserved self-organized critical systems, *Phys.Rev. Lett.*, 2002, Vol. 89, pp. 238701-238704.
7. *Hasumi T., Komura, S. Y., Kamogawa M., Yamazaki Y.* Model of earthquake generation exhibiting self-organized criticality with self-affine fault surfaces, *Journal of Physics*, 2006, Vol. 31, pp. 237-238.
8. *Cherepantsev A.S.* Kharakteristiki i svoystva dinamicheskoy sistemy v dissipativnoy modeli zemletryaseniy Olami-Federa-Kristiansena [Characteristics and properties of dynamic system in the dissipative Olami-Feder-Christensen earthquake model], *Fizicheskaya mezomekhanika* [Physical Mesomechanics], 2015, Vol. 18, No. 6, pp. 86-97.
9. *Burridge R., Knopoff L.* Model and Theoretical Seismicity, *Bull. Seism Soc. Am.*, 1967, Vol. 57, pp.3 41-371.

10. *Kadomtsev A.G., Damaskinskaya E.E., Kuksenko V.S.* Osobennosti razrusheniya granita pri razlichnykh usloviyakh deformirovaniya [Features of granite failure under different deformation conditions], *Fizika tverdogo tela* [Physics of the Solid State], 2011, Vol. 53, Issue 9, pp. 1777-1782.
11. *Stephens R.W.B., Pollock A.A.* Waveforms and frequency spectra of acoustic emission, *J. Acoustic. Soc. Amer.*, 1971, Vol. 50, No. 3, pp. 904-910.
12. *Kadanoff L.P., Nagel S.R., Wu L., Zhou S.* Scaling and universality in avalanches, *Phys. Rev. A*, 1989, Vol. 39, No. 12, pp. 6524-6537.
13. *Jaeger J.C., Cook N.G.W., Zimmerman R.W.* Fundamental of rock mechanics. 4th ed. Blackwell Publishing, 2007, 475 p.
14. *Eshelby J.D.* The continuum theory of lattice defects, *Solid State Phys.*, 1956, Vol. 3, pp. 79-144.
15. *Chinnery M.A.* The Deformation of the Ground around Surface Faults, *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1961, Vol. 51, pp.355-372.
16. *Mariyama T.* Stress Field in the Neighborhood of a Crack, *Bull. Eartq. Res. Inst.*, 1969, Vol. 47, pp. 1-29.
17. *Scholz C.H.* The Mechanics of Earthquakes and Faulting. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1990, 471 p.
18. *Godano C, Alonzo M. L.* Scaling laws of seismic events a model with fractal geometry, *Fractals*, 1999, Vol. 7, No. 4, pp. 341-351.
19. *Cherepantsev A.S.* Otsenka vremeni dostizheniya kriticheskogo sostoyaniya v modeli Olami-Federa-Kristiansena [Time estimation of reaching the critical state in Olami-Feder-Christensen model], *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Severo-Kavkazskiy region* [Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. North Caucasus region], 2008, No. 1, pp. 72-77.
20. *Cherepantsev A.S.* Otsenka skorosti skhodimosti resheniya v modeli blokov s uprugimi svyazyami [Estimation of the rate of solution convergence in the blocks model with elastic coupling], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2009, No. 7 (96), pp. 162-168.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор А.А. Илюхин.

**Черепанцев Александр Сергеевич** – Южный федеральный университет; e-mail: [acherepantsev@sfedu.ru](mailto:acherepantsev@sfedu.ru); 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 89281042665; кафедра высшей математики; доцент.

**Cherepantsev Alexandr Sergeevich** – Southern Federal University; e-mail: [acherepantsev@sfedu.ru](mailto:acherepantsev@sfedu.ru); 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +79281042665; the department of higher mathematics; associate professor.

УДК. 621.315

DOI 10.23683/2311-3103-2018-7-110-125

**В.А. Костюков, М.Ю. Медведев, В.А. Шевченко, Н.К. Полюянович,  
М.Н. Дубяго**

### **РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ И МОБИЛЬНЫХ ПЛАТФОРМ НА БАЗЕ ВИХРЕВЫХ ВЕТРОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ**

*На основании аэродинамической модели винта проведены исследования взаимовлияния ротора, кольца и выходного устройства ветроэнергетической установки компоновки «ротор в раструбе». Составлена функциональная схема процесса исследования аэродинамики и математической модели ветроэнергетической установки (ВУ). Для повышения эффективности использования энергии ветра и аэродинамической мощности проведено моделирование аэродинамики раструба ветроколеса в программном комплексе Ansys Workbench и Ansys Fluent. В заданном диапазоне ветровых нагрузок и заданном роторе, получена оптимальная форма раструба, обеспечивающие максимальное среднее значение полезной*